

ГУП МНИИТЭП
Общество с ограниченной ответственностью «ЛИРА САПР»
Общество с ограниченной ответственностью «ЛИРА СЕРВИС»

ВЕРИФИКАЦИОННЫЙ ОТЧЕТ

по программному комплексу ЛИРА-САПР

Том III. Задачи, предложенные экспертами.

Отчет выполнен:

ООО «ЛИРА СЕРВИС» (Москва)

Директор:


В.Б. Рождественский



ГУП МНИИТЭП (Москва)

Гл. конструктор:


Г.И. Шапиро

ООО «ЛИРА САПР» (Киев)

Директор:


М.С. Барабаш



Москва, 2015 г.

Содержание:

Раздел 1: Тесты, предоставленные экспертом д.т.н. проф. М. С. Ванштейном	3
Тест 1.1 Работа системы «основание-фундамент-сооружение»	3
Тест 1.2 Верификация режима суперэлементов	6
Тест 1.3 Верификация нагрузки «заданное смещение»	14
Раздел 2: Тесты, предоставленные экспертом д.т.н. проф. В.А. Алмазовым	16
Тест 2.1 Внутренняя верификация системы Монтаж (стадии монтажа)	16
Тест 2.2 Внутренняя верификация системы Монтаж (стадии демонтажа)	18
Раздел 3: Тесты, предоставленные экспертом д.т.н. проф. А. И. Лантух-Лященко	20
Тест 3.1 Геометрическая нелинейность	20
Тест 3.2 Собственные формы колебаний	21
Раздел 4: Дополнительные верификационные тесты, рекомендованные экспертной комиссией.	25
Тест 4.1 Генетическая нелинейность (история возведения-нагружения)	25
Тест 4.2 Определение напряженно-деформированного состояния с учетом генетической нелинейности (режим «Монтаж»)	33
Тест 4.3 Устойчивость прямоугольной ортотропной свободно опертой пластины равномерно сжатой в одном направлении	40
Тест 4.4 Устойчивость прямоугольной свободно опертой пластины, подкрепленной рёбрами	44
Тест 4.5 Устойчивость тонкостенной оболочки	48
Тест 4.6 Большие перемещения Z образной консоли	51
Тест 4.7 Изгиб полосы в цилиндрическую оболочку	55
Тест 4.8 Жесткая балка на подвесках	59
Тест 4.9 Двухреберная балка под действием равномерно распределенных нагрузок, приложенных в плоскости ребер	62
Тест 4.10 Пространственная коробчато-пластинчатая система	70
Тест 4.11 Предельное равновесие железобетонной рамы	83
Тест 4.12 Предельное равновесие стальной рамы	86
Тест 4.13 Сравнение НДС в моделях из объемных КЭ и оболочечно-стержневой	88

Раздел 1: Тесты, предоставленные экспертом д.т.н. проф. М. С. Ванштейном

Тест 1.1 Работа системы «основание-фундамент-сооружение»

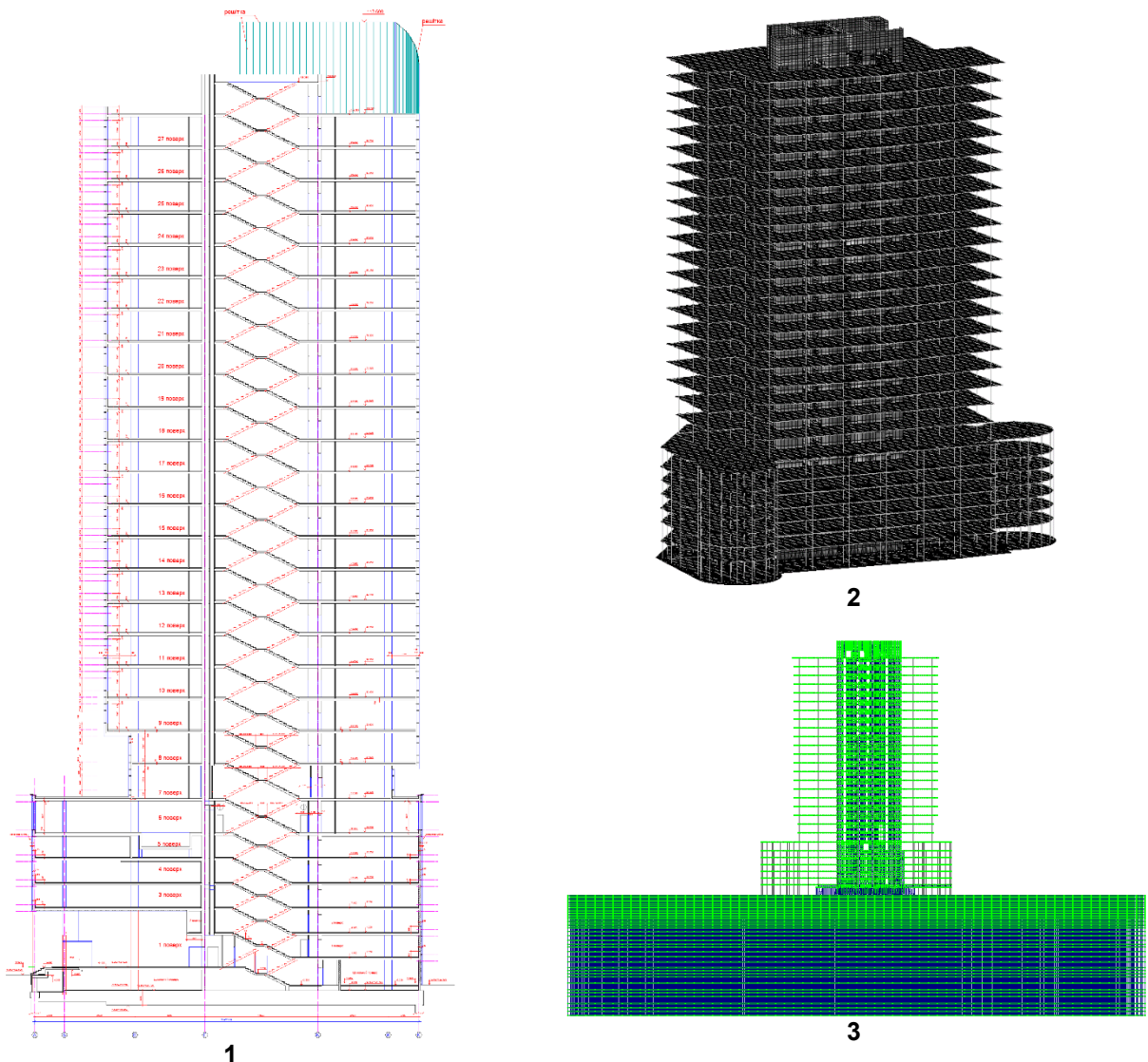
Цель: Проверить правильность расчета с учетом совместной работы как системы «основание-фундамент-верхнее строение» и с учетом поэтапности монтажа (на разных стадиях строительства).

Программа проведения теста: Рассчитать торгово-офисного центра с подземным и наземным паркингом с учетом совместной работы как системы «основание-фундамент-верхнее строение» и с учетом поэтапности монтажа (на разных стадиях строительства). **Сравнить полученные результаты** с вертикальными перемещениями осадочных марок установленных на новострое торгово-офисного центра.

Описание:

Монолитно-каркасный 27-ти этажный торгово-офисный центр состоит из 26 надземных этажей и одного подземного (цокольного) этажа. Фундаментный ростверк состоит из фундаментной плиты переменной толщиной 1.8м и 1.4м на 334-х буро набивных сваях БНС-1, и 80-и сваях БНС-2 диаметром 82см, посаженных в несущий слой глины серой (ИГЭ-6 мергельной). Высота комплекса - 113.6 м.

Схема рассчитываемого здания:



1 - разрез конструируемого здания, 2 – объемная модель здания, 3 – расчетная модель здания с грунтом.

Характеристика материала:

Брус 1: $E = 2.0 \times 10^6 \text{ м/м}^2$, $\nu = 0.2$, $R_0 = 2.75 \text{ м}$,

Брус 2: $E = 100 \text{ м/м}^2$, $\nu = 0.2$, $R_0 = 1 \text{ м}$,

Пластина 1: $E = 2.814 \times 10^6 \text{ м/м}^2$, $\nu = 0.2$, $R_0 = 2.75 \text{ м}$,

Пластина 2: $E = 2.0 \times 10^6 \text{ т/м}^2$, $\nu = 0.2$, $R_0 = 2.75 \text{ т}$,
 Пластина 3: $E = 1.2 \times 10^6 \text{ т/м}^2$, $\nu = 0.2$, $R_0 = 2.75 \text{ т}$,
 Пластина 4: $E = 1.0 \times 10^6 \text{ т/м}^2$, $\nu = 0.2$, $R_0 = 2.75 \text{ т}$,
 Объемный КЭ 1: $E = 3.31 \times 10^6 \text{ т/м}^2$, $\nu = 0.2$, $R_0 = 2.75 \text{ т}$,
 Объемный КЭ 2: $E = 9000 \text{ т/м}^2$, $\nu = 0.3$, $R_0 = 2.03 \text{ т}$,
 Объемный КЭ 3: $E = 9000 \text{ т/м}^2$, $\nu = 0.3$, $R_0 = 1.89 \text{ т}$,
 Объемный КЭ 4: $E = 4500 \text{ т/м}^2$, $\nu = 0.3$, $R_0 = 1.86 \text{ т}$,
 Объемный КЭ 5: $E = 3800 \text{ т/м}^2$, $\nu = 0.3$, $R_0 = 1.95 \text{ т}$,
 Объемный КЭ 6: $E = 2500 \text{ т/м}^2$, $\nu = 0.3$, $R_0 = 1.85 \text{ т}$,
 Объемный КЭ 7: $E = 1300 \text{ т/м}^2$, $\nu = 0.3$, $R_0 = 1.95 \text{ т}$,
 Объемный КЭ 8: $E = 1000 \text{ т/м}^2$, $\nu = 0.3$, $R_0 = 1.83 \text{ т}$,
 Объемный КЭ 9: $E = 800 \text{ т/м}^2$, $\nu = 0.3$, $R_0 = 2.18 \text{ т}$.

Граничные условия: Опираие здания на грунтовое основание.

Нагрузки: Собственный вес, постоянная равномерно распределенная нагрузка на плиты перекрытия, балки и объемные элементы грунта.

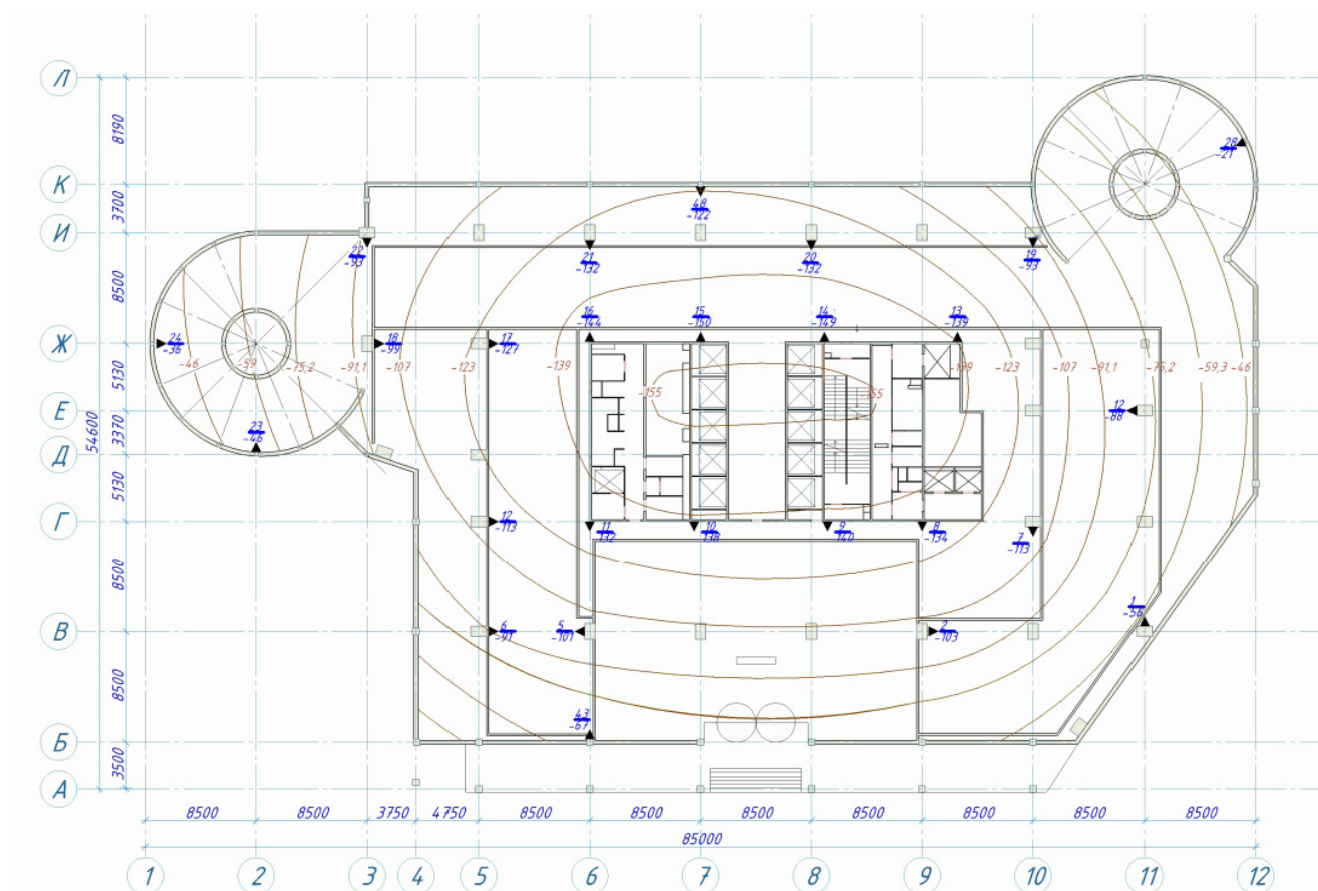
Примечание: Для построения схемы использованы КЭ 10 - Универсальный пространственный стержневой КЭ, КЭ 31 – Параллелепипед, КЭ 33 - Трехгранная призма, КЭ 41 - Универсальный прямоугольный КЭ оболочки, КЭ 42 - Универсальный треугольный КЭ оболочки, КЭ 44 - Универсальный четырехугольный КЭ оболочки.

Для моделирования грунтового основания использовались объемные КЭ (31 и 33). Для моделирования процесса поэтапного возведения здания с учетом нелинейности использовался модуль «монтаж».

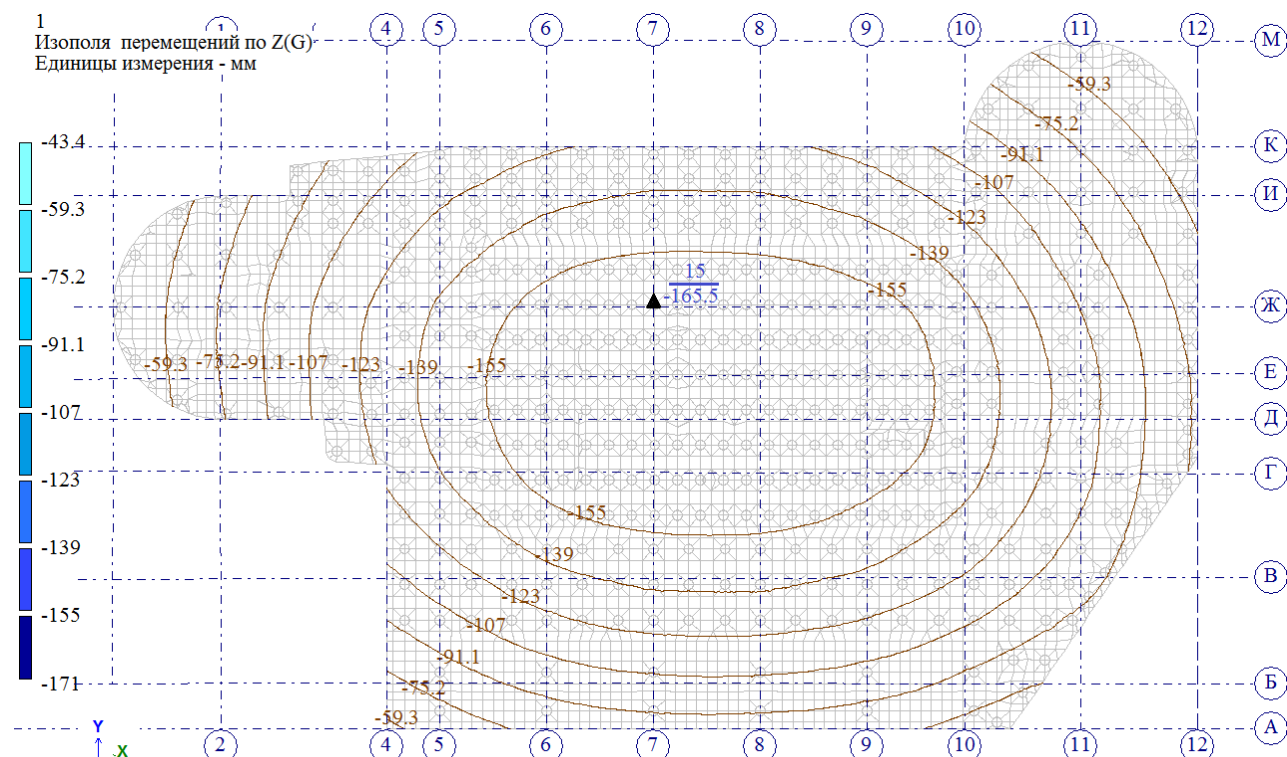
Результаты расчета сравниваются с опытными результатами исследования. Опытные результаты являются эталонными.

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА:

В период с 04.06.2010 по 11.04.2014 года велись наблюдения за вертикальными перемещениями осадочных марок, установленных на новострое торгово-офисного центра.



Результаты определения вертикальных перемещений осадочных марок:



Точка	Искомая величина	Результаты исследований	Результаты расчета (ЛИРА-САПР)	Погрешность, %
15	Вертикальные перемещения, мм	-150	-165,5	10,3

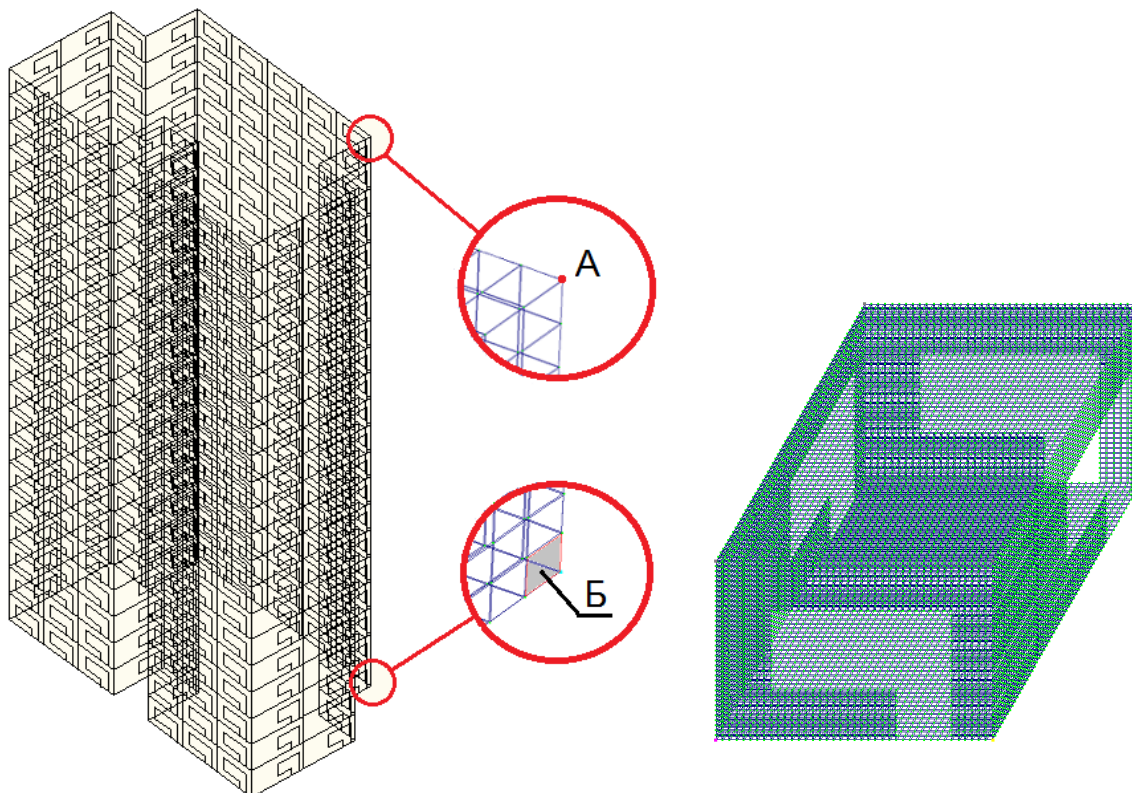
Выводы: Сравнение результатов расчета в ПК ЛИРА-САПР и вертикальных перемещений осадочных марок, установленных на новое торговое-офисного центра показывают, что вертикальные перемещения в обоих случаях отличаются незначительно. Так для осадочной марки №15 погрешность в сравниваемых результатах составляет 10,3%. При этом следует учесть, что осадка торгового-офисного центра не остановилось, об этом свидетельствуют результаты, полученные в результате натурных исследований здания. Это свидетельствует о правильности реализованного в ПК ЛИРА-САПР расчета учетом совместной работы как системы «основание-фундамент-верхнее строение» и с учетом по стадийности монтажа (на разных стадиях строительства).

Тест 1.2 Верификация режима суперэлементов.

Цель: Проверить правильность работы режима суперэлементов.

Программа проведения теста: Рассчитать панельное многоэтажное здание с использованием суперэлементов и без использования. Сравнить полученные результаты.

Схема рассчитываемого здания:



Геометрическая схема здания и расчетная схема одного суперэлемента.

Характеристика материала: $E = 3.0 \times 10^6 \text{ т/м}^2$, $\nu = 0.2$, $R_0 = 3 \text{ м}$

Граничные условия: связи по осям X, Y, Z в узлах на пересечении строительных осей.

Нагрузки:

Загрузка 1 – равномерно распределенная нагрузка на все элементы 0.3 т/м^2 ;
Загрузка 2 – равномерно распределенная нагрузка на горизонтальные элементы 0.2 т/м^2 ;
Загрузка 3 – равномерно распределенная нагрузка на горизонтальные элементы 0.12 т/м^2 ;
Загрузка 4 – модальный анализ.

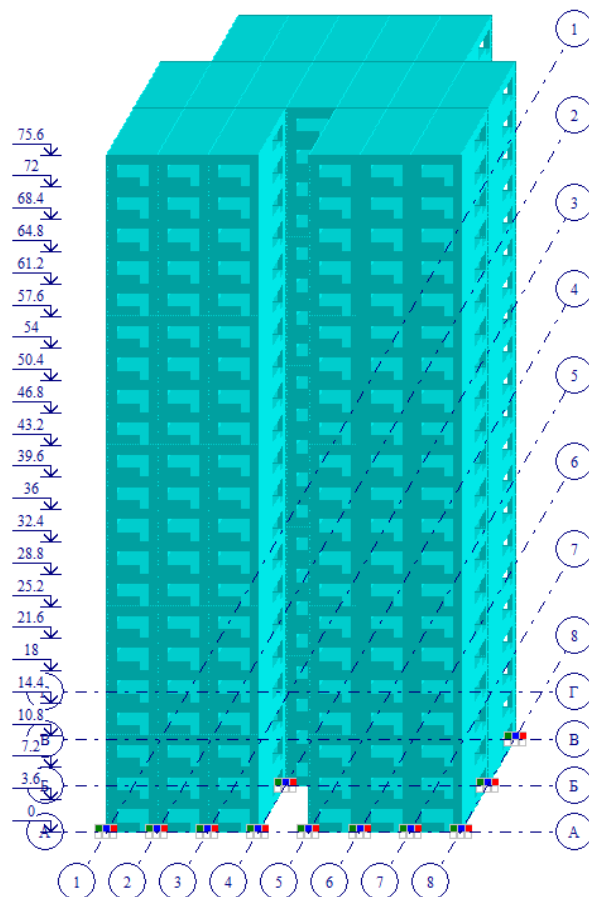
Примечание:

Для построения первой схемы использован КЭ 41 - универсальный прямоугольный элемент оболочки: количество элементов – 942732, количество узлов – 978924.

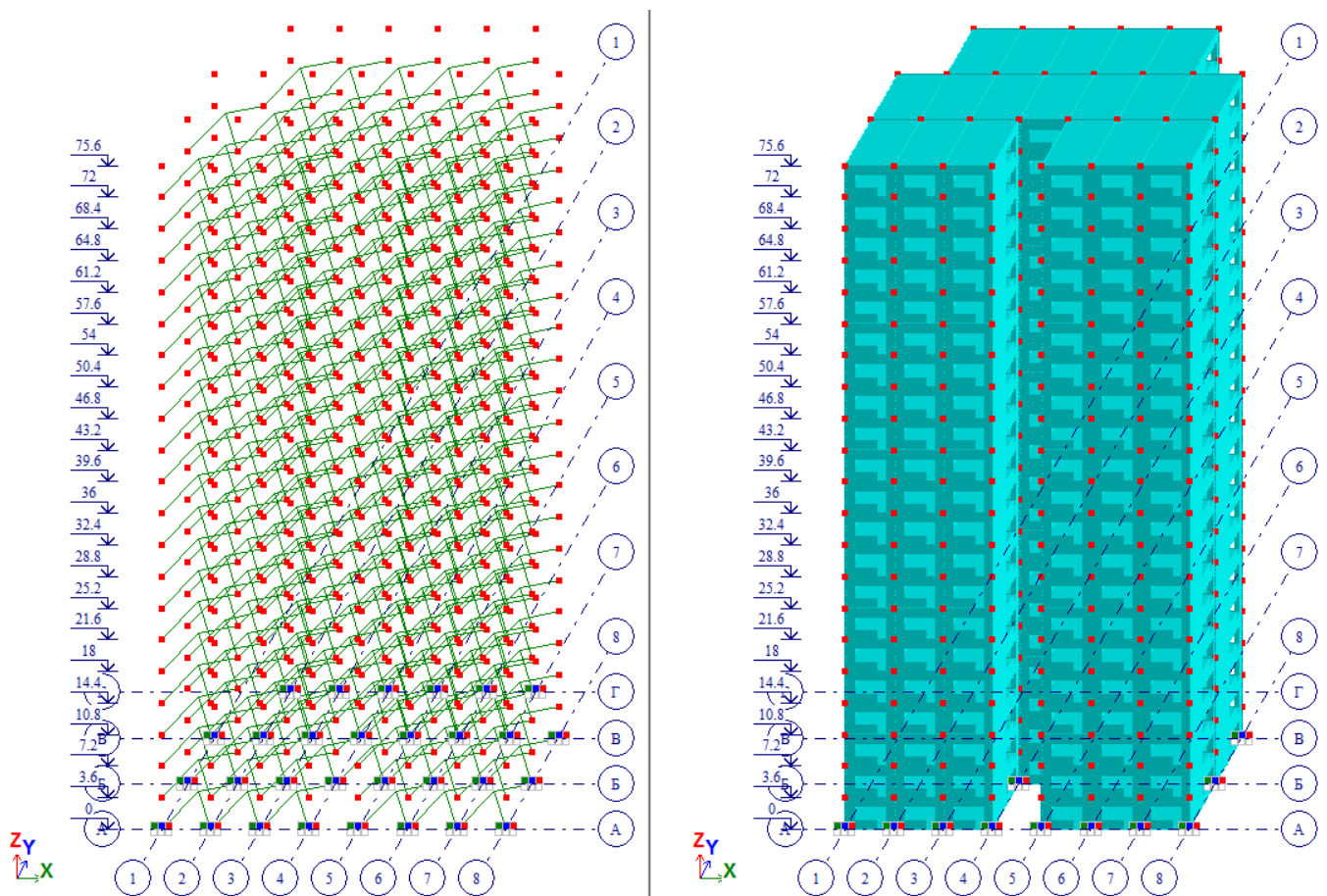
Для построения второй схемы использован суперэлемент состоящий из КЭ 41 - универсального прямоугольного элемента оболочки: количество суперэлементов – 378, количество узлов – 660; в суперэлементе: количество элементов – 2494, количество узлов – 2596.

Выполняется два расчета. Первый расчет выполняется без использования суперэлементов. Второй расчет выполняется с использованием суперэлементов.

Сравниваем перемещения точки А и напряжения элемента Б от комбинации РСН-1 (сумма нагрузок 1-3), а так же формы колебаний и периоды от загрузки 4, и быстродействие расчета.

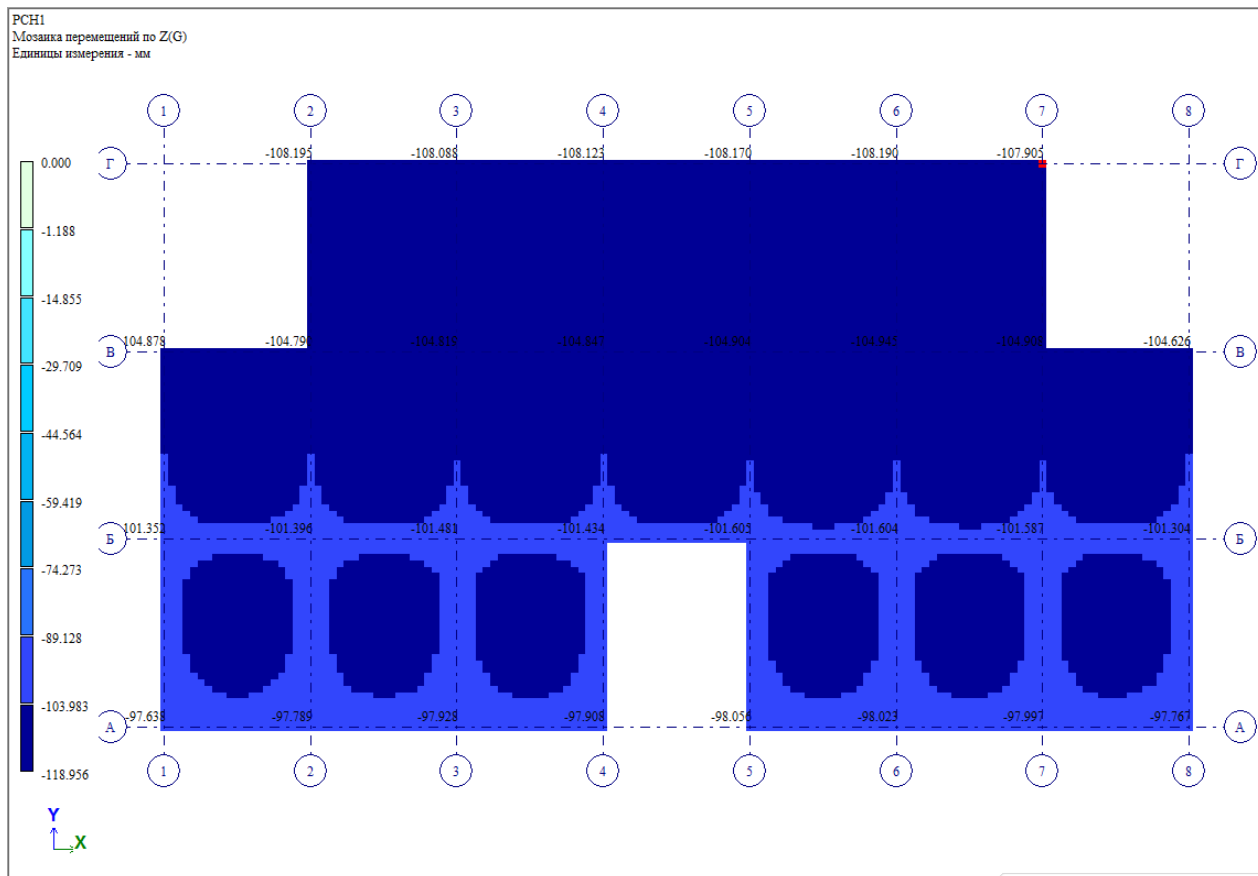


Расчетная схема без суперэлементов – модель 1

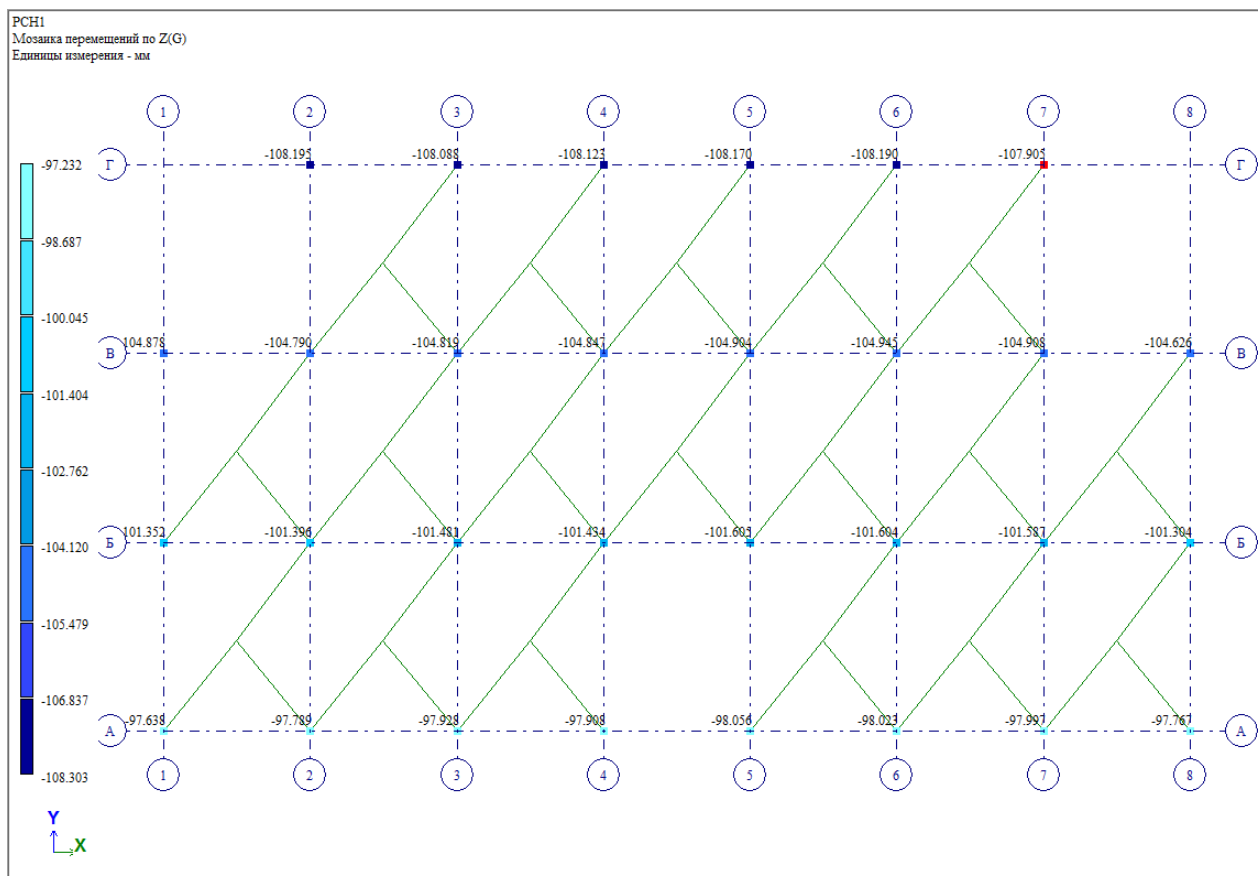


Расчетная схема с суперэлементами – модель 2
(суперэлементы в свернутом и развернутом виде)

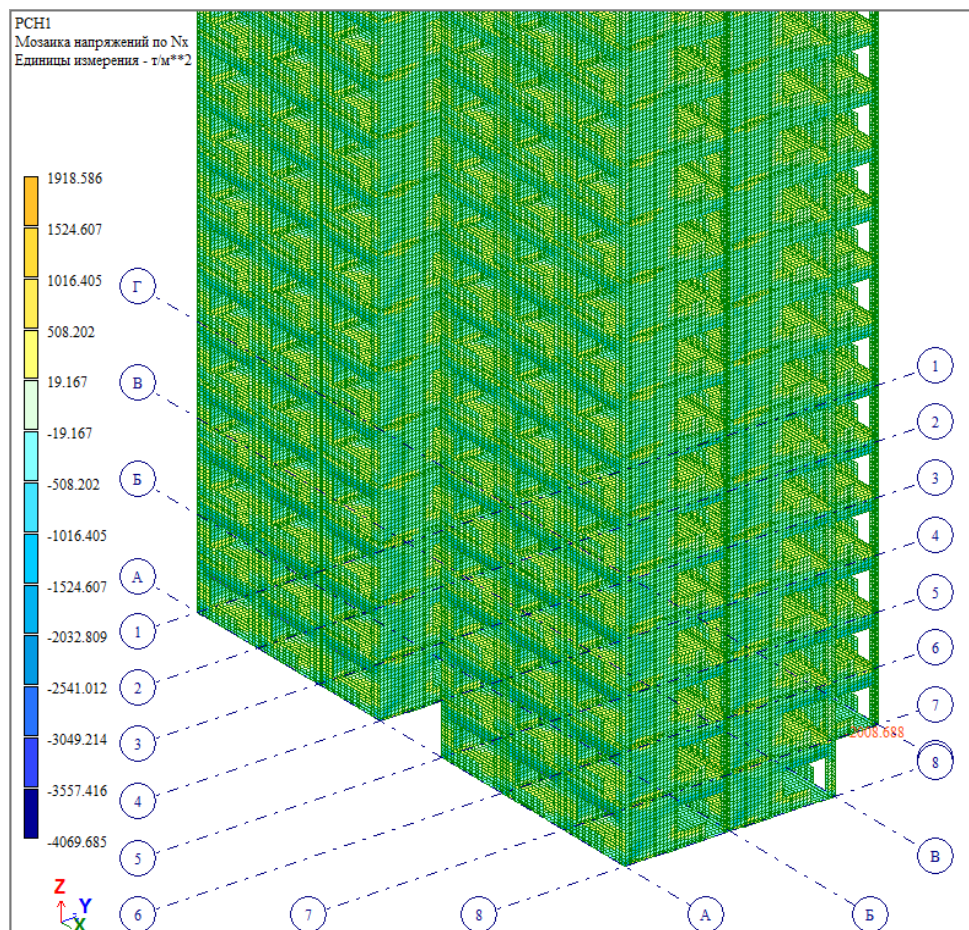
РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА:



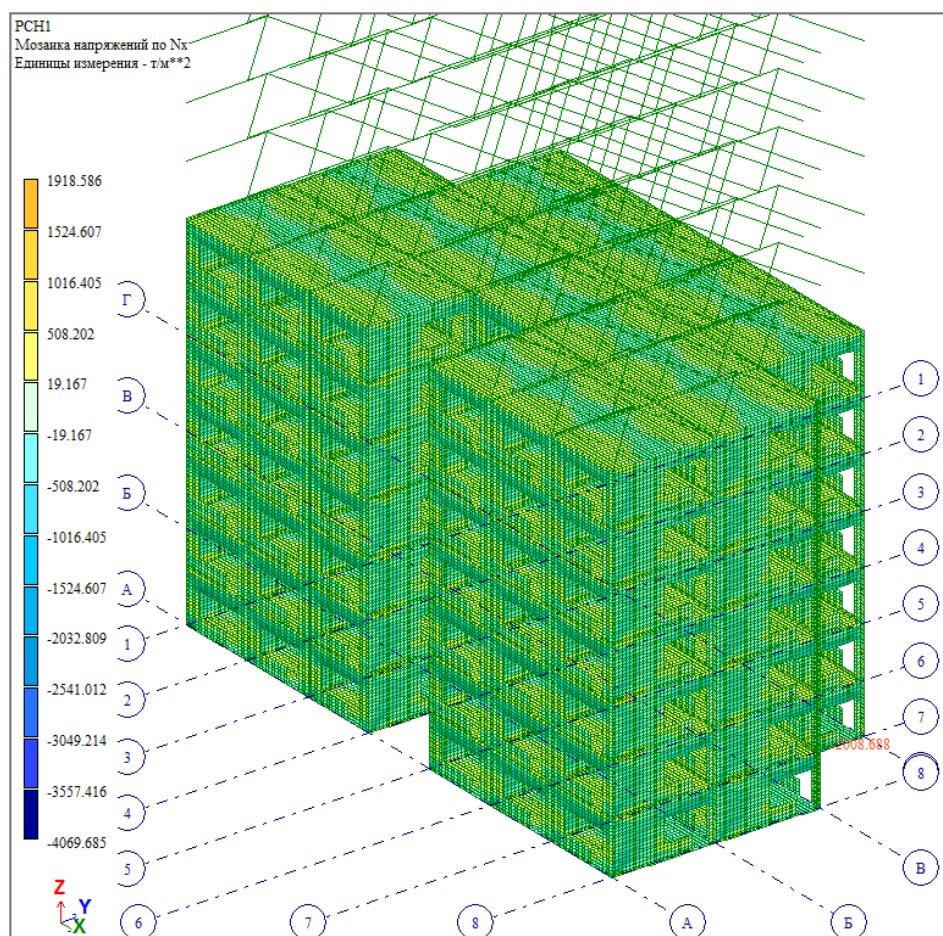
Модель 1 (без суперэлементов). Вертикальные перемещения узлов перекрытия на отм. 75.600 (узел А выделен красным).



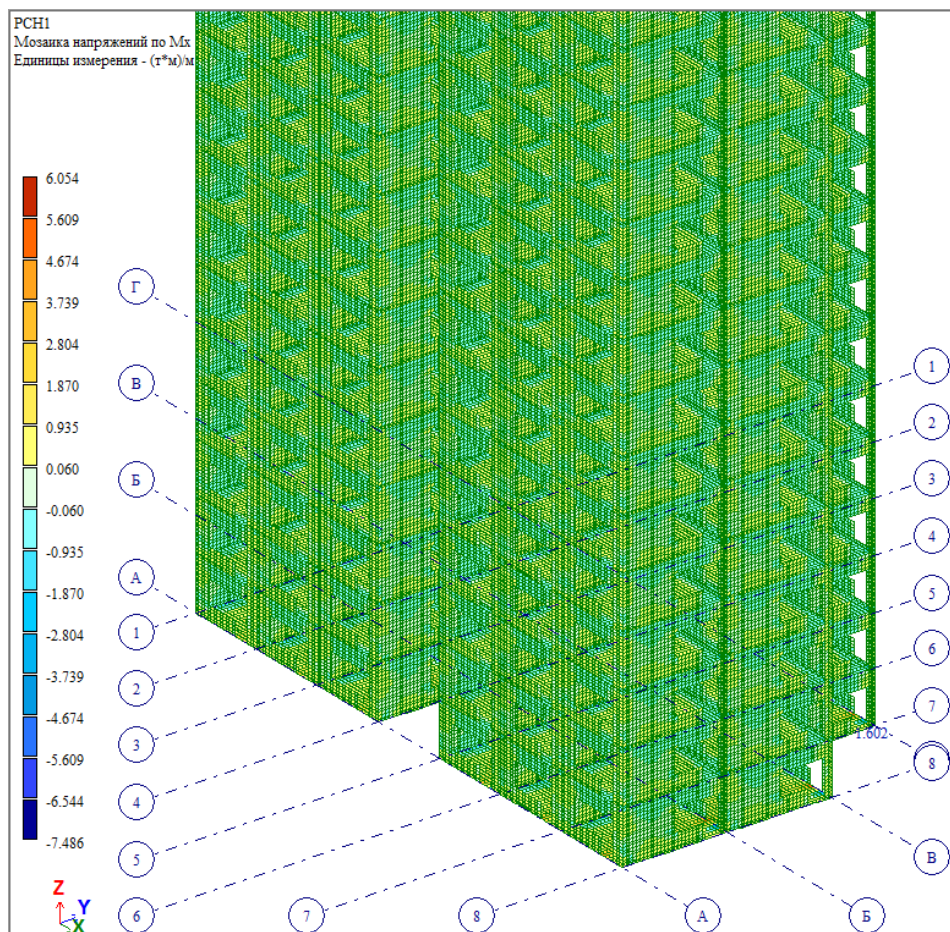
Модель 2 (с суперэлементами). Вертикальные перемещения узлов перекрытия на отм. 75.600 (узел А выделен красным). Суперэлементы свёрнуты.



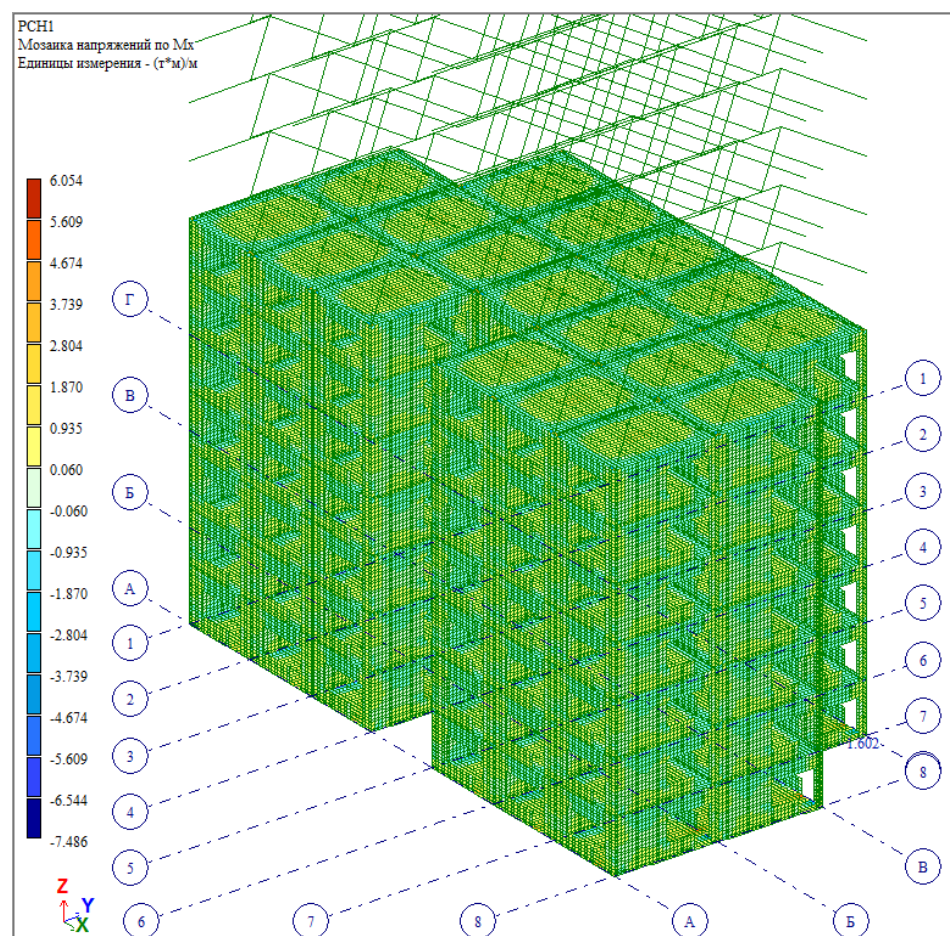
Модель 1 (без суперэлементов). Напряжения Nx в стене (в элементе Б значение подписано).



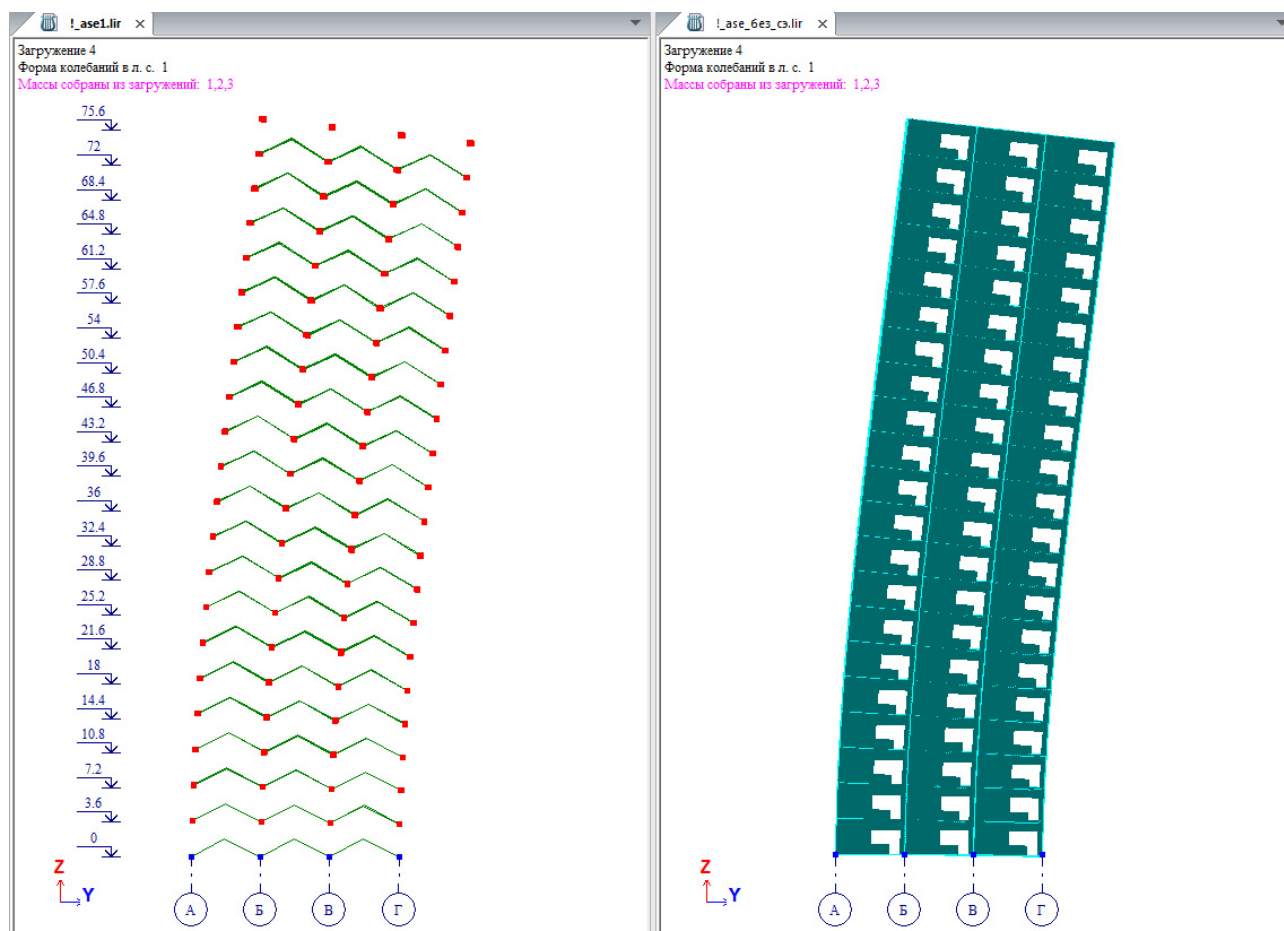
Модель 2 (с суперэлементами). Напряжения Nx в стене (в элементе Б значение подписано). Часть верхних суперэлементов свернута.



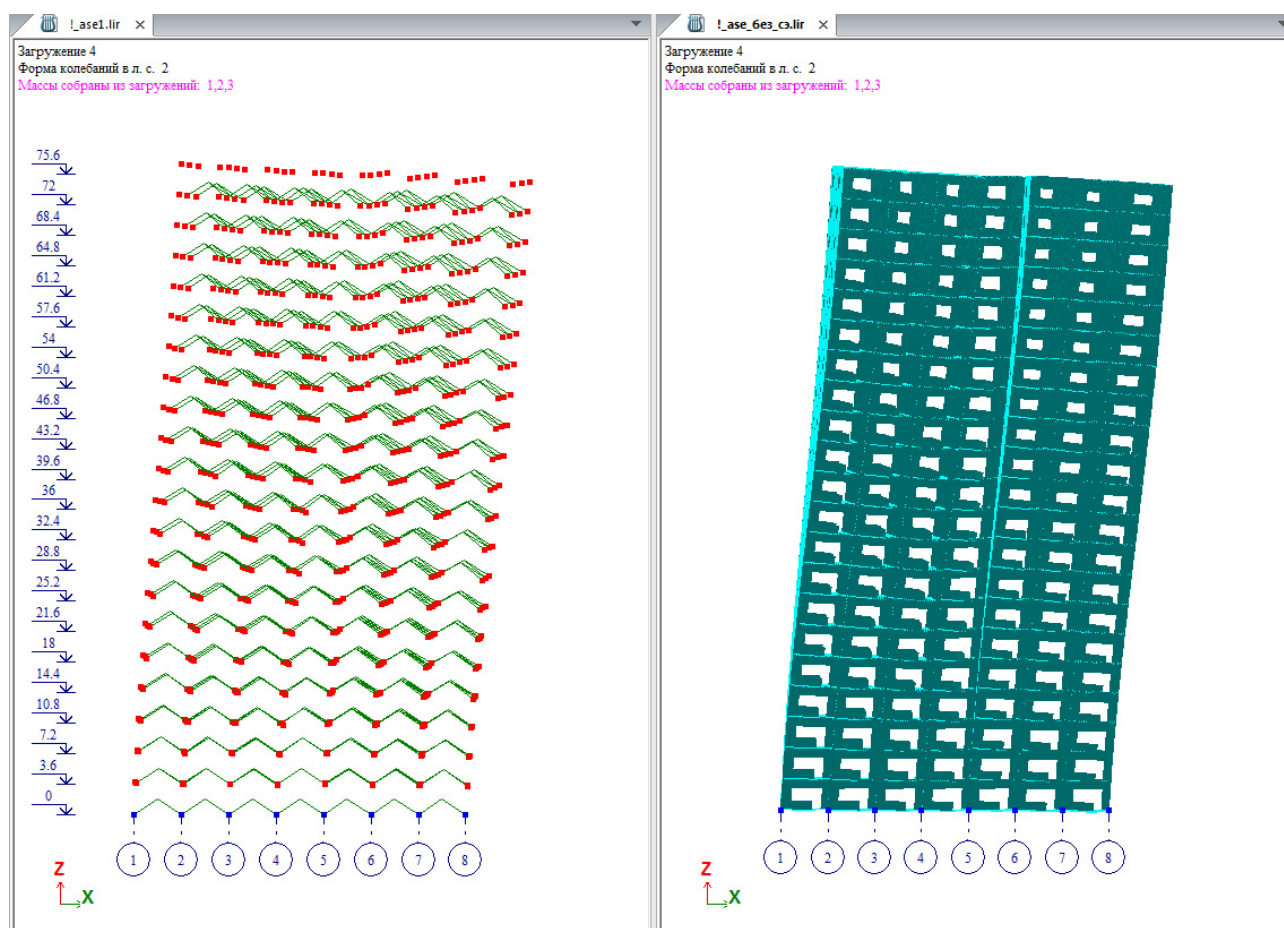
Модель 1 (без суперэлементов). Напряжения Mx в стене (в элементе Б значение подписано).



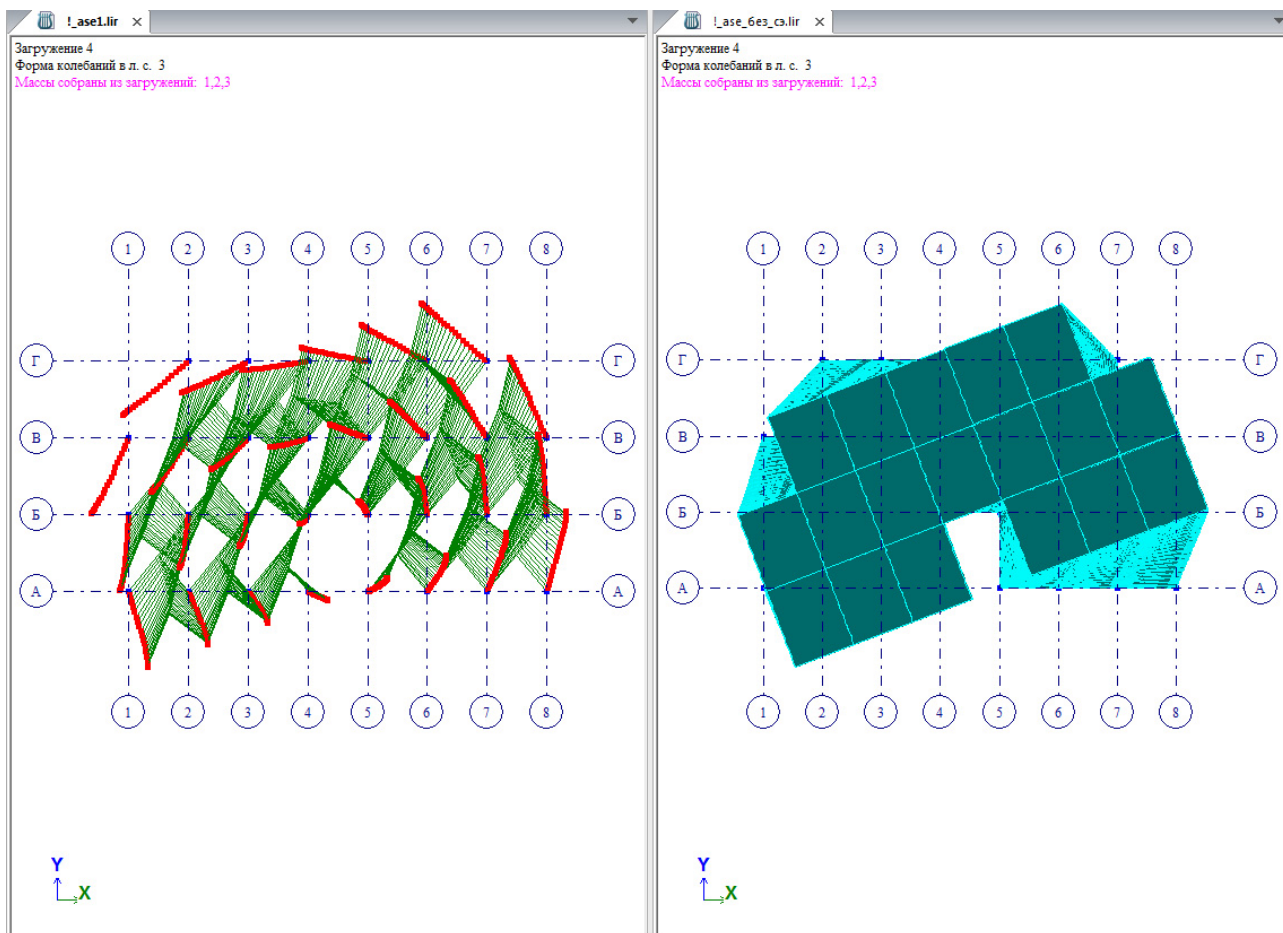
Модель 2 (с суперэлементами). Напряжения Mx в стене (в элементе Б значение подписано). Часть верхних суперэлементов свернута.



Модель 2 (с суперэлементами) слева (суперэлементы свёрнуты) и модель 1 (без суперэлементов) справа. Форма колебания №1.



Модель 2 (с суперэлементами) слева (суперэлементы свёрнуты) и модель 1 (без суперэлементов) справа. Форма колебания №2.



Модель 2 (с суперэлементами) слева (суперэлементы свёрнуты) и модель 1 (без суперэлементов) справа. Форма колебания №3.

Таблица периодов колебаний по результатам модального анализа для модели 1 (без СЭ)

N п/п	Собств. знач.	Рад/с.	Гц.	Периоды	Коэф. распр.	Масса	Сумма масс
1	0.51979	1.923853	0.306346	3.264283	47.626366	20.88692	20.88692
2	0.440186	2.271767	0.361746	2.764369	49.356556	22.432062	43.318981
3	0.30145	3.317301	0.528233	1.893105	-10.181517	0.954563	44.273544
4	0.13947	7.170014	1.141722	0.87587	-25.427322	5.953615	50.227159
5	0.125342	7.978185	1.270412	0.787146	29.051418	7.771667	57.998826
6	0.098481	10.15421	1.616912	0.618463	5.030862	0.233058	58.231884
7	0.09462	10.568554	1.682891	0.594216	52.732281	25.605462	83.837346
8	0.073207	13.659962	2.175153	0.459738	11.439314	1.204979	85.042325
9	0.063776	15.679768	2.496778	0.400516	-6.198138	0.353754	85.39608
10	0.059851	16.708291	2.660556	0.375861	13.93762	1.788779	87.184859
11	0.054674	18.290096	2.912436	0.343355	3.206913	0.094701	87.27956

Таблица периодов колебаний по результатам модального анализа для модели 2 (с СЭ)

N п/п	Собств. знач.	Рад/с.	Гц.	Периоды	Коэф. распр.	Масса	Сумма масс
1	0.523319	1.910879	0.30428	3.286446	48.979831	22.563508	22.563508
2	0.453888	2.203188	0.350826	2.850415	49.748847	23.277595	45.841103
3	0.304586	3.283146	0.522794	1.912799	-13.995267	1.84219	47.683293
4	0.142563	7.014463	1.116953	0.895293	23.373812	5.138439	52.821732
5	0.126544	7.902405	1.258345	0.794695	-24.628056	5.704694	58.526425
6	0.101544	9.847902	1.568137	0.637699	-4.799238	0.216629	58.743054
7	0.092247	10.840463	1.726188	0.579311	55.301142	28.763403	87.506457
8	0.074062	13.502223	2.150035	0.465109	11.095844	1.157958	88.664415
9	0.062661	15.958943	2.541233	0.39351	-0.704454	0.004667	88.669083
10	0.059715	16.746128	2.666581	0.375012	13.727784	1.772446	90.441528

Сводная таблица сравнения моделей

Величина	без суперэлементов	с суперэлементами	Погрешность, %
Перемещения в точке А по оси z, мм	107.905	107.905	0.000
Напряжения в элементе Б $N_x, \text{т/м}^2$	-2008.688	-2008.688	0.000
Напряжения в элементе Б $M_x, (\text{т*м})/\text{м}$	1.602	1.602	0.000
Период колебания форма 1, с	3.264283	3.286446	0.679
Период колебания форма 2, с	2.764369	2.850415	3.113
Период колебания форма 3, с	1.893105	1.912799	1.040
Период колебания форма 4, с	0.87587	0.895293	2.218

Время расчета (статика+динамика) модели 1 (без суперэлементов) составило 16 минут, время расчета модели 2 (с суперэлементами) составило 1 минуту (Характеристики процессора (Pentium Core i5 (8 ядер), частота 3.6 GHz, оперативная память 16 GB, жесткий диск SSD).

Выводы:

Сравнение результатов расчета показывает, что перемещения и напряжения от статических нагрузок в обеих задачах абсолютно совпадают, что свидетельствует о правильности реализованного в ПК ЛИРА-САПР метода суперэлементов.

Разница, полученная в результатах модального анализа, объясняется тем, что собственные значения внутри суперэлемента в ПК ЛИРА-САПР не определяются. Поэтому при выделении фрагментов схемы в суперэлементы нужно быть аккуратным: производить выделение суперэлементов таким образом, чтобы значительно не смещался их центр масс и интересующие фрагменты конструкции, колебания которых нужно получить, не попадали внутрь суперэлемента. Такой подход к реализации суперэлементов можно использовать как дополнительную функцию – внутрь суперэлементов «прятать» гибкие конструкции, колебания которых дают формы с низшими частотами, и не позволяют «добраться» до колебаний основного каркаса сооружения.

Сравнение времени расчета показывает, что использование метода суперэлементов дает значительный выигрыш времени.

Тест 1.3 Верификация нагрузки «заданное смещение»

Цель: Проверить правильность расчета фрагмента плиты на заданное смещение.

Программа проведения теста: Рассчитать фрагмент плиты на заданное перемещение и сравнить с результатами расчета плиты, которая является частью целого здания.

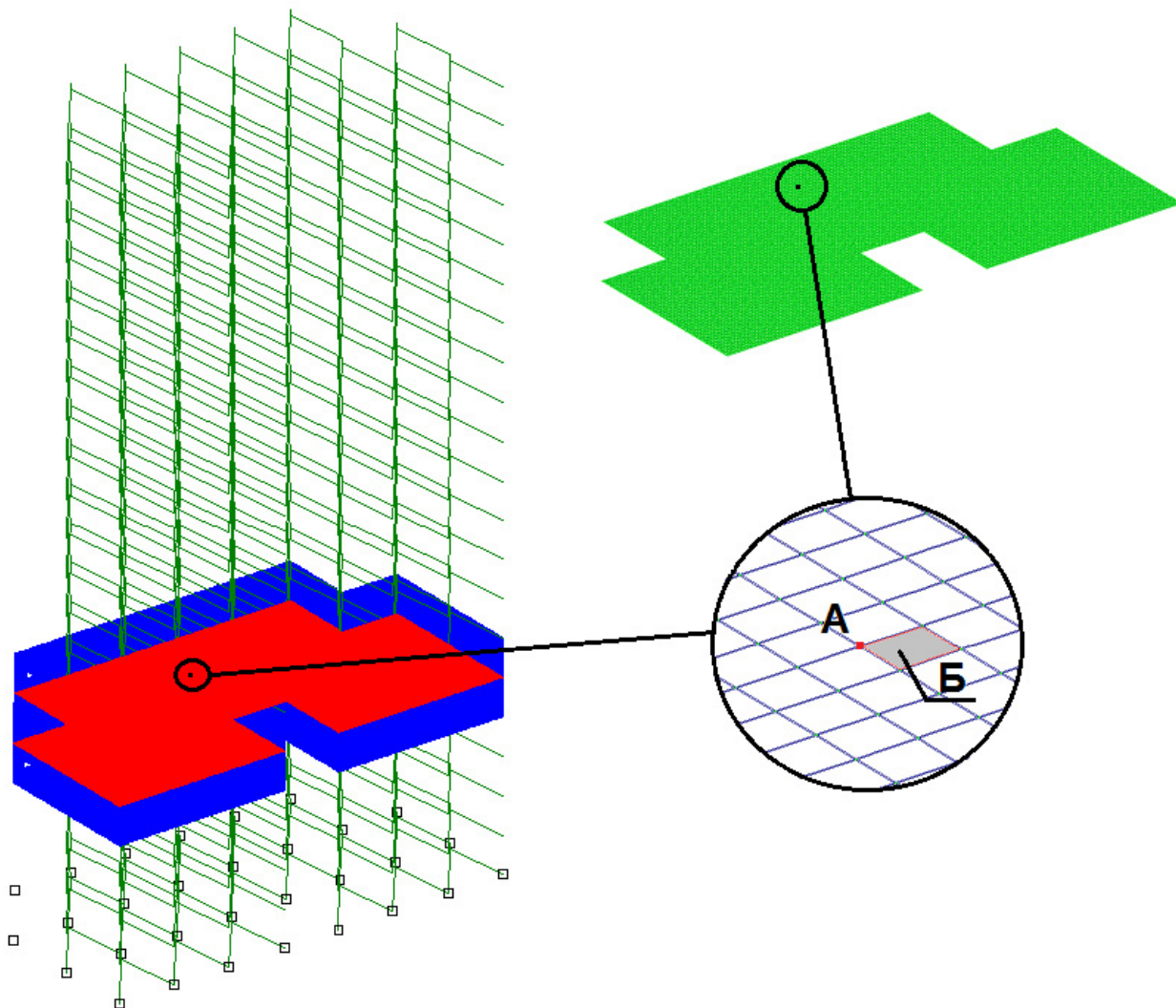


Схема рассчитываемого здания:

Схема здания из суперэлементов с плитой перекрытия и отдельная плита перекрытия рассчитываемая на заданное смещение.

Характеристика материала: $E = 3.0 \times 10^6 \text{ т/м}^2$, $\nu = 0.2$, $R_0 = 3 \text{ м}$

Граничные условия: смоделированное упругое основание с использованием одноузловых конечных элементов $R_z = 10000 \text{ т/м}^2$.

Нагрузки:

Загрузка 1 – равномерно распределенная нагрузка на все элементы 0.3 т/м^2 ;

Загрузка 2 – равномерно распределенная нагрузкой на горизонтальные элементы 0.2 т/м^2 ;

Загрузка 3 – равномерно распределенная нагрузка на горизонтальные элементы 0.12 т/м^2 .

Примечание:

Для построения первой схемы использованы КЭ 41 - универсальный прямоугольный элемент оболочки, КЭ 56 - Одноузловой КЭ упругих связей и суперэлементы.

Количество элементов: 249136

Количество суперэлементов: 342

Количество узлов: 250233

Для построения второй схемы использованы КЭ 41 - универсальный прямоугольный элемент оболочки.

Количество элементов: 378

Количество узлов: 660

Выполняется два расчета. Первый расчет выполняется для всего здания в целом. Во втором расчете рассматривается только элемент плиты. Для того что бы расчет был корректным, в местах перегородок заданы усилия и моменты, моделирующие выше и нижестоящие этажи. Данный расчет называется – расчет на заданное смещение. Сравниваются результаты перемещения точки А и напряжения в точке Б.

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА:

Величина	Все здание	Плита с заданными смещениями	Погрешность, %
Перемещения в точке А ось z, мм	130.16	130.16	0.000
Напряжения в элементе Б $N_x, \text{т/м}^2$	84.790	84.790	0.000

Выводы: Сравнение результатов расчета показывает, что перемещения и напряжения в обоих задачах абсолютно совпадают, что свидетельствует о правильности реализованного в ПК ЛИРА-САПР метода расчета на заданное смещение.

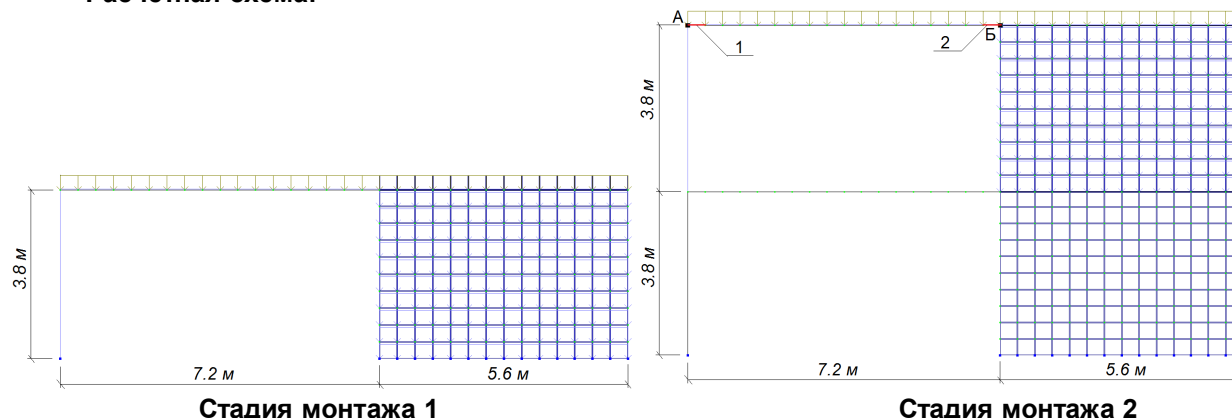
Раздел 2: Тесты, предоставленные экспертом д.т.н. проф. В.А. Алмазовым

Тест 2.1 Внутренняя верификация системы Монтаж (стадии монтажа)

Цель: Проверить правильность моделирования нелинейных нагрузжений в системе МОНТАЖ и стадии монтажа.

Программа проведения теста: Рассчитать двухъярусную ЖБ раму с помощью системы Монтаж с применением двух стадий монтажа и сравнить результаты с несколькими расчетами с учетом позадийности возведения. Сравнить результаты перемещения А и Б и усилия в прилегающих КЭ 1 и 2.

Расчетная схема:



Характеристика материала: $E = 3.0 \times 10^6 \text{ т/м}^2$, $\nu=0.2$, $R_0=2.5 \text{ т/м}^3$
(собственный вес собирается автоматически с коэф. = 1)

Геометрические характеристики:

сечение балок: 40х60 (h) см;

сечение колонн: 40х40 см;

толщина стен: 30 см.

Граничные условия: шарнирное закрепление всех опорных узлов.

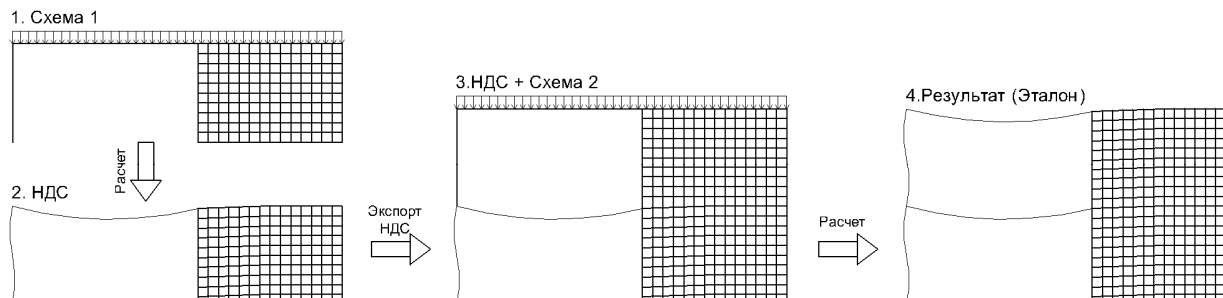
Нагрузки: собственный вес, равномерно распределенная нагрузка на балки $q = 8 \text{ т/м}^2$.

Примечание:

Для построения схемы использованы КЭ 10 - универсальный пространственный стержневой элемент.

Для решения нелинейной задачи в системе Монтаж организован шаговый процесс (кол-во шагов=1, минимальное число итераций: 1 и 2 загрузки =300). В первом загрузке моделируются элементы и нагрузки первого этажа. Во втором загрузке моделируются элементы и нагрузки второго этажа.

Во втором методе (эталонном) производится расчет двух задач. В первой задаче производится расчет одноярусной рамы. Далее схема напряженно деформированного состояния рамы экспортируется во вторую задачу и добавляется второй ярус рамы на уже деформированную схему из первой задачи. Во второй задаче, нагрузки применяются только ко второму ярусу, тем самым повторяется процесс монтажа в системе Монтаж. Результаты перемещений и усилий второй задачи служат эталоном для проверки системы Монтаж.



Количество узлов: 352.

Количество элементов: 386.

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА:

Параметр	Точки и элементы	Расчет методом монтажа	Несколько расчетов с учетом позадийности возведения (Эталон)	Отклонение, %
Перемещение по оси z, мм	А	-0.463	-0.445	3.888
	Б	-0.622	-0.624	0.321
Напряжения N, т	1	-5.531	-5.533	0.036
	2	-5.531	-5.533	0.036

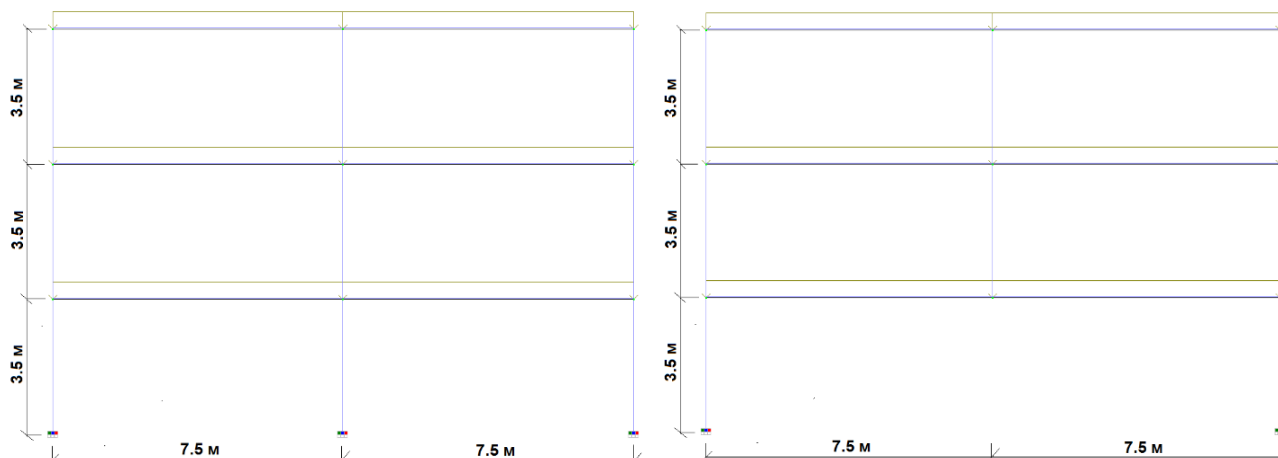
Выводы: Сравнение результатов расчета показывает, что **перемещения и усилия** в обеих задачах совпадают, что свидетельствует о правильности реализованного в ПК ЛИРА-САПР моделирования нелинейных задач в системе монтаж.

Тест 2.2 Внутренняя верификация системы Монтаж (стадии демонтажа)

Цель: Проверить правильность моделирования нелинейных загрузок в системе МОНТАЖ и стадии демонтажа.

Программа проведения теста: Рассчитать трехъярусную ЖБ раму с помощью системы Монтаж с применением стадии демонтажа и сравнить результаты с несколькими расчетами с учетом постадийности демонтажа. Сравнить результаты перемещения в точке А.

Расчетная схема:



Стадия монтажа

Стадия демонтажа

Характеристика материала: $E = 3.0 \times 10^6 \text{ т/м}^2$, $R_0 = 2.5 \text{ т/м}^3$
(собственный вес собирается автоматически с коэф. = 1)

Геометрические характеристики:

Сечение балок: 40x60 (h) см

Сечение колонн: 40x40 см.

Граничные условия: Шарнирное закрепление всех опорных узлов.

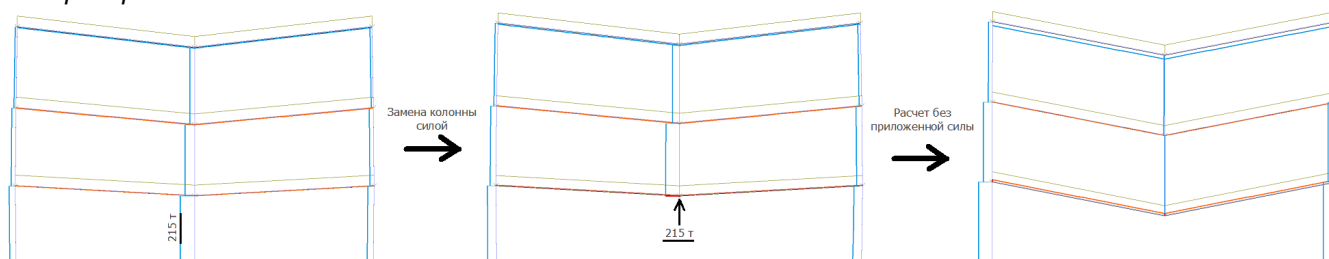
Нагрузки: собственный вес и равномерно распределенная нагрузка на балки $q = 8 \text{ т/м}^2$.

Примечание:

Для построения схемы использованы КЭ 10 - универсальный пространственный стержневой элемент.

Для решения нелинейной задачи в системе Монтаж организован шаговый процесс (кол-во шагов=1, минимальное число итераций: 1 и 2 загрузения =300). В первом загрузении моделируются элементы и нагрузки для всей конструкции. Во втором загрузении выполняется демонтаж центральной колонны первого этажа.

Во втором методе (эталонном) производился расчет двух задач. В первой задаче производился расчет всей конструкции. Далее определяется усилие в центральной колонне первого этажа. Усилие передается во вторую задачу в виде нагрузки (силы) вместо центральной колонны первого этажа. Таким образом, сила заменяет колонну. Расчет второй задачи выполняется с двумя загрузениями. В первом загрузении присутствует сила, а во втором она убирается. Таким образом моделируется демонтаж. Результаты перемещений служат эталоном для проверки системы монтаж.



Количество узлов:12. Количество элементов:15.

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА:

Параметр	Точка	Расчет методом монтажа	Несколько расчетов с учетом постадийности демонтажа (Эталон)	Отклонение, %
Перемещение по оси z, мм	А	-89.225	-89.225	0.000

Выводы: Сравнение результатов расчета показывает, что **перемещения** обеих задачах идеально совпадают, что свидетельствует о правильности реализованного в ПК ЛИРА-САПР моделирования нелинейных задач в системе монтаж.

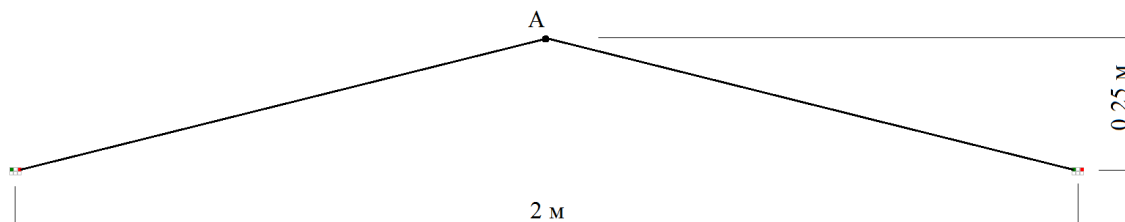
Раздел 3: Тесты, предоставленные экспертом д.т.н. проф. А. И. Лантух-Лященко

Тест 3.1 Геометрическая нелинейность

Цель: Проверить правильность расчета задачи в геометрической нелинейной постановке.

Программа проведения теста: рассчитать трехшарнирную арку в геометрически нелинейной постановке и сравнить результаты перемещения точки А с аналитическим решением.

Расчетная схема:



Характеристика материала: $EF=1000 \text{ т}$.

Граничные условия: Опоры арки шарнирно неподвижны ($u_x=0$, $u_z=0$).

Нагрузки: сосредоточенная нагрузка, направленная против оси z в точке А, $P=5 \text{ т}$.

Примечание:

Для построения схемы использован КЭ-310 - универсальный геометрически нелинейный пространственный стержневой КЭ.

Количество узлов: 3.

Количество элементов: 2.

Для построения нелинейной задачи использовался шаговый метод.

Количество шагов – 100.

Количество итераций – 300.

Сравниваются перемещения точки А по оси z , с аналитическим решением.

Аналитическое решение:

Из условия равновесия системы $2 \cdot N \cdot \sin(\alpha) = P$, где угол

$$\sin(\alpha) = \frac{z-w}{\sqrt{l^2 + (z-w)^2}};$$

и закона Гука для сжатого стержня

$$N = EF \cdot \varepsilon,$$

где относительная деформация

$$\varepsilon = \frac{\sqrt{l^2 + (z-w)^2} - \sqrt{l^2 + z^2}}{\sqrt{l^2 + (z-w)^2}},$$

составляем уравнение

$$P - 2 \cdot EF \cdot \frac{\sqrt{l^2 + z^2} - \sqrt{l^2 + (z-w)^2}}{l^2 + (z-w)^2} \cdot (z-w) = 0;$$

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА:

Величина	Аналитическое решение	Геометрическая нелинейность в ЛИРА-САПР	Погрешность, %
Перемещения точки А по оси z , м	0.06653	0.06764	0.01668

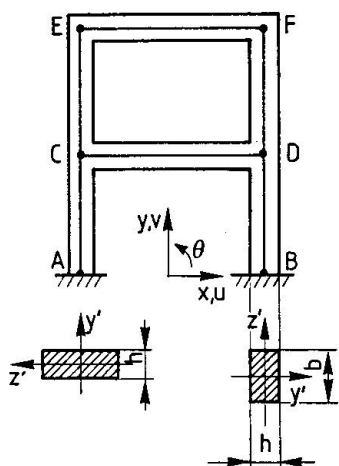
Выводы: сравнение результатов расчета показывает, что **перемещения** в обеих задачах практически совпадают, что свидетельствует о правильности реализованного в ПК ЛИРА-САПР шагового метода для геометрически нелинейных задач (для сравнения: при расчете в линейной постановке перемещение конькового узла составляет всего 43.8 мм, тогда как в геомнелинейной постановке перемещение в полтора раза выше – 67,6 мм).

Тест 3.2 Собственные формы колебаний

Цель: рассчитать конструкцию на динамическое воздействие

Программа проведения теста: рассчитывается рамная конструкция на динамические воздействия и сравнивается с результатами аналитического решения представленными в книге J. Piranda, Ecole Nationale Supérieure de Mécanique et Micromécanique, Laboratoire de Mécanique appliquée, Cours et travaux dirigés de vibrations des structures. Option Mécanique, Bézangon, 1983.

Расчетная схема:



Прямоугольное поперечное сечение:

толщина: $h = 0.0048 \text{ м}$

ширина: $b = 0.029 \text{ м}$

площадь: $A = 1.392 \times 10^{-4} \text{ м}^2$

момент инерции: $I_z = 2.673 \times 10^{-10} \text{ м}^4$

Координаты точек, м

	A	B	C	D	E	F
x	-0.30	0.30	-0.30	0.30	-0.30	0.30
y	0	0	0.36	0.36	0.81	0.81

Характеристика материала: $E = 2.1 \times 10^{11} \text{ Па}$, $\nu = 0.3$, $\rho = 7800 \text{ кг/м}^3$.

Граничные условия: Точки A и B зашце́млены.

Нагрузки: Для модального анализа.

Примечание:

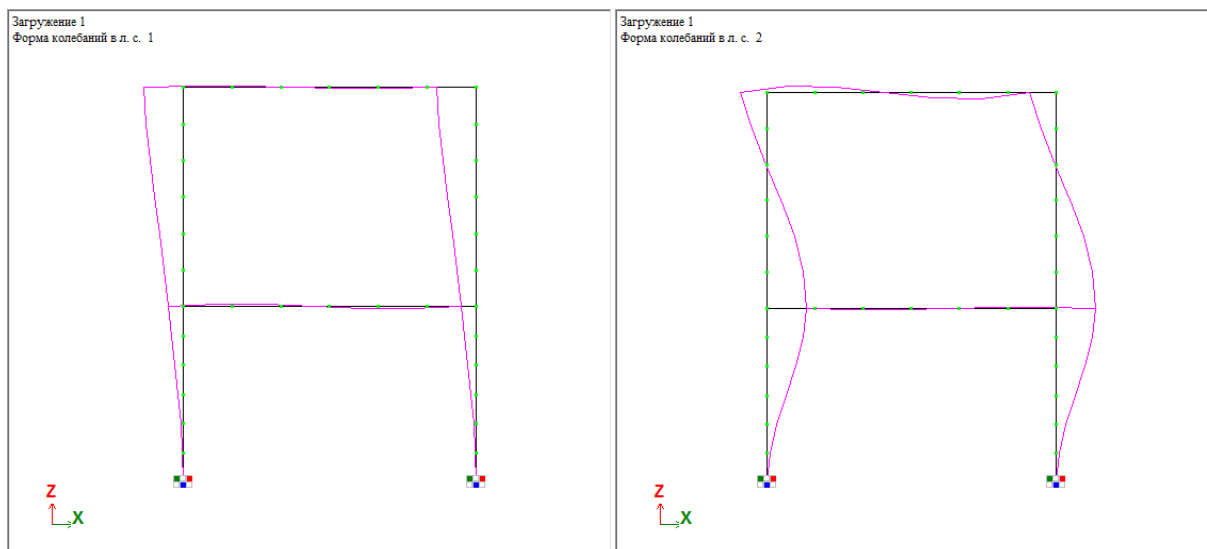
Для построения схемы использован КЭ 2 – КЭ плоской рамы.

Количество узлов: 36.

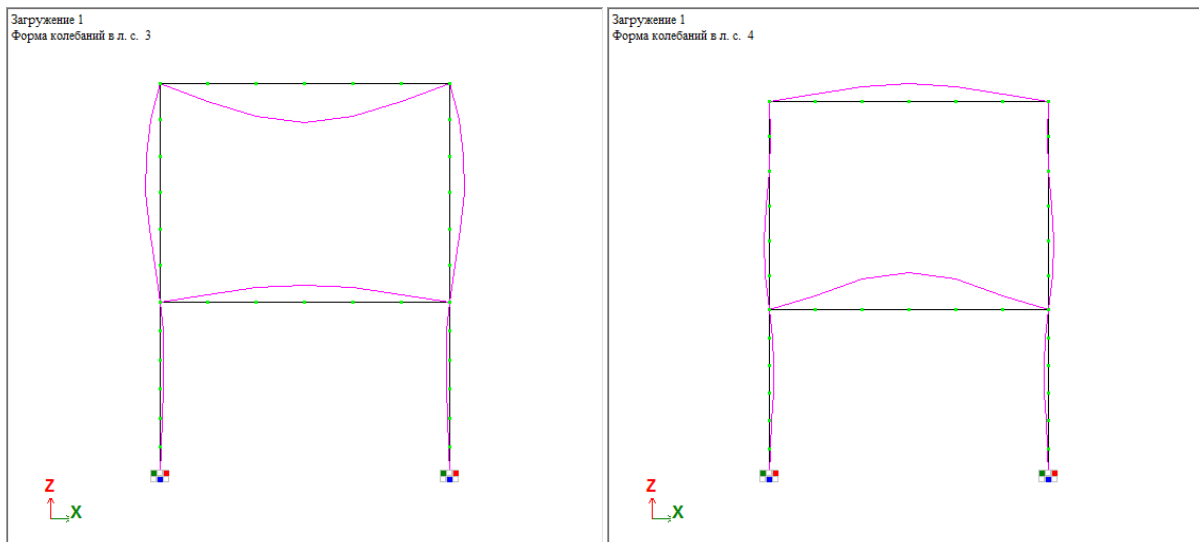
Количество элементов: 36.

Для построение задачи используется расчет на динамические воздействия. В качестве воздействия применяется модальный анализ. Количество учитываемых форм колебаний – 16.

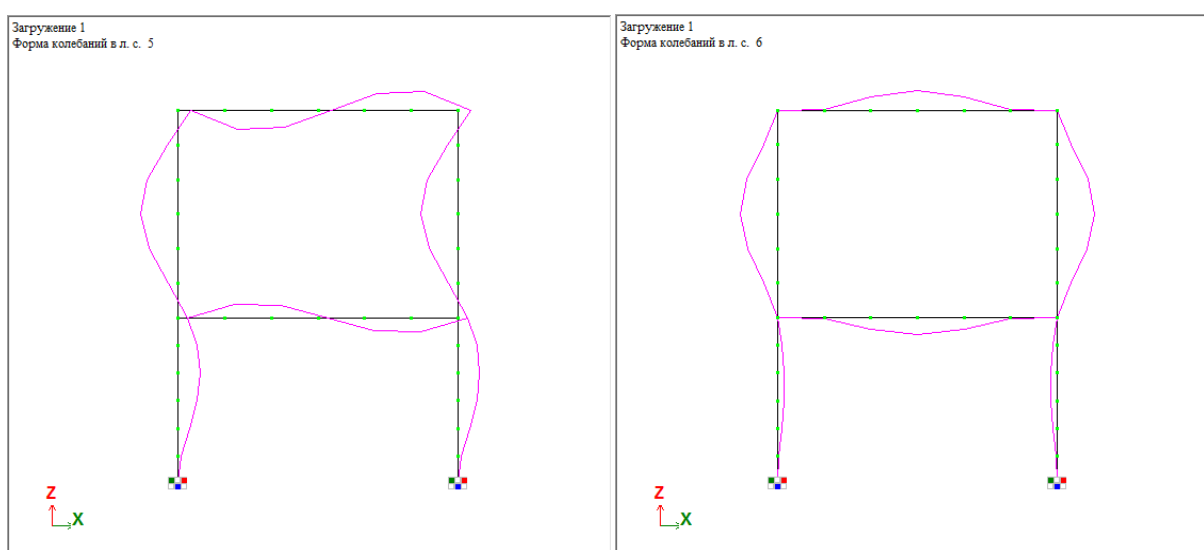
РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА:



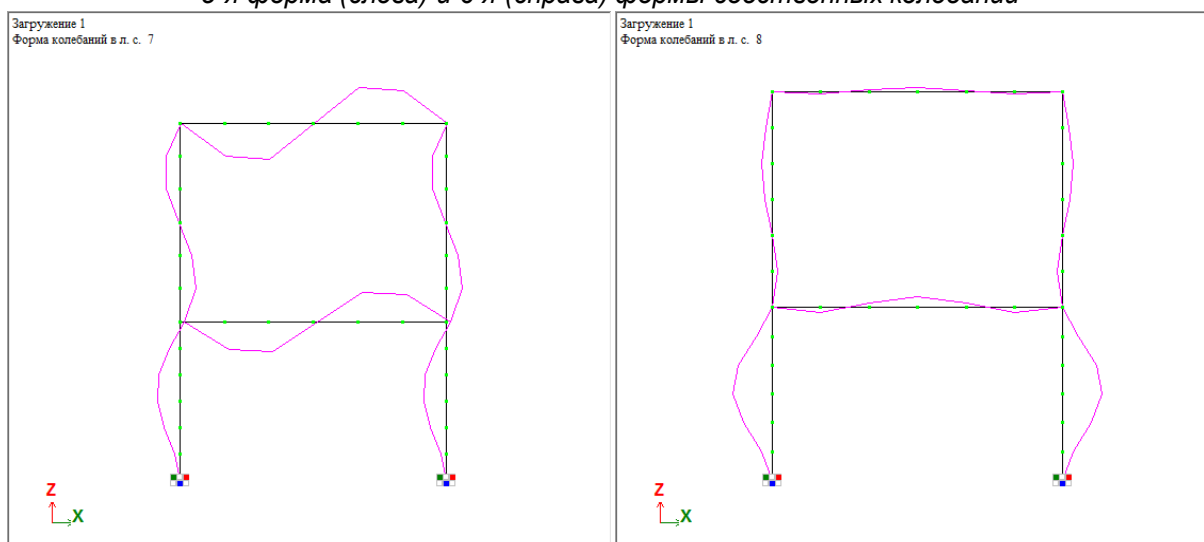
1-я форма (слева) и 2-я (справа) формы собственных колебаний



3-я форма (слева) и 4-я (справа) формы собственных колебаний

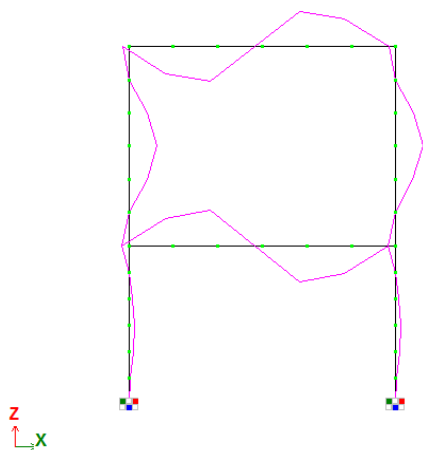


5-я форма (слева) и 6-я (справа) формы собственных колебаний

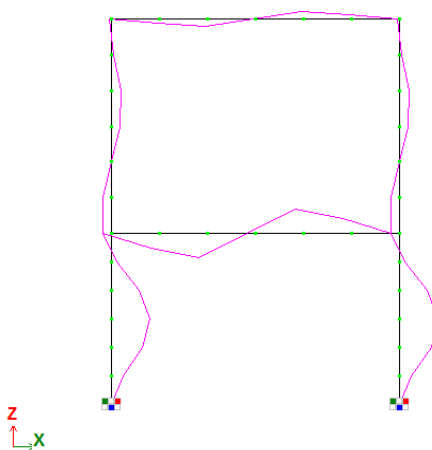


7-я форма (слева) и 8-я (справа) формы собственных колебаний

Загружение 1
Форма колебаний в л. с. 9

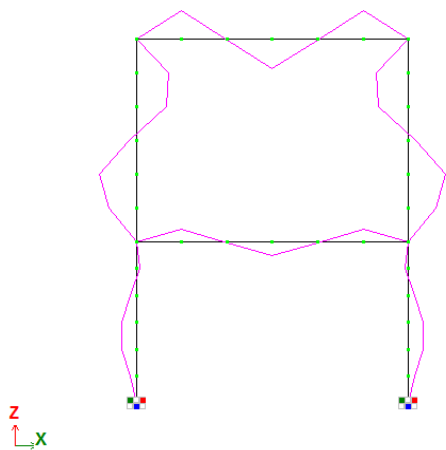


Загружение 1
Форма колебаний в л. с. 10

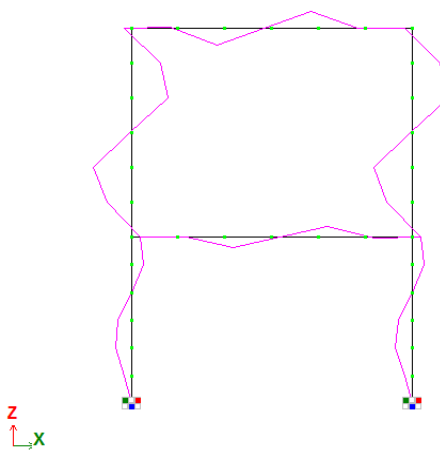


9-я форма (слева) и 10-я (справа) формы собственных колебаний

Загружение 1
Форма колебаний в л. с. 11

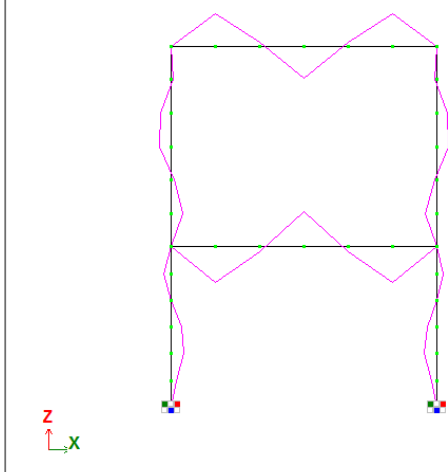


Загружение 1
Форма колебаний в л. с. 12

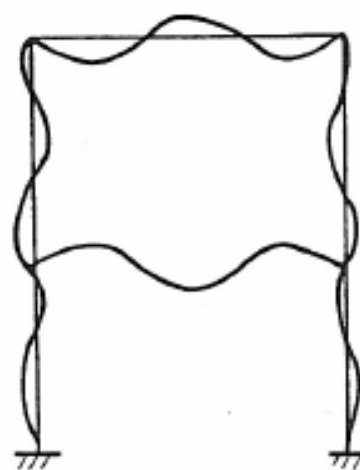


11-я форма (слева) и 12-я (справа) формы собственных колебаний

Загружение 1
Форма колебаний в л. с. 13



Déformée du mode 13



13-я форма собственных колебаний.

Слева – полученная в ПК ЛИРА-САПР, справа – аналитическое решение
(13-я форма колебаний отображается в противофазе по сравнению с аналитическим решением)

Сравнение результатов расчета:

Порядок формы	Частота, Гц		Погрешность, %
	Аналитическое решение	Результаты расчета (ЛИРА)	
1	8,8	8,778	0,25
2	29,4	29,408	0,03
3	43,8	43,837	0,08
4	56,3	56,275	0,04
5	96,2	95,825	0,4
6	102,6	102,704	0,1
7	147,1	146,818	0,19
8	174,8	175,008	0,12
9	178,8	178,464	0,19
10	206	205,972	0,01
11	266,4	265,992	0,15
12	320	318,674	0,41
13	335	330,102	1,46

Выводы: Сравнение результатов расчета показывает, что результаты расчета на динамическое воздействие обоих задач практически совпадают, что свидетельствует о правильности реализованного в ПК ЛИРА-САПР метода расчета на динамические нагрузки.

Раздел 4: Дополнительные верификационные тесты, рекомендованные экспертной комиссией.

Тест 4.1 Генетическая нелинейность (история возведения-нагружения)

Цель: геометрически и генетически (монтаж) нелинейный статический расчёт.

Программа проведения теста:

Рассматривается “модельное” 11-этажное прямоугольное в плане здание (рис. 1) – пространственная конструкция из плит перекрытий и покрытия, стен (лестнично-лифтовой блок и чердачный этаж), пилонов и колонн на жестком основании (рис. 2 – рис. 3).

Необходимо определить максимальные вертикальные перемещения z и каркаса и максимальные и минимальные осевые усилия N в колоннах для двух “контрастных” вариантов модели:

1. “Одномоментное” возведение здания;
2. Учёт последовательности возведения каркаса (12 стадий; см. рис. 4 – рис. 8).

Полученные результаты сравниваются с результатами расчета в уже верифицированном ПК ANSYS.

Расчетная схема:

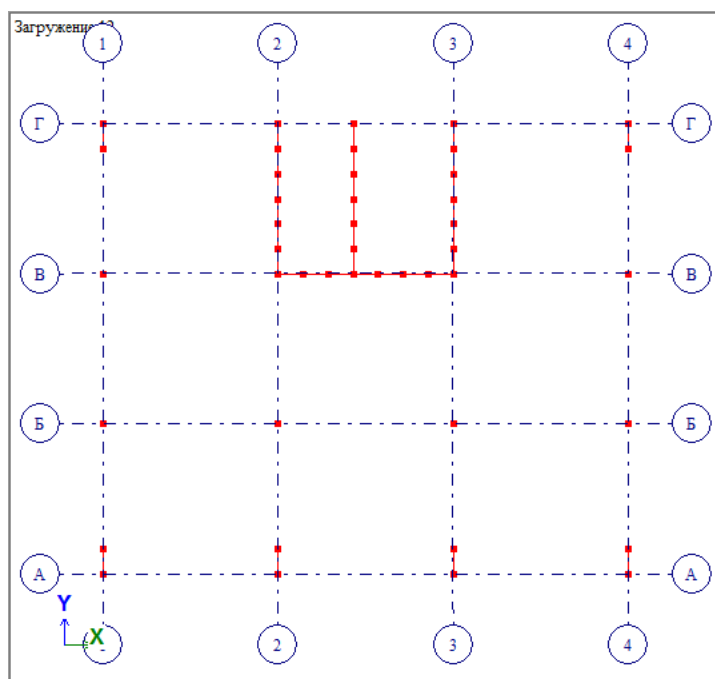


Рисунок 1. План типового этажа

Характеристика материала: $E = 3.0 \cdot 10^6 \text{ т/м}^2$, $\nu = 0.2$, материал конструкций здания обладает изотропными линейно упругими свойствами.

Граничные условия: колонны, пилоны и стены первого этажа жестко защемлены в основании (см. рис. 2 – рис. 3).

Геометрические характеристики:

Высота этажа $H_{\text{эт}}$: 3.0 м.;
Шаг колонн по оси X : 7.0 м.;
Шаг колонн по оси Y : 6.0 м.;
Толщина перекрытий: 0.2 м.;
Толщина стен и пилонов: 0.4 м.;
Ширина пилонов: 1.0 м.;
Сечение колонн: 0.5x0.5 м.

Нагрузки:

К перекрытию возведенного (стадии 1–11) этажа (в том числе и к покрытию) прикладывается вертикальная равномерно распределенная нагрузка величиной $q_1 = 1.5 \text{ т/м}^2$ (см. рис. 4 – рис. 7).

По окончании возведения всего здания (стадия 12) ко всем перекрытиям (в том числе и к покрытию) прикладывается вертикальная равномерно распределенная “полезная” нагрузка величиной $q_2 = 1.0 \text{ т/м}^2$ (см. рис. 8).

В случае “одномоментного” возведения каркаса все нагрузки прикладываются одновременно.

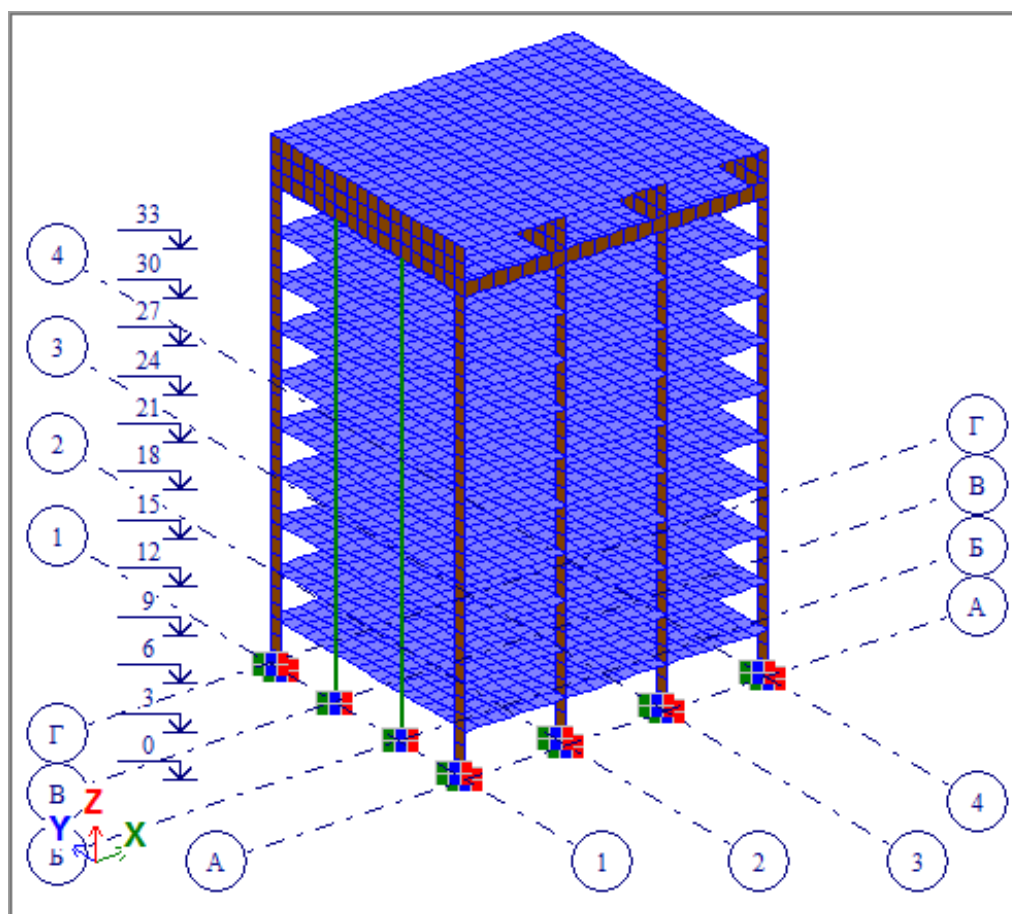


Рисунок 2-а. Изометрия модели здания с указанием закреплений и нагрузок

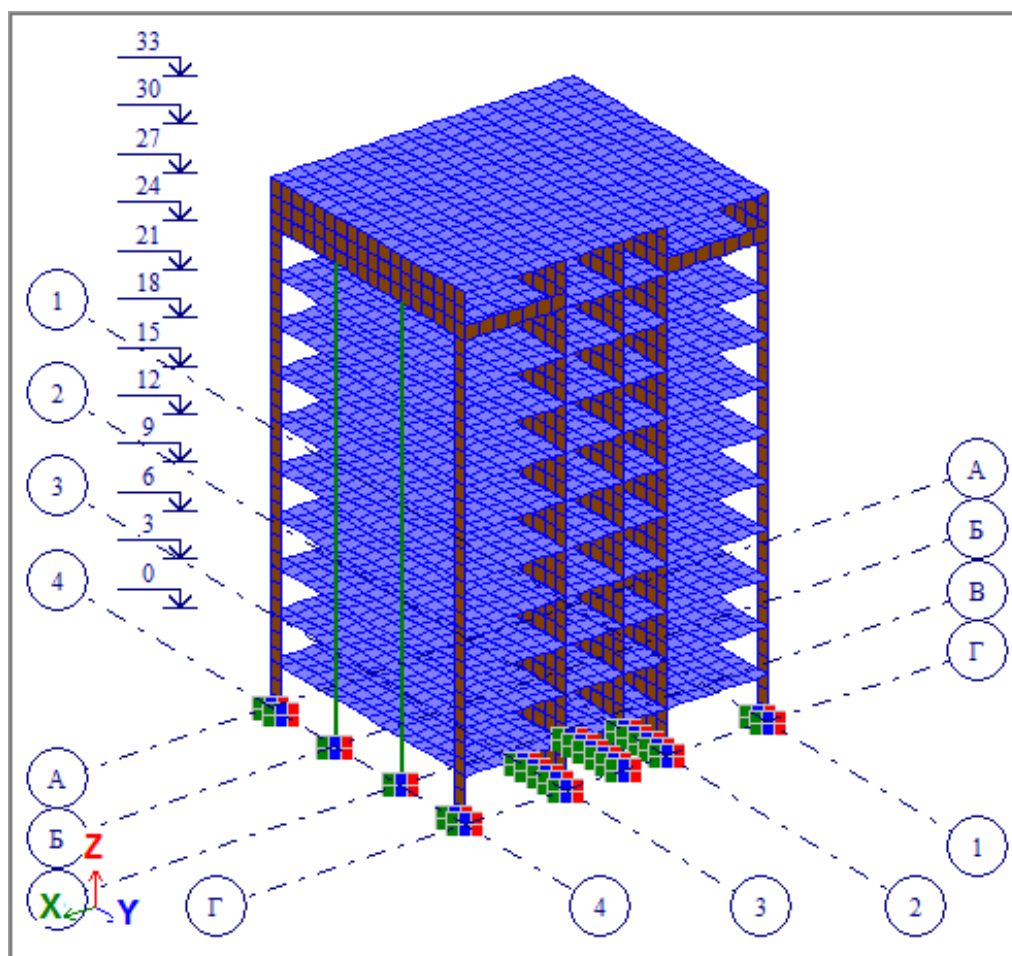


Рисунок 2-б. Изометрия модели здания с указанием закреплений и нагрузок (вид с противоположной стороны)

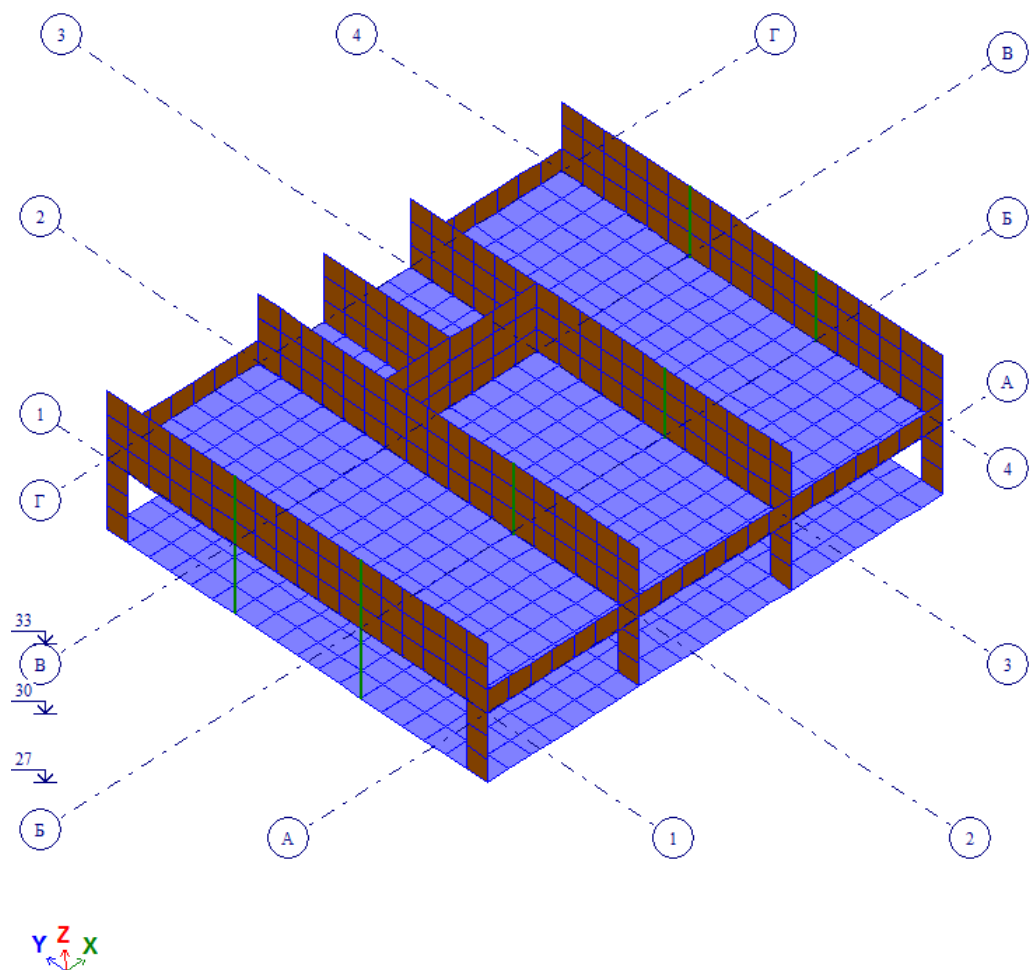


Рисунок 2-в. Стены технического этажа.

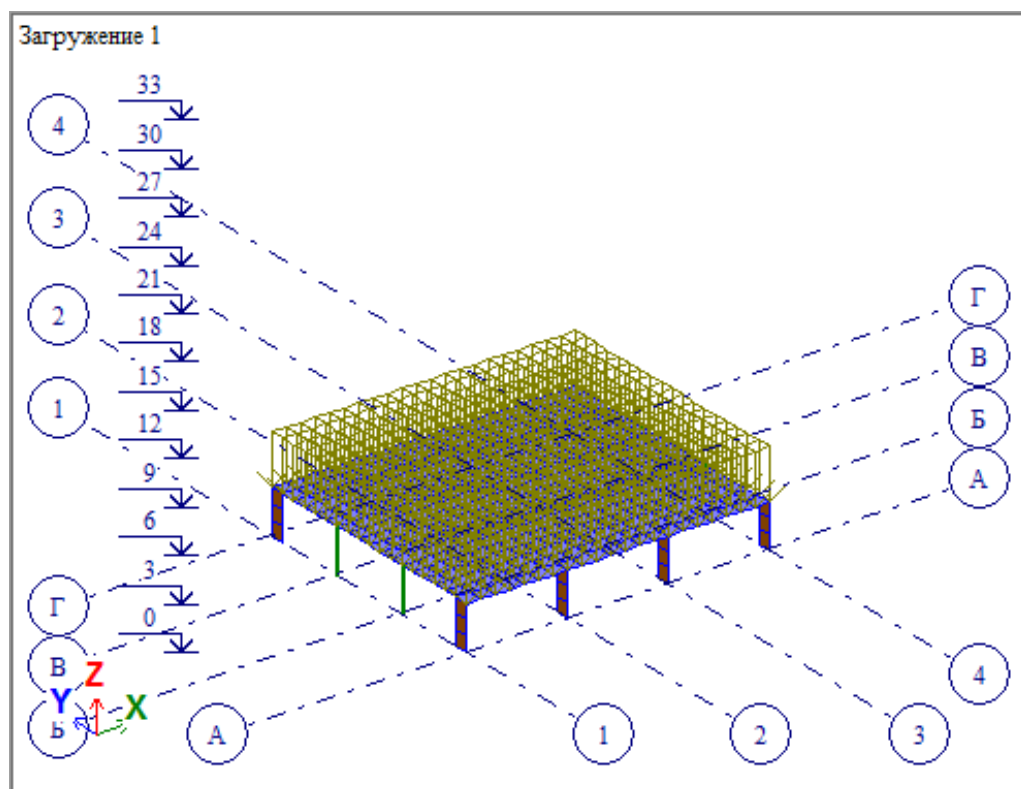


Рисунок 4. 1-я стадия возведения каркаса (1-й этаж)

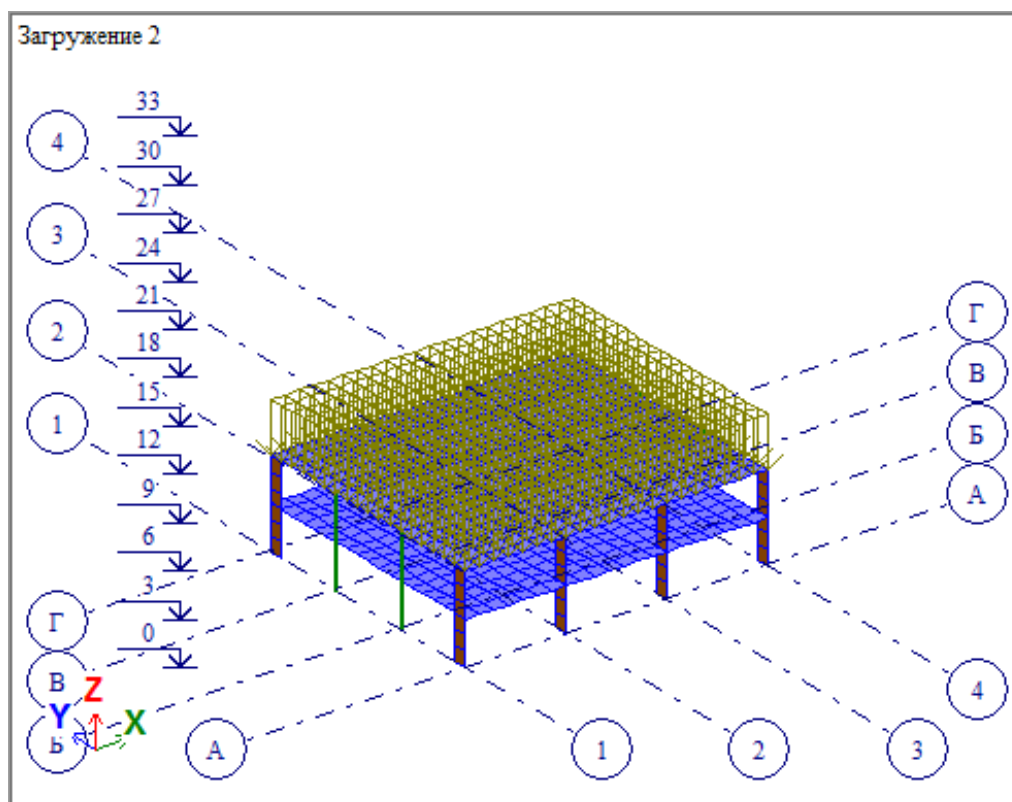


Рисунок 5. 2-я стадия возведения каркаса (2-й этаж)

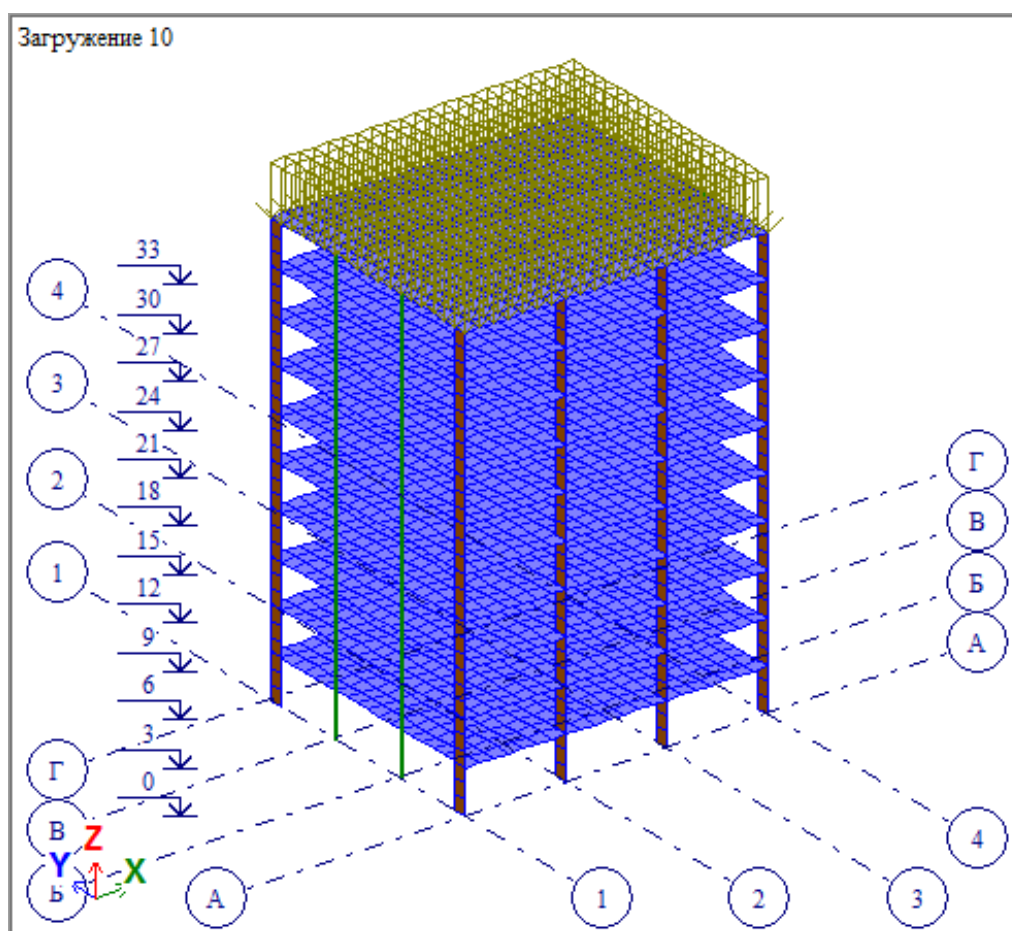


Рисунок 6. 10-я стадия возведения каркаса (10-й этаж)

Загрузка 11

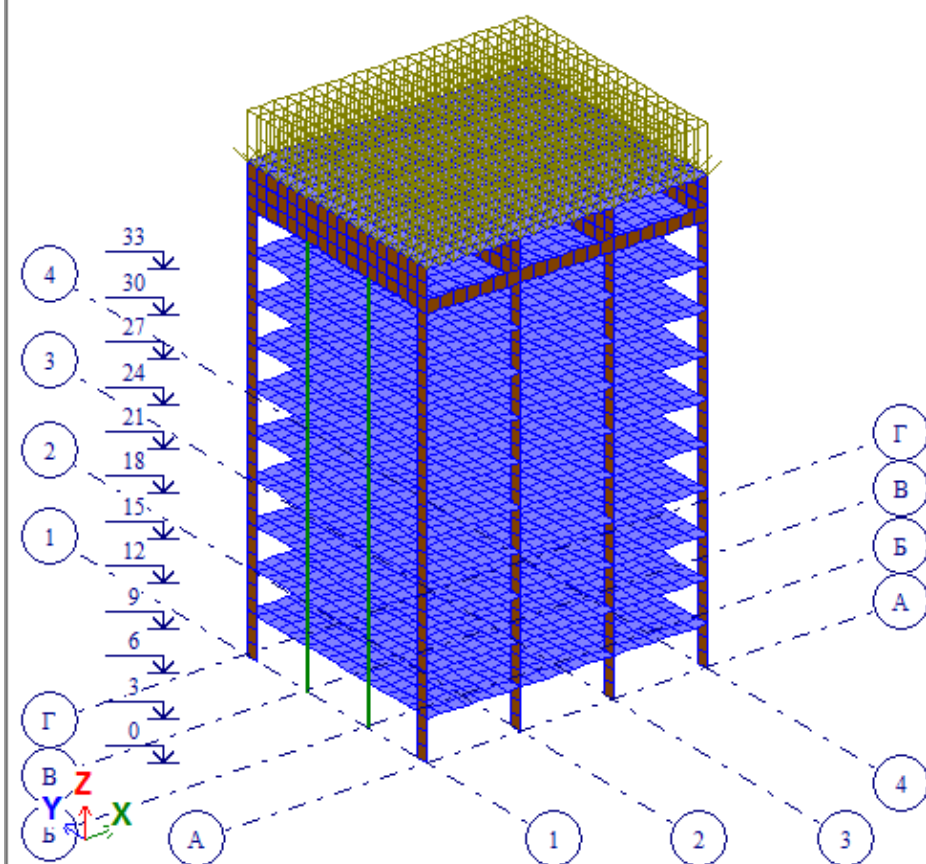


Рисунок 7. 11-я стадия возведения каркаса (11-й этаж)

Загрузка 12

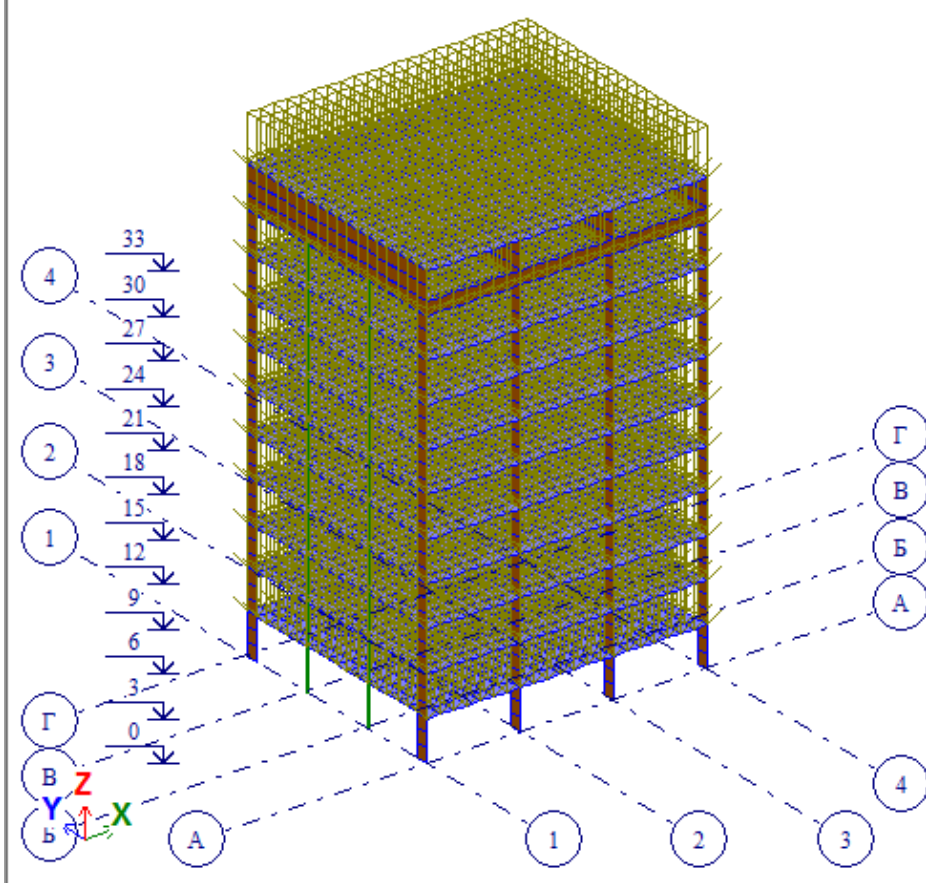


Рисунок 8. 12-я стадия возведения каркаса – нагружение здания “полезной” нагрузкой

Примечание:

При моделировании использовалась конечноэлементная сетка 1×1 м. Модель разбивалась на 5543 элементов (рис. 2 - 3). Перекрытия, стены и пилоны моделировались с помощью конечных элементов типа КЭ-341 (4-узловой универсальный геометрически нелинейный оболочечный элемент), а колонны – с помощью конечных элементов типа КЭ-309 (2-узловой универсальный пространственный сильно изгибаемый стержневой геометрически нелинейный конечный элемент).

Процесс возведения каркаса здания состоял из следующих стадий:

Стадия 1. Монтаж элементов 1-го этажа и приложение нагрузки q_1 к перекрытию 1-го этажа и последующий статический расчёт НДС.

Стадия 2. Монтаж элементов 2-го этажа и приложение нагрузки q_1 к перекрытию 2-го этажа и последующий статический расчёт НДС....

Стадия 11. Монтаж элементов 11-го этажа и приложение нагрузки q_1 к перекрытию 11-го этажа (покрытию) и последующий статический расчёт НДС.

Стадия 12. Приложение нагрузки q_2 ко всем перекрытия (в том числе и к покрытию) и последующий статический расчёт НДС.

Результаты расчёта:

Результатами расчётов являются перемещения элементов каркаса и усилия в них (см. рис. 9 – рис. 12).

В качестве “эталонного” решения рассматриваются результаты расчётов в верифицированном ПК ANSYS Mechanical. Сравниваются максимальные вертикальные перемещения z и каркаса и максимальные и минимальные осевые усилия N в колоннах для двух “контрастных” вариантов модели (табл. 1).

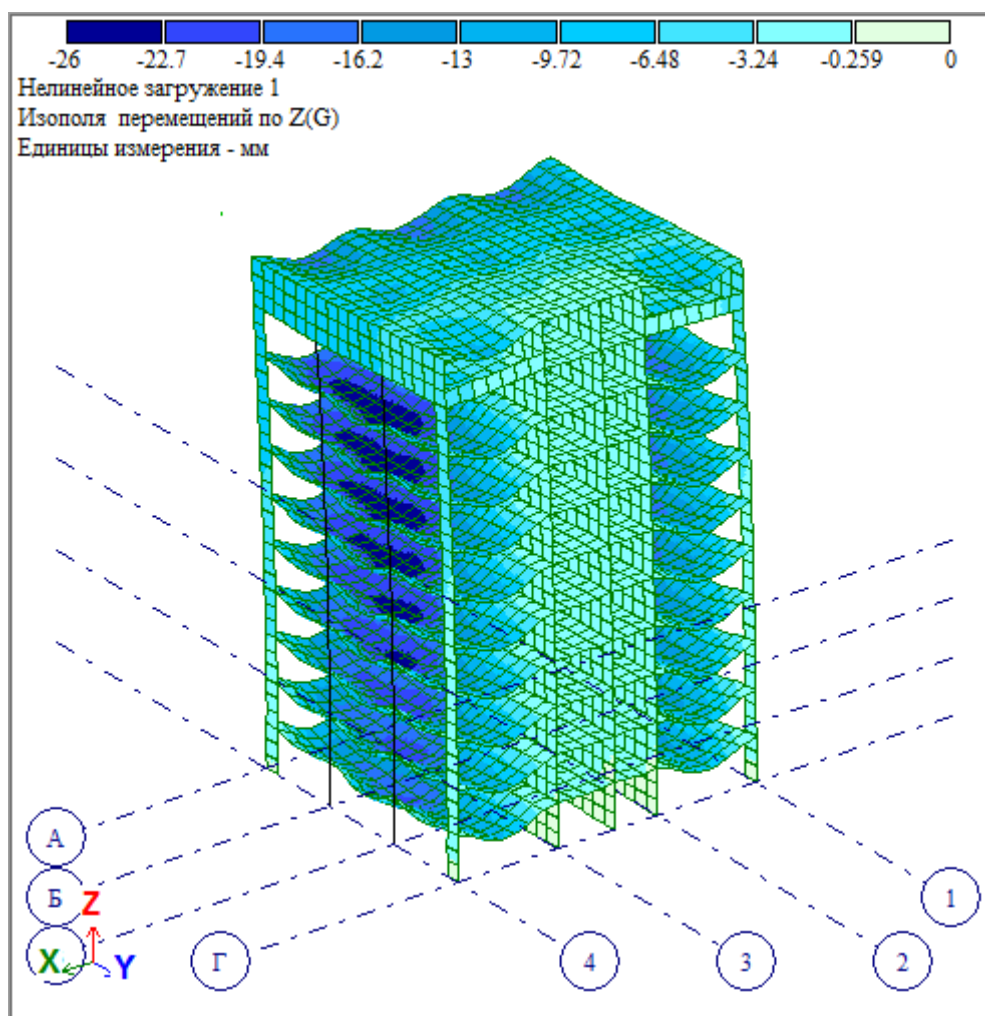


Рисунок 9. Вертикальные перемещения ΔZ (мм) каркаса здания при его “одномоментном” возведении.

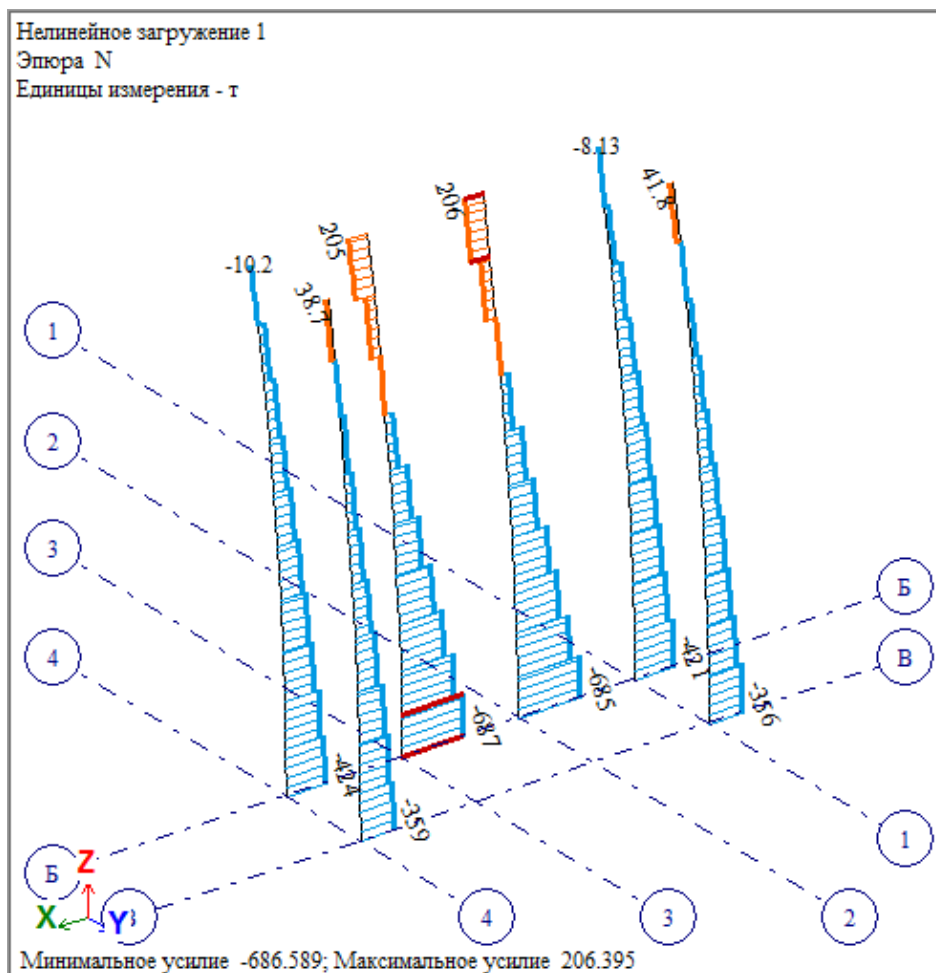


Рисунок 10. Продольные усилия N (т) в колоннах каркаса при его “одномоментном” возведении.

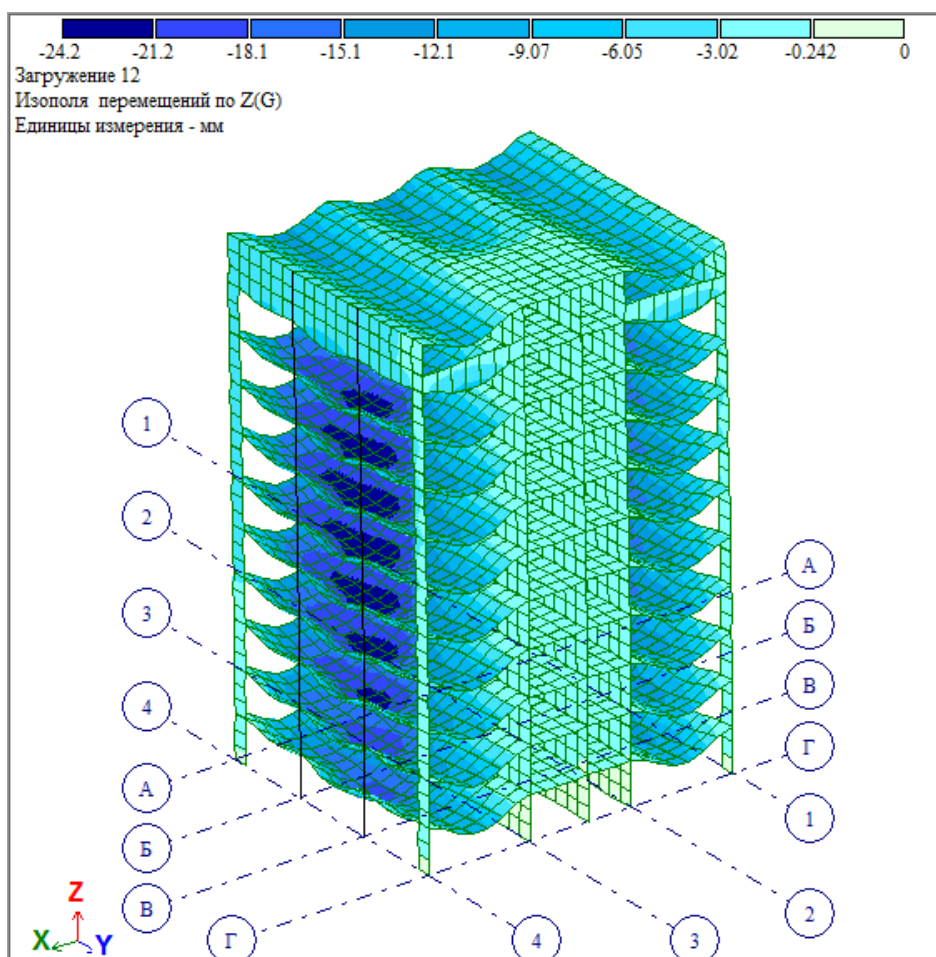


Рисунок 11. Вертикальные перемещения ΔZ (мм) каркаса здания при учёте последовательности его возведения

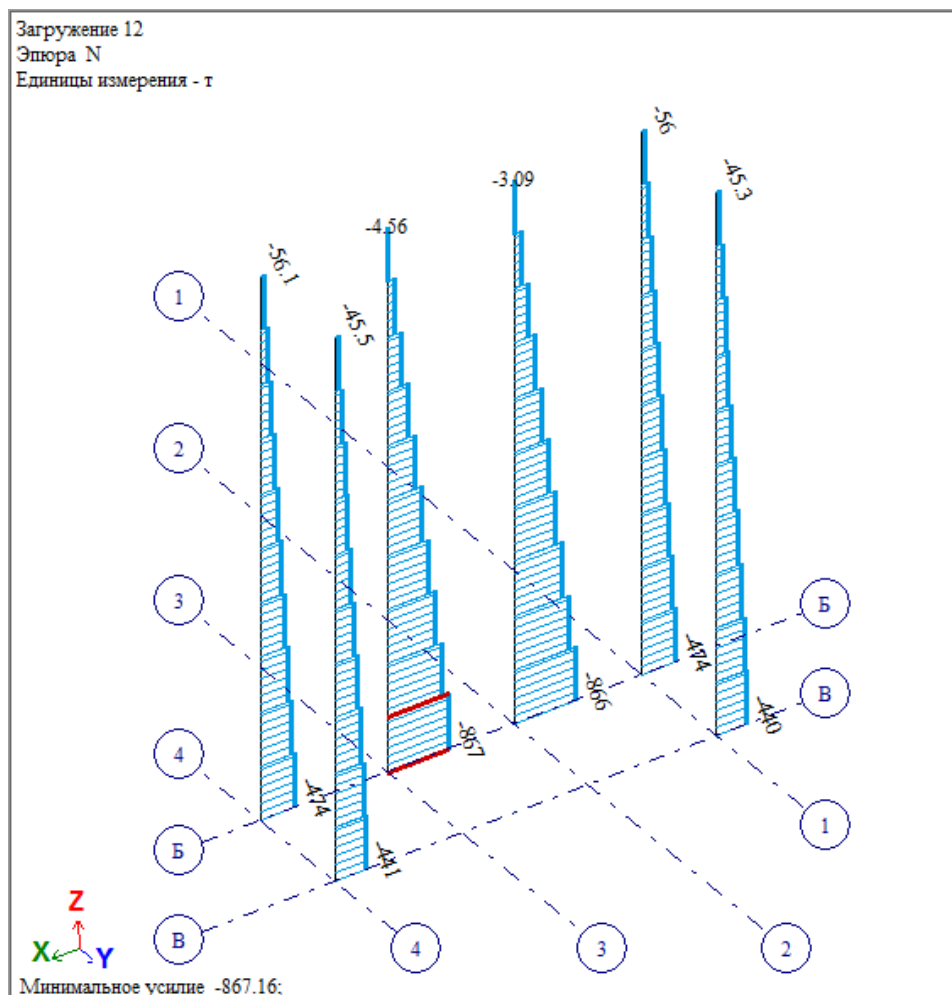


Рисунок 12. Продольные усилия N (т) в колоннах каркаса при учёте последовательности его возведения

Таблица 1. Сравнение результатов расчёта с “эталонными” данными

	“Одномоментное” возведение				Учёт последовательности монтажа			
	Abaqus	ANSYS	Лири-САПР	$\Delta\%$	Abaqus	ANSYS	Лири-САПР	$\Delta\%$
Максимальные перемещения ΔZ , мм	-24.32	-25.3	-26	2.77	-23.84	-24.8	-24.2	2.42
Минимальное усилие в колоннах N, т	-669.0	-687.6	-686.6	0.14	-845.5	-870.6	-867.2	0.39
Максимальное усилие в колоннах N, т	190.1	199.4	206.4	3.51	-4.9	-3.2	-3.09	3.55

Заключение:

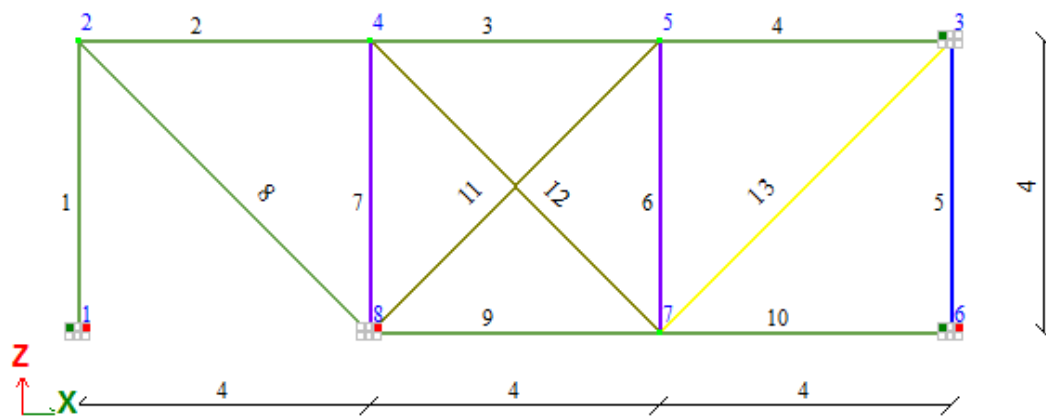
Исследованы возможности программного комплекса ПК Лири-САПР по решению задач, в которых имеет место генетическая нелинейность. Получено качественное и количественное совпадение результатов расчёта с результатами моделирования в верифицированном ПК ANSYS. При учёте последовательности возведения удаётся “избавиться” от “паразитического” растяжения в колоннах верхних этажей, имеющего место при “одномоментном” возведении каркаса.

Примечания: данные верифицированного ПК Abaqus показаны для информации.

Тест 4.2 Определение напряженно-деформированного состояния с учетом генетической нелинейности (режим «Монтаж»)

Цель: Сравнение результатов расчетов, выполненных в программе Лира САПР и аналитического решения напряженно-деформированного стержневой конструкции с учетом генетической нелинейности (Монтажа).

Аналитическое решение: А. В. Перельмутер, Управление поведением несущих конструкций (издание 2-е дополненное и исправленное), Москва: Изд-во АСВ, 2011, § 5.2.



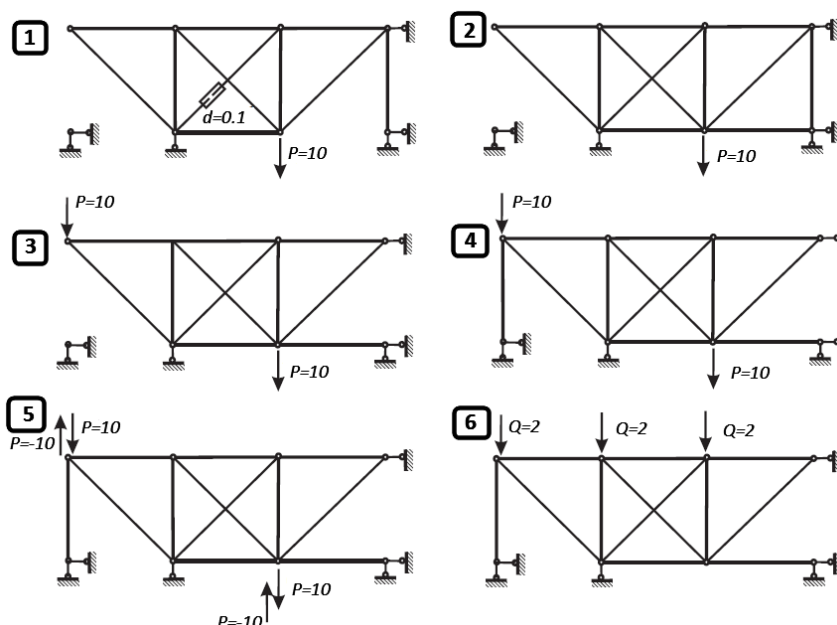
Нумерация узлов, элементов, расстояния между узлами (м).

Исходные данные:

Расчету подлежит конструкция, схема которой в окончательно собранном виде представлена на рисунке, дополнительные сведения приведены в таблице. Элемент 5, показанный пунктиром элемент устанавливается временно и в окончательную конфигурацию системы не входит.

Характеристики элементов:

Номера элементов	Жесткость EF, [м]	Номера элементов	Жесткость EF, [м]
1	1000	8	1000
2	1000	9	1000
3	1000	10	1000
4	1000	11	200
5	2500	12	200
6	500	13	400
7	500		

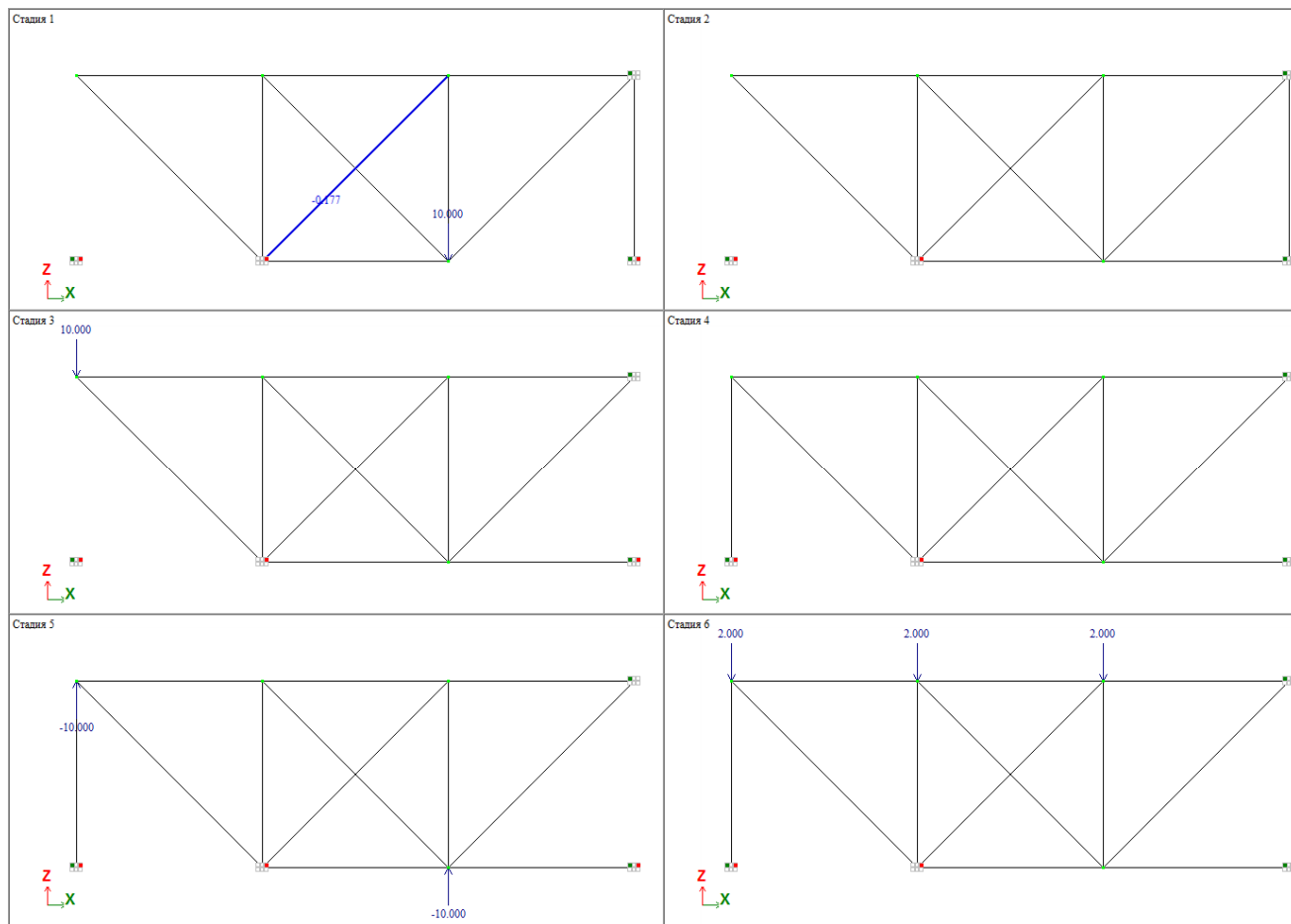


Последовательность возведения и нагружения.

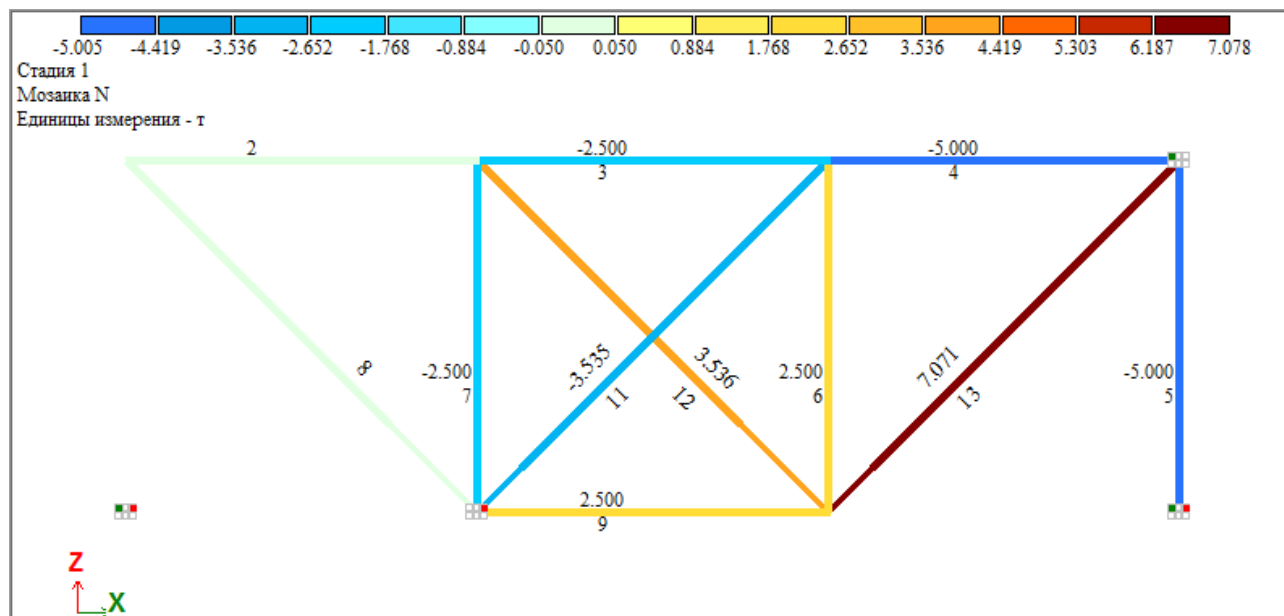
Примечание:

Для построения схемы (признак схемы 1) использованы КЭ-1 – конечный элемент плоской фермы. Количество элементов в схеме 8. Количество узлов в схеме 13. Процесс возведения состоит из следующих стадий:

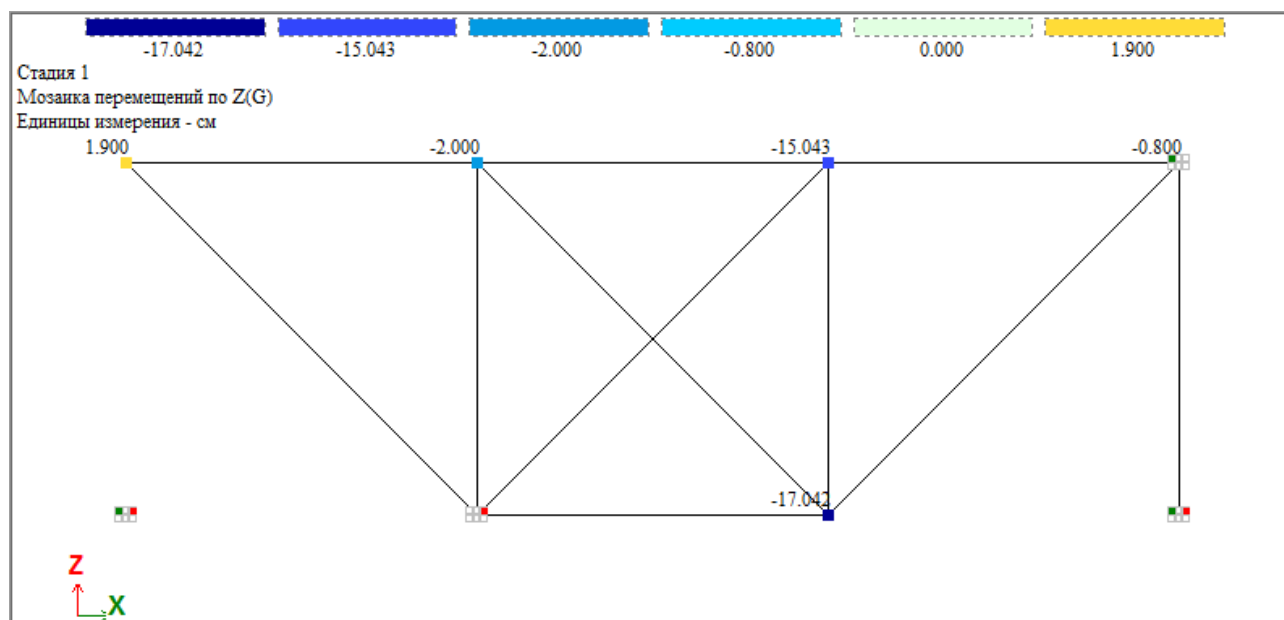
Стадия	Описание стадии
1	Принудительное укорочение элемента 11 $d = 0,001$ м (укорочение моделируется при помощи задания температурной нагрузки $T = -0,177$ °С, коэффициент температурного расширения материала $1 \cdot 10^{-5}$ °С ⁻¹). Одновременно подвешивается балластный груз $P = 10$ т в узле 7.
2	Присоединение к системе стржня 10
3	Удаление стержня 5. Установка балластного груза $P = 10$ т в узле 2.
4	Присоединение к системе стржня 1.
5	Удаление балластных грузов в узлах 2 и 7.
6 (Рабочая)	Нагружение системы полезной нагрузкой $Q = 2$ т в узлы 2, 4, 5.



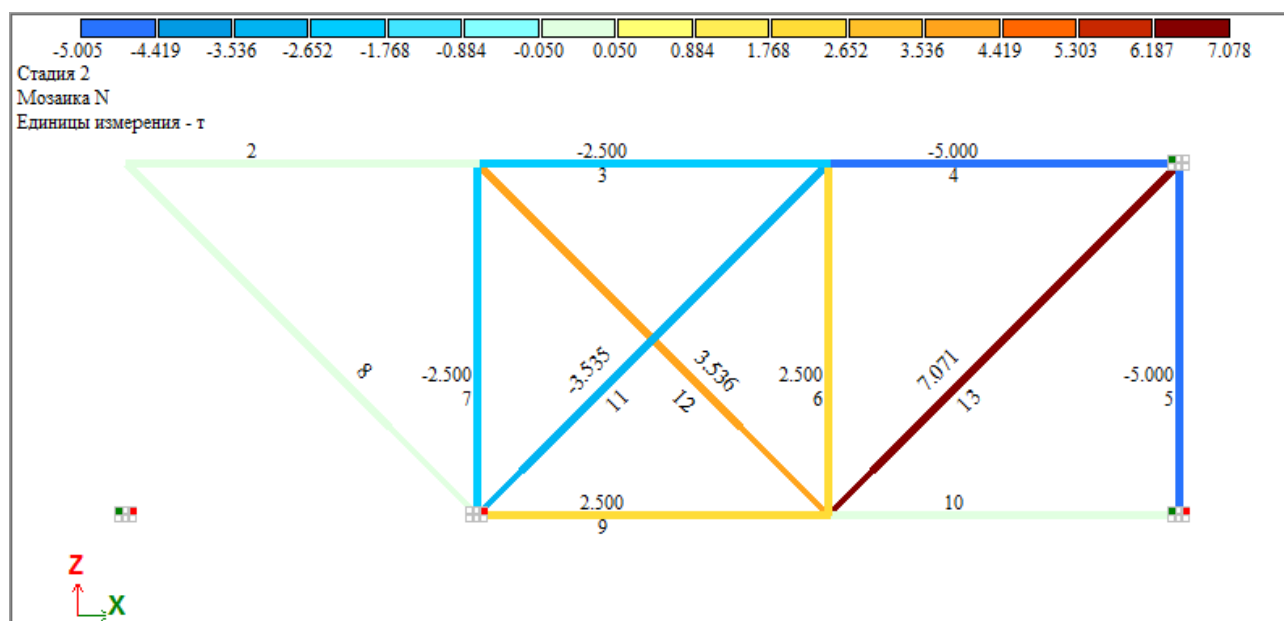
Расчетная схема и нагрузки по стадиям.



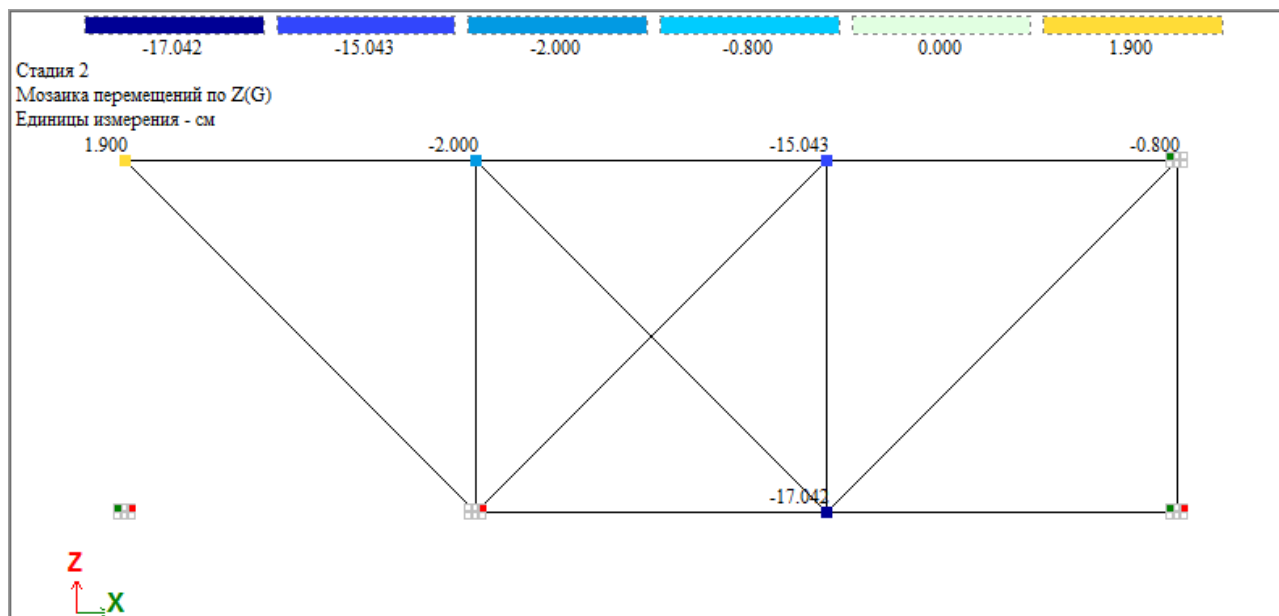
Стадия 1. Продольные усилия



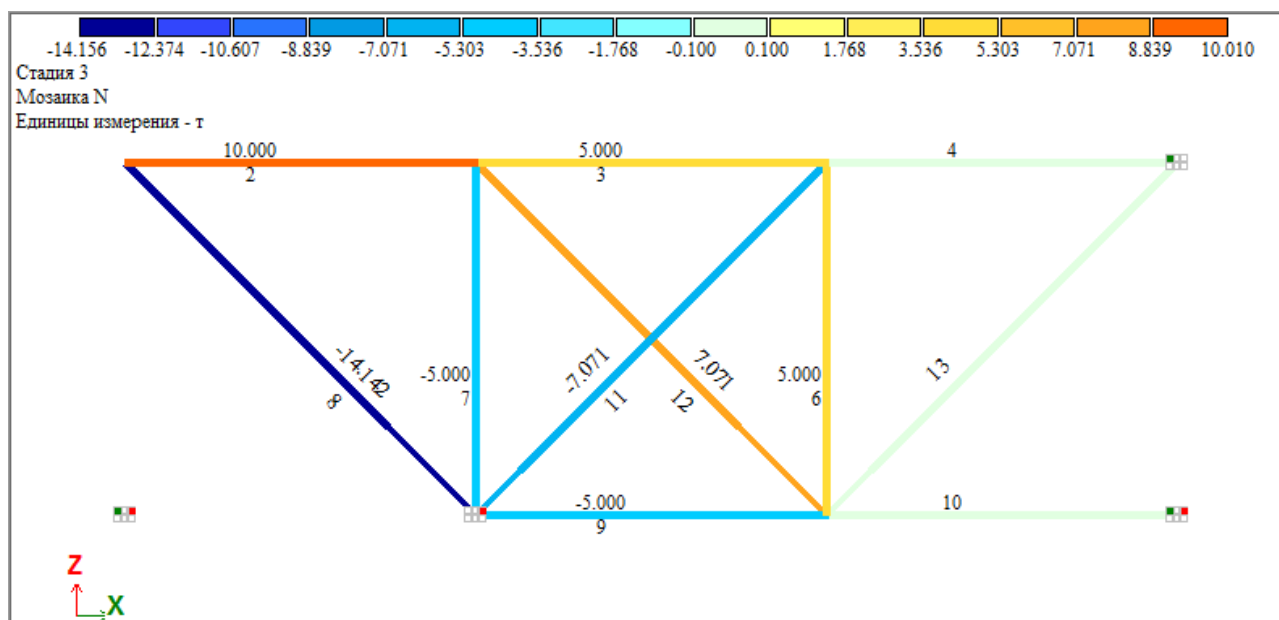
Стадия 1. Перемещения по Z



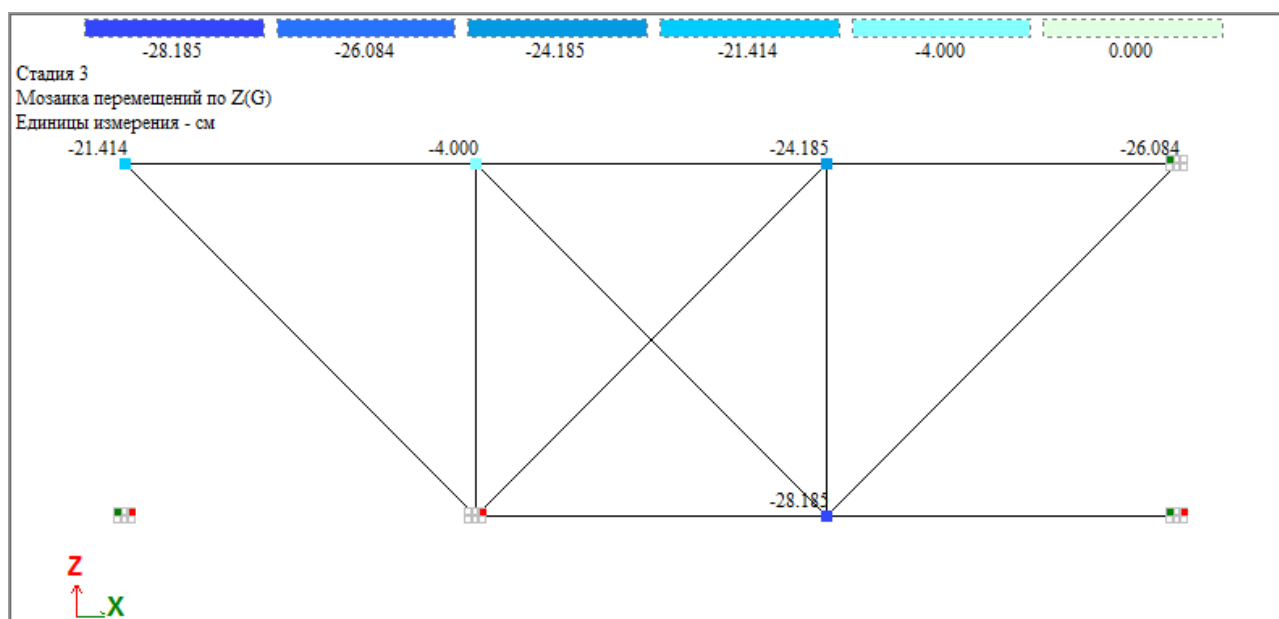
Стадия 2. Продольные усилия



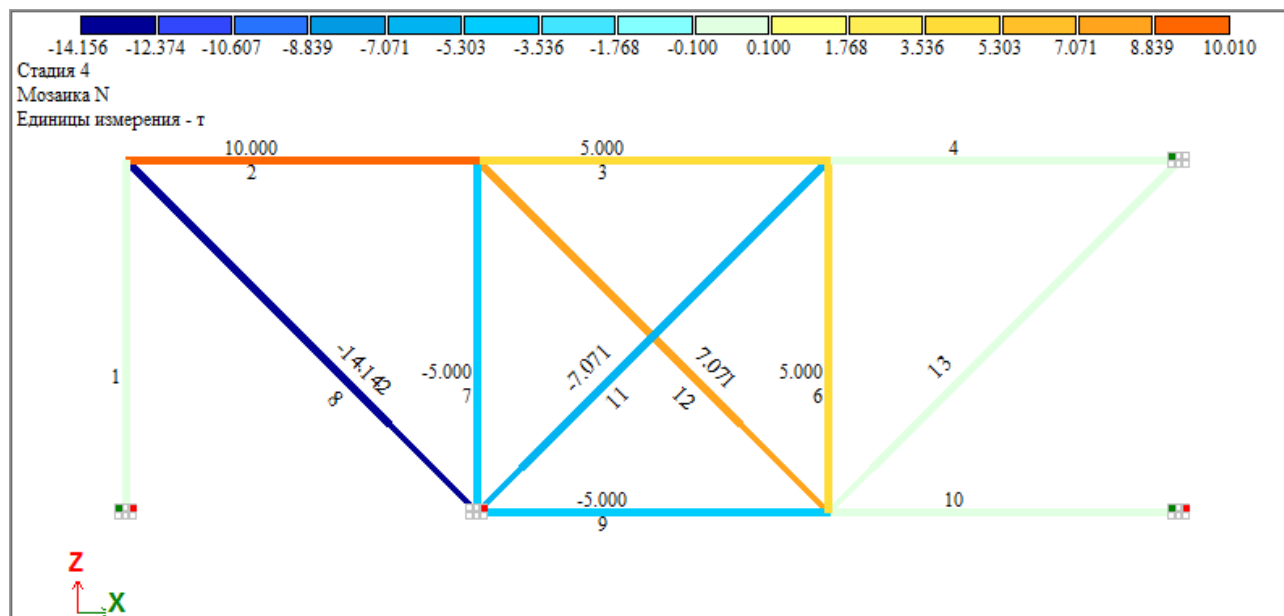
Стадия 2. Перемещения по Z



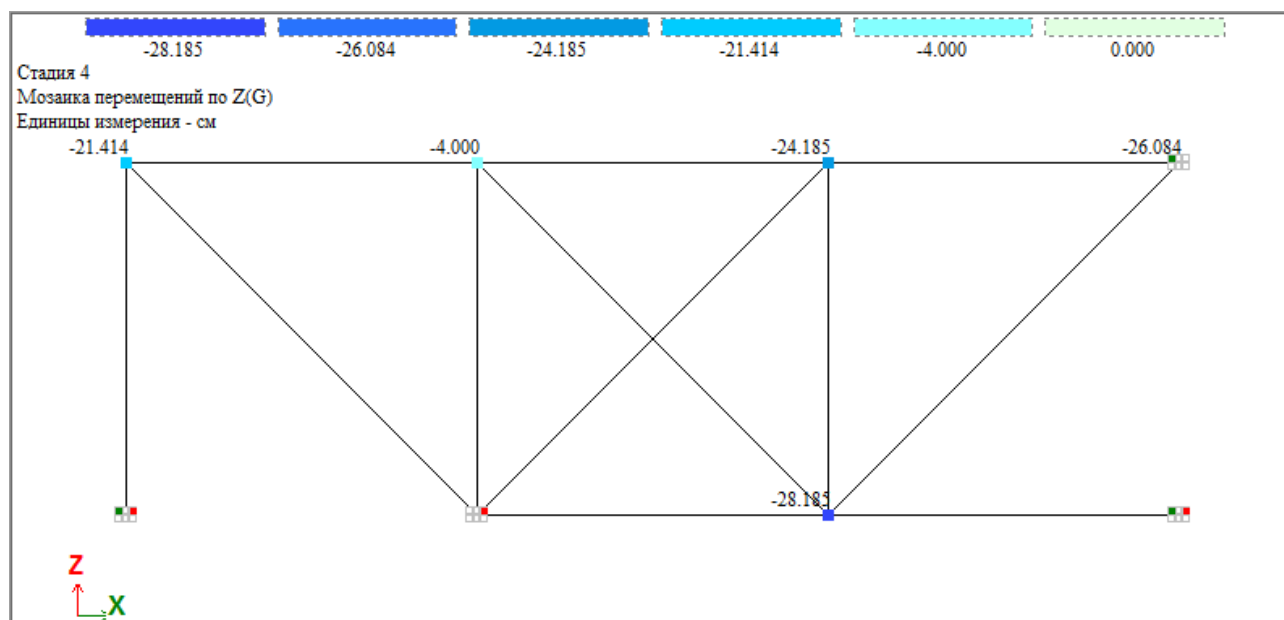
Стадия 3. Продольные усилия



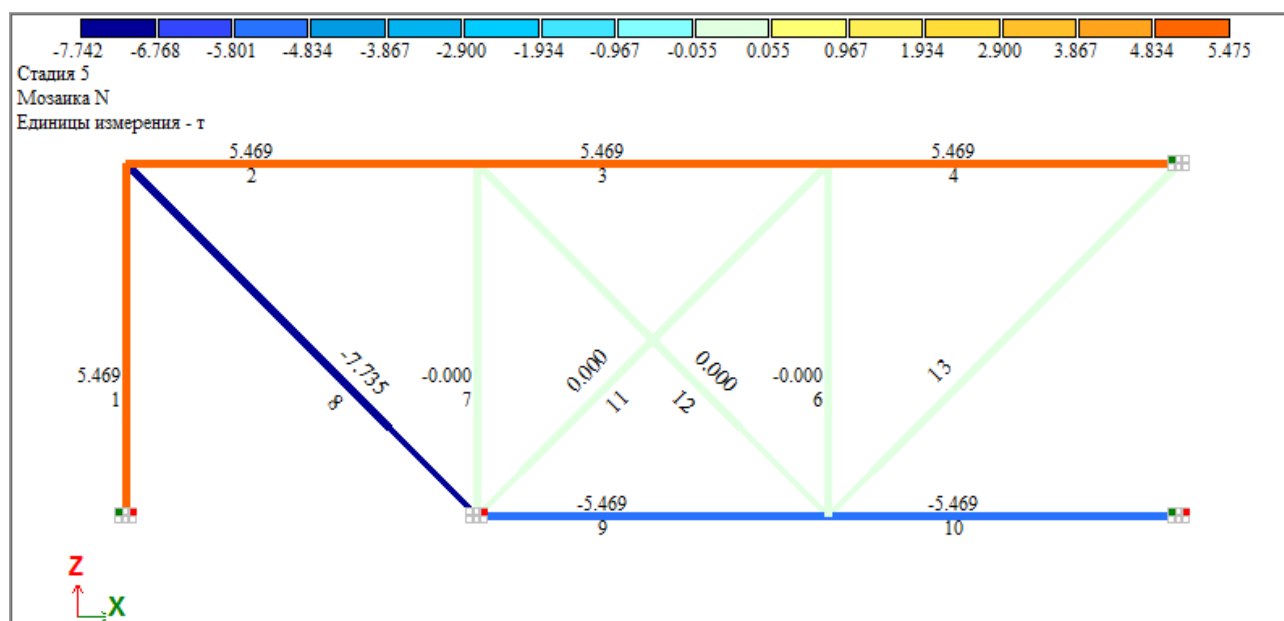
Стадия 3. Перемещения по Z



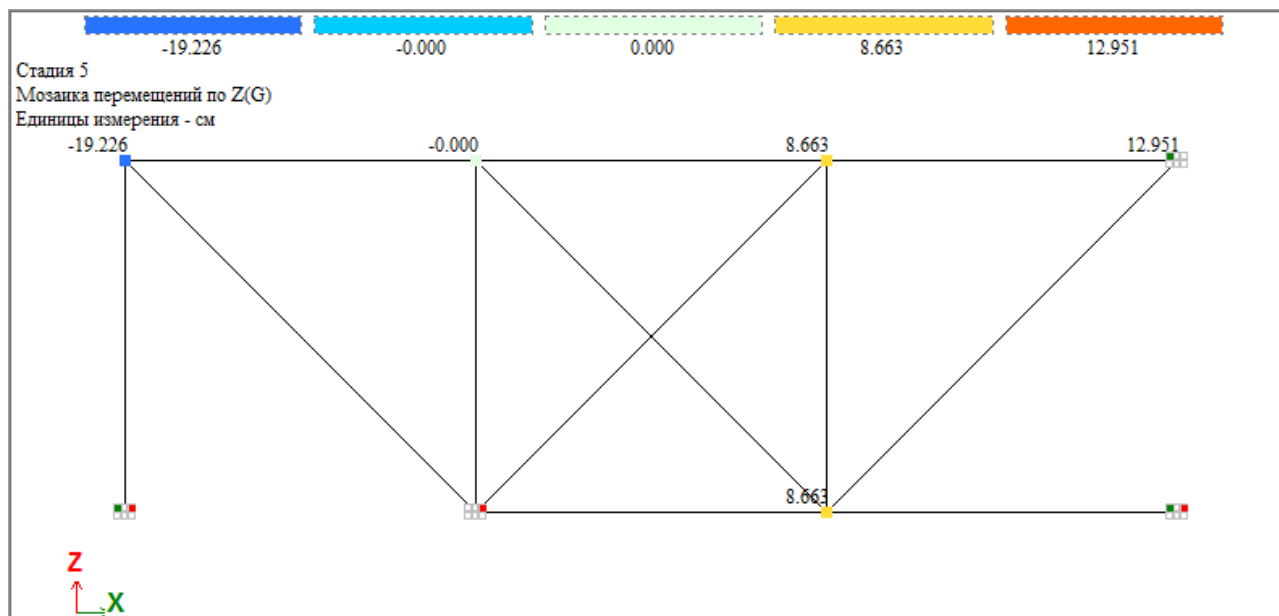
Стадия 4. Продольные усилия



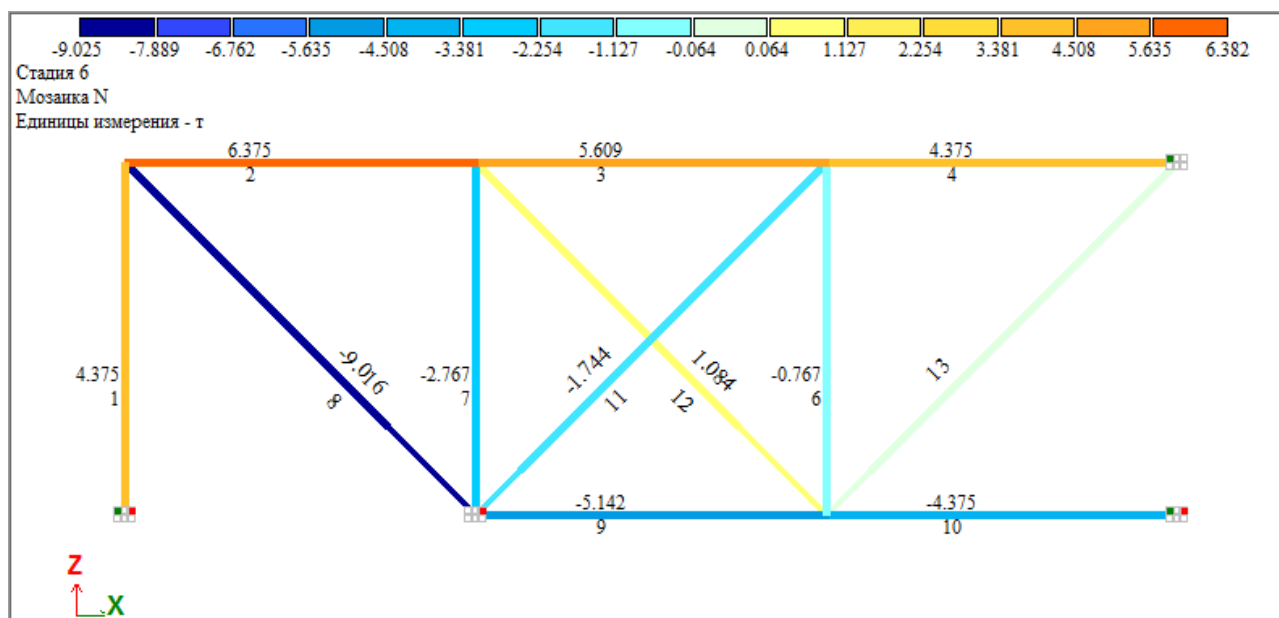
Стадия 4. Перемещения по Z



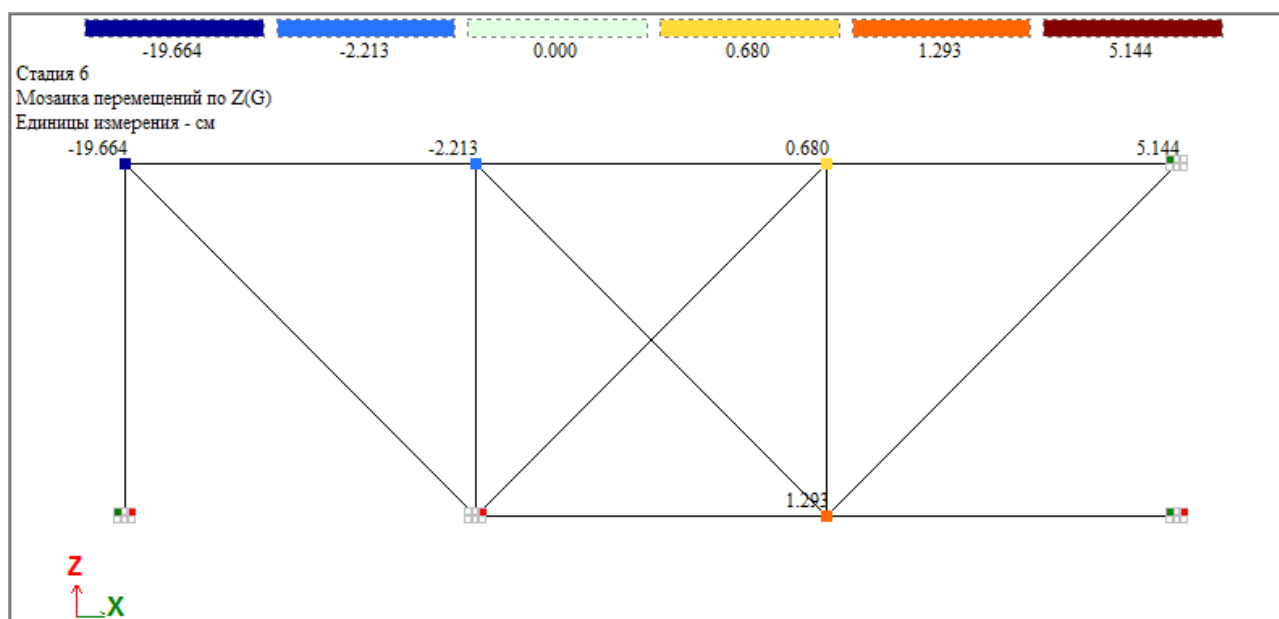
Стадия 5. Продольные усилия



Стадия 5. Перемещения по Z



Стадия 6 (Рабочая). Продольные усилия



Стадия 6 (Рабочая). Перемещения по Z

СРАВНЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ РАСЧЕТА:

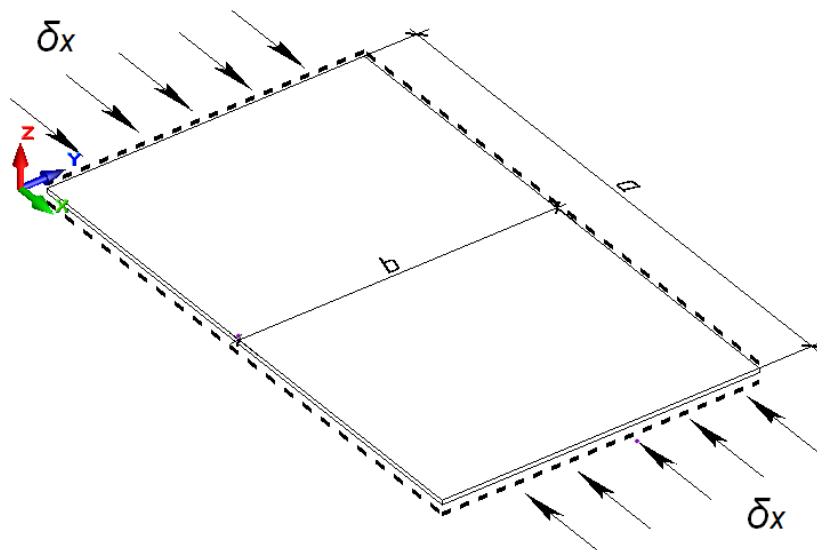
Параметр	Результаты расчета		Отклонения, %
	Теория	Лира-САПР	
Стадия 1:			
Вертикальное перемещение узла 7, см	-17,078	-17,042	0,21
Усилие в элементе 3, т	-2,510	-2,500	0,40
Стадия 2:			
Вертикальное перемещение узла 7, см	-17,078	-17,042	0,21
Усилие в элементе 3, т	-2,510	-2,500	0,40
Стадия 3:			
Вертикальное перемещение узла 7, см	-28,220	-28,185	0,12
Усилие в элементе 3, т	4,990	5,000	0,20
Стадия 4:			
Вертикальное перемещение узла 7, см	-28,220	-28,185	0,12
Усилие в элементе 3, т	4,990	5,000	0,20
Стадия 6 (Рабочая стадия)			
Вертикальное перемещение узла 7, см	1,257	1,293	0,21
Усилие в элементе 3, т	5,559	5,609	0,89

Тест 4.3 Устойчивость прямоугольной ортотропной свободно опертой пластины равномерно сжатой в одном направлении

Цель: Определение критического значения сжимающих усилий, равномерно распределенных по двум противоположным поперечным торцам прямоугольной ортотропной свободно опертой пластины, соответствующего моменту потери ее устойчивости.

Формулировка задачи: Прямоугольная ортотропная свободно опертая пластина подвергается воздействию сжимающих усилий σ , равномерно распределенных по двум противоположным поперечным торцам. Определить критическое значение сжимающих усилий σ_{cr} , соответствующее моменту потери устойчивости прямоугольной ортотропной пластины.

Описание расчетной схемы: Свободно опертая плита сжимается по противоположным торцам.



Аналитическое решение: А.С. Вольмир, Устойчивость деформируемых систем, Москва, Наука, 1967, стр. 374.

Геометрия схемы:

Размер стороны прямоугольной пластины, свободной от воздействий (вдоль оси X общей системы координат) $a = 0.6; 2,4 \text{ м}$

Размер стороны прямоугольной пластины, подверженной воздействию сжимающих усилий (вдоль оси Y общей системы координат) $b = 0.6 \text{ м}$

Толщина пластины $h = 0.01 \text{ м}$

Характеристика материала:

Модуль упругости по оси X общей системы координат $E1 = 5.6 \times 10^8 \text{ кПа}$

Коэффициент Пуассона по оси Y общей системы координат $\nu_{21} = 0.3$

Модуль упругости по оси Y общей системы координат $E2 = 2.123 \times 10^8 \text{ кПа}$

Коэффициент Пуассона по оси X общей системы координат $\nu_{12} = 0.114$

Модуль сдвига $G12 = 0.769 \times 10^8 \text{ кПа}$

Граничные условия:

Свободное опирание по 4-ем сторонам.

Нагрузки:

Начальное сжимающее усилие $\bar{\sigma} = 1.0 \times 10^5 \text{ кПа}$.

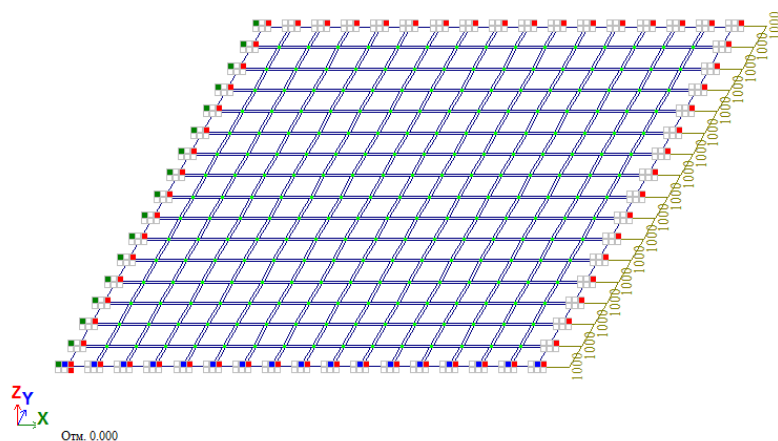
Задается распределенной по линии $P = \bar{\sigma} \cdot h = 1000 \text{ кН/м}$

Примечание:

Для построения пространственной схемы (признак схемы 5) использованы КЭ 41 - универсальный прямоугольный КЭ оболочки.

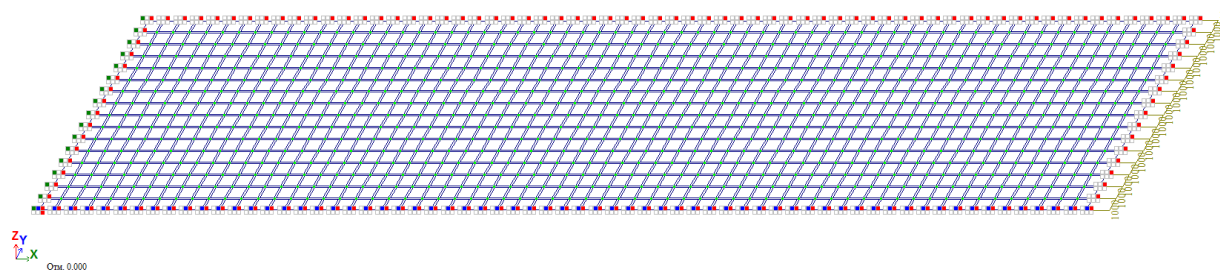
Количество элементов в схемах 256; 1024. Количество узлов в схемах 289;1105

Загружение 1



Расчетная схема (соотношение сторон $a/b=1$)

Загружение 1



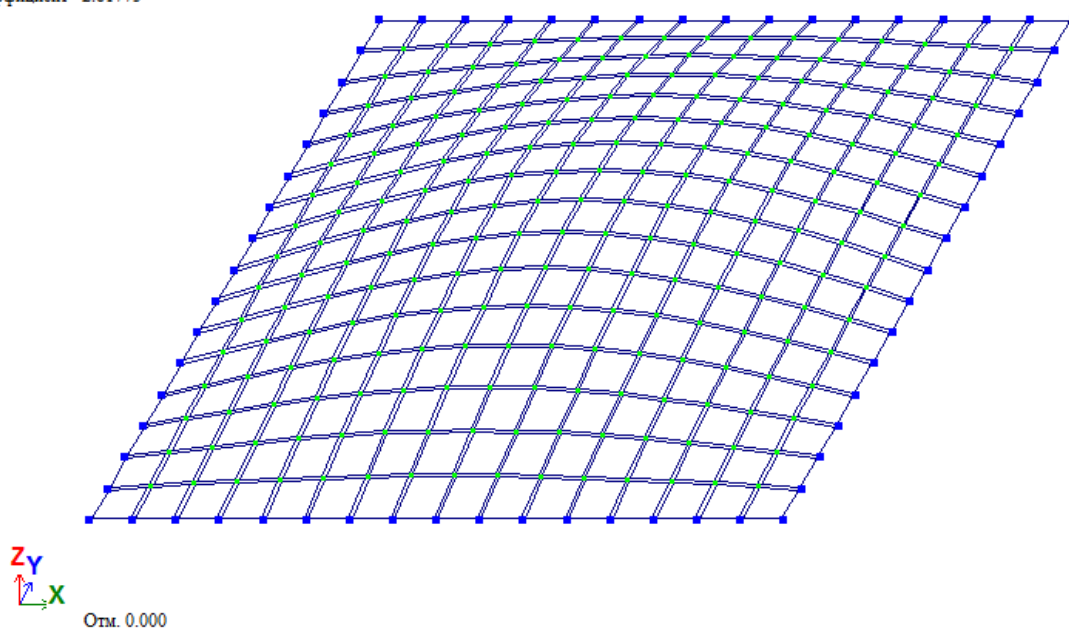
Расчетная схема (соотношение сторон $a/b=4$)

Результаты расчета:

Загружение 1

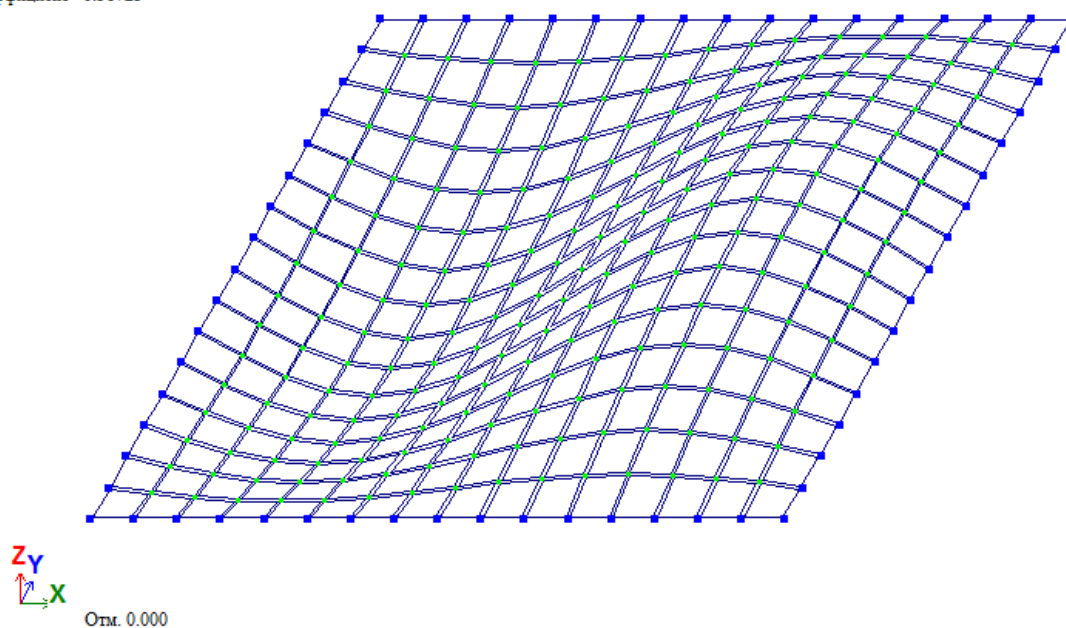
Форма потери устойчивости в гл. с. 1

Коэффициент 2.81773



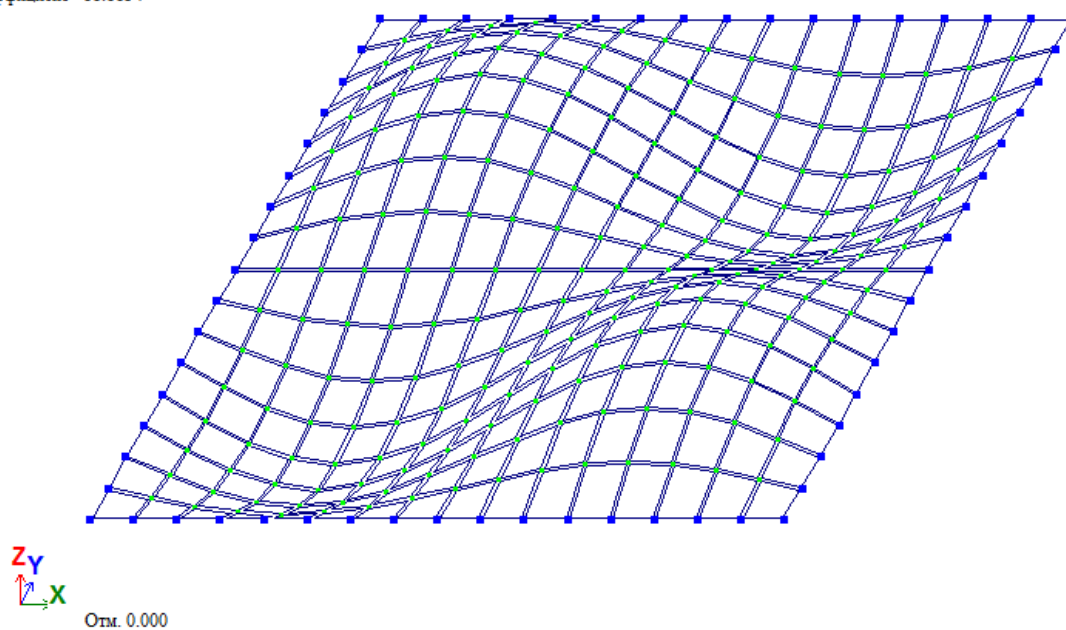
1-ая форма потери устойчивости (соотношение сторон $a/b=1$)

Загружение 1
 Форма потери устойчивости в гл. с. 2
 Коэффициент 6.38723



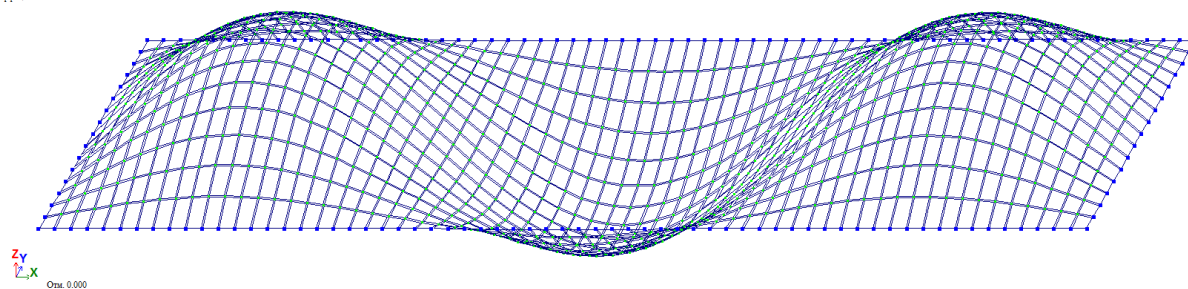
2-ая форма потери устойчивости (соотношение сторон $a/b=1$)

Загружение 1
 Форма потери устойчивости в гл. с. 3
 Коэффициент 11.1134



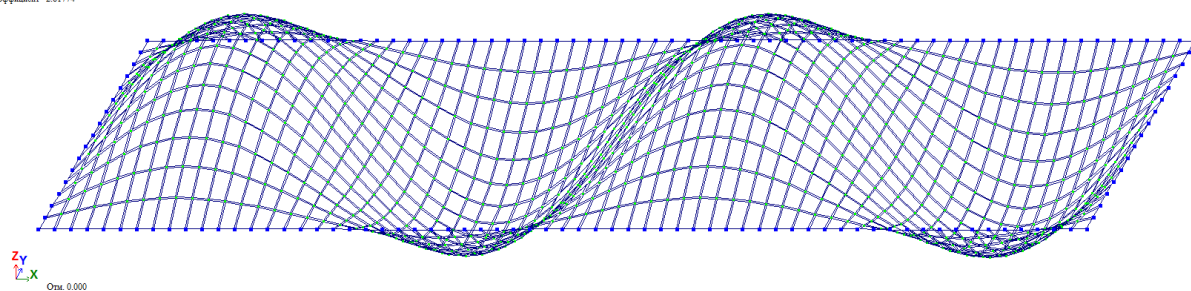
3-я форма потери устойчивости (соотношение сторон $a/b=1$)

Загружение 1
 Форма потери устойчивости в гл. с. 1
 Коэффициент 2.63293



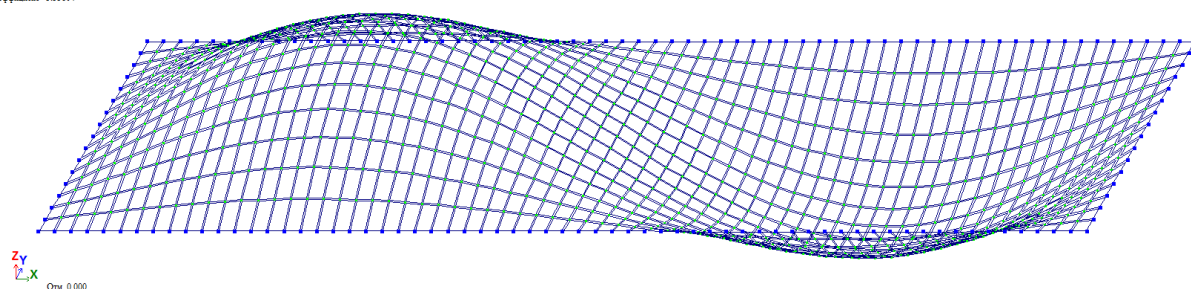
1-ая форма потери устойчивости (соотношение сторон $a/b=4$)

Загружение 1
Форма потери устойчивости в гл. с. 2
Коэффициент 2.81774



2-ая форма потери устойчивости (соотношение сторон $a/b=4$)

Загружение 1
Форма потери устойчивости в гл. с. 3
Коэффициент 3.33804



3-ая форма потери устойчивости (соотношение сторон $a/b=4$)

СРАВНЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ РАСЧЕТА:

Расчетная схема	Форма	Аналитическое решение $R_{кр}$ [кН/м ²]	Результаты расчета (ЛИРА- САПР) $K_{ЗУ} \cdot P/h = R_{кр}$ [кН/м ²]	Погрешность, %
$a/b=1$	1	283093	$2.81773 \cdot 1000/0.01=281773$	0.47
	2	642810	$6.38723 \cdot 1000/0.01=638723$	0.64
	3	1132373	$11.1174 \cdot 1000/0.01=1111740$	1.8
$a/b=4$	1	264196	$2.63295 \cdot 1000/0.01=263295$	0.34
	2	283093	$2.81774 \cdot 1000/0.01=281774$	0.47
	3	334385	$3.33804 \cdot 1000/0.01=333804$	0.17

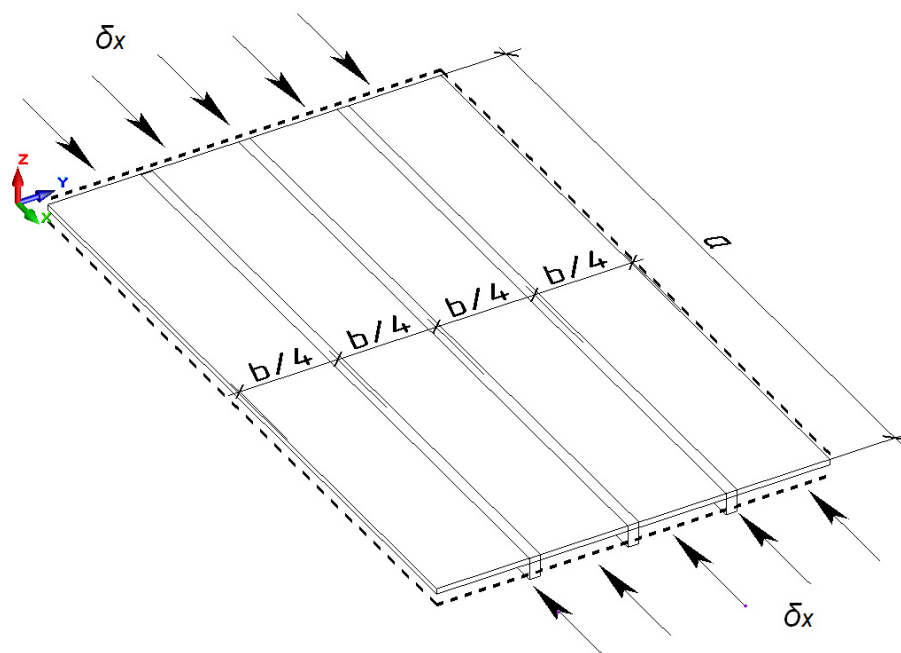
Тест 4.4 Устойчивость прямоугольной свободно опертой пластины, подкреплённой рёбрами

Цель: Определение критического значения сжимающих усилий, равномерно распределённых по двум противоположным поперечным торцам прямоугольной свободно опертой пластины, подкреплённой продольными ребрами, соответствующего моменту потери ее устойчивости.

Формулировка задачи: Прямоугольная, подкреплённая продольными ребрами, свободно опертая пластина, подвергается воздействию сжимающих усилий σ , равномерно распределённых по двум противоположным поперечным торцам. Определить критическое значение сжимающих усилий σ_{cr} , соответствующее моменту потери устойчивости прямоугольной подкреплённой пластины при учете следующих допущений, принятых при получении аналитического решения:

- Рёбра расположены симметрично относительно срединной плоскости усиливаемой пластины;
- Не учитывается жесткость ребер на кручение;
- Рёбра и пластины испытывают равномерное сжатие

Описание расчетной схемы: Свободно опертая плита, подкреплённая ребрами, сжимается по противоположным торцам.



Аналитическое решение: А.С. Вольмир, Устойчивость деформируемых систем, Москва, Наука, 1967, стр. 374.

С. П. Тимошенко, Устойчивость стержней, пластин и оболочек, Москва, Наука, 1971, стр. 507

Геометрия схемы:

Размер стороны прямоугольной пластины, свободной от воздействий (вдоль оси X общей системы координат) $a = 0.6; 2,4 \text{ м}$

Размер стороны прямоугольной пластины, подверженной воздействию сжимающих усилий (вдоль оси Y общей системы координат) $b = 0.6 \text{ м}$

Толщина пластины $h = 0.01 \text{ м}$

Площадь поперечного сечения ребер $A = 0,01 * 0,03 = 3 * 10^{-4} \text{ м}^2$

Момент инерции поперечного сечения ребер $I = 0,01 * 0,03^3 / 12 = 2.25 * 10^{-8} \text{ м}^4$

Кол-во равномерно расставленных ребер по ширине пластины $s = 3$

Характеристика материала:

Модуль упругости материала пластины и ребер $E = 5.6 * 10^8 \text{ кПа}$

Коэффициент Пуассона $\nu = 0.3$

Граничные условия:

Свободное опирание по 4-ем сторонам.

Нагрузки:

Начальное сжимающее усилие $\delta = 1.0 \times 10^5 \text{ кПа}$.

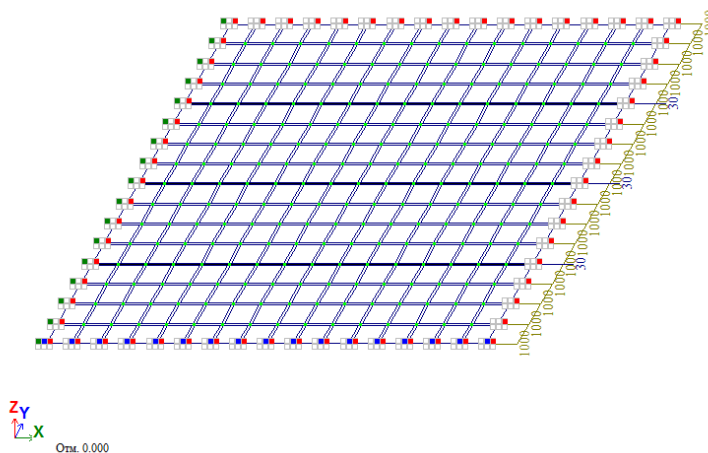
Нагрузка на пластину задается распределенной по линии $P = \delta * h = 1000 \text{ кН/м}$.

Нагрузка на ребра задается в узлы с начальным значение $P = \delta * A = 30 \text{ кН}$.

Примечание:

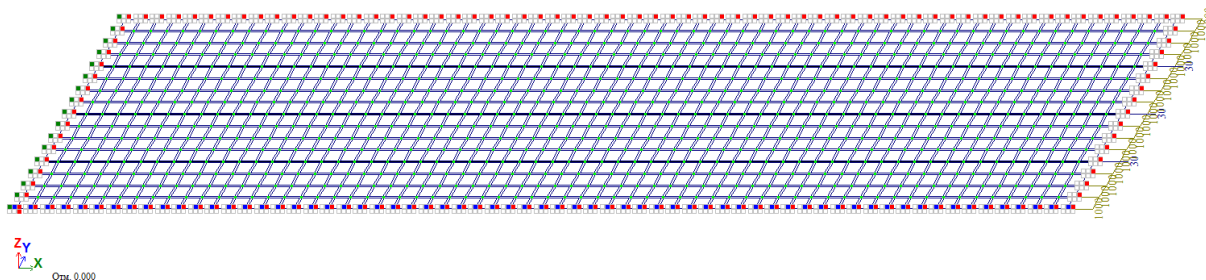
Для построения пространственной схемы (признак схемы 5) использованы КЭ 41 - универсальный прямоугольный КЭ оболочки и КЭ 10 – универсальные пространственные стержневые КЭ.

Количество элементов в схемах 304; 1216. Количество узлов в схемах 289;1105



Расчетная схема (соотношение сторон $a/b=1$)

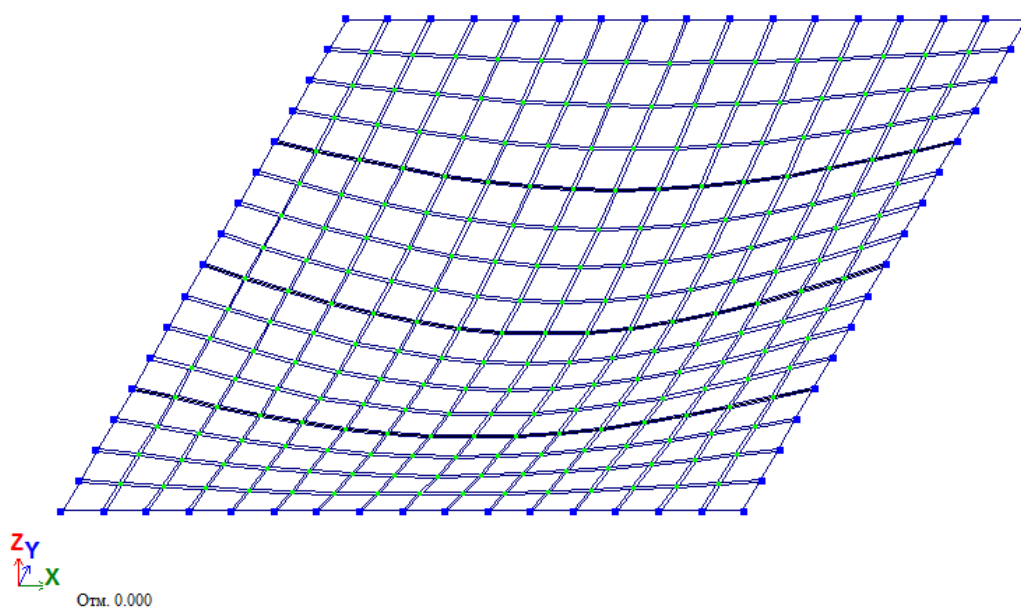
Загрузка 1



Расчетная схема (соотношение сторон $a/b=4$)

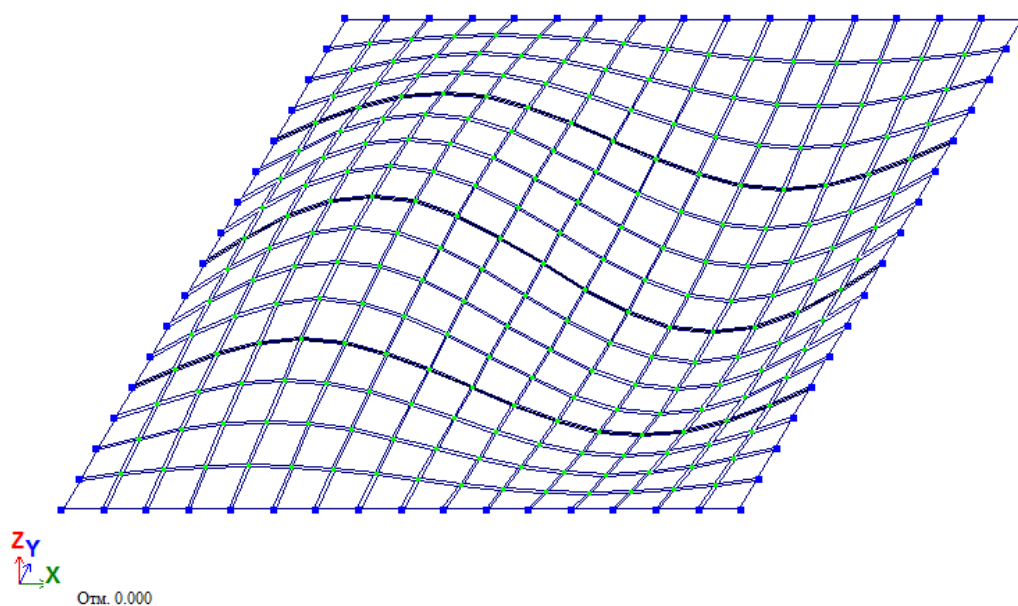
Результаты расчета:

Загрузка 1
Форма потери устойчивости в гл. с. 1
Коэффициент 2.35129



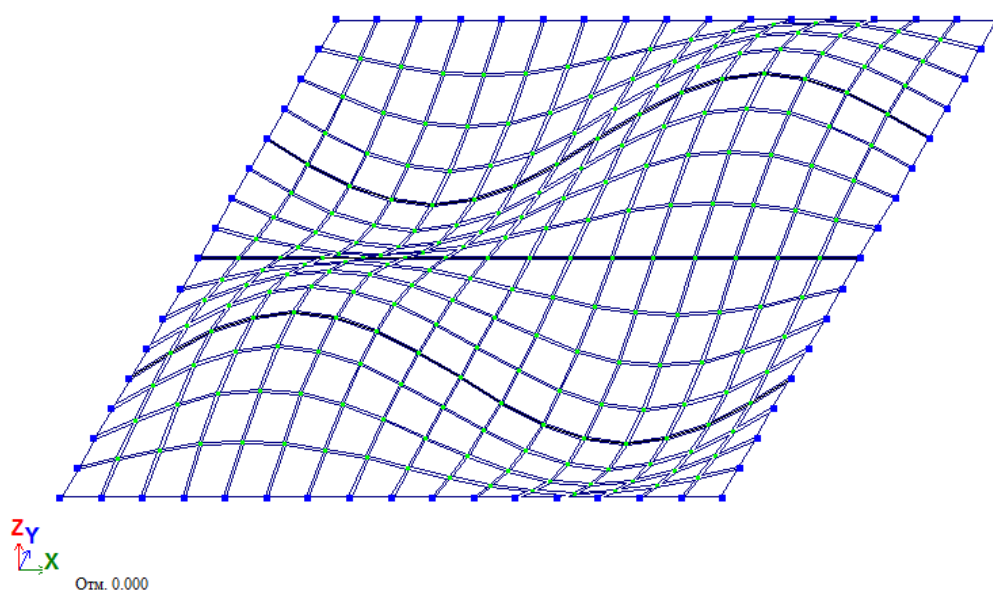
1-ая форма потери устойчивости (соотношение сторон $a/b=1$)

Загружение 1
 Форма потери устойчивости в гл. с. 2
 Коэффициент 5.32033



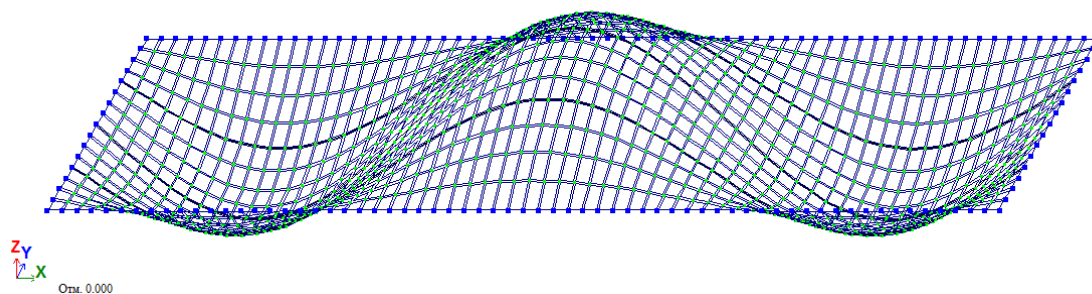
2-ая форма потери устойчивости (соотношение сторон $a/b=1$)

Загружение 1
 Форма потери устойчивости в гл. с. 3
 Коэффициент 9.30938



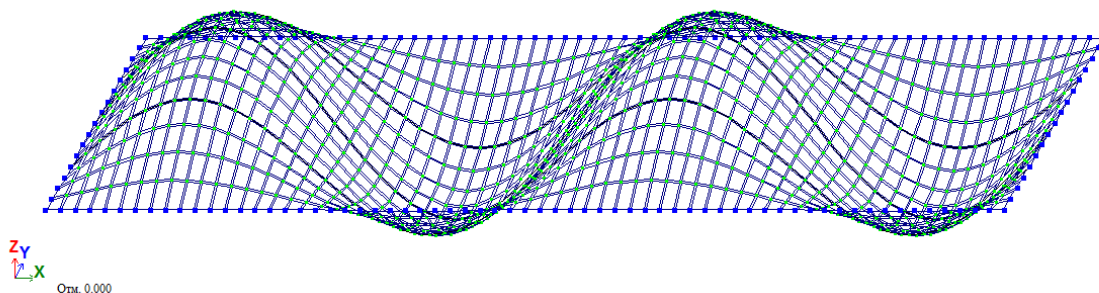
3-я форма потери устойчивости (соотношение сторон $a/b=1$)

Загружение 1
 Форма потери устойчивости в гл. с. 1
 Коэффициент 2.19542



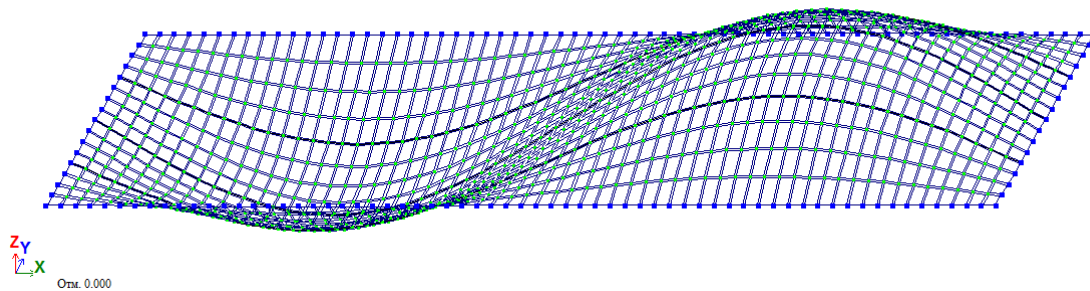
1-ая форма потери устойчивости (соотношение сторон $a/b=4$)

Загружение 1
Форма потери устойчивости в гл. с. 2
Коэффициент 2.3513



2-ая форма потери устойчивости (соотношение сторон a/b=4)

Загружение 1
Форма потери устойчивости в гл. с. 3
Коэффициент 2.78108



3-ая форма потери устойчивости (соотношение сторон a/b=4)

СРАВНЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ РАСЧЕТА:

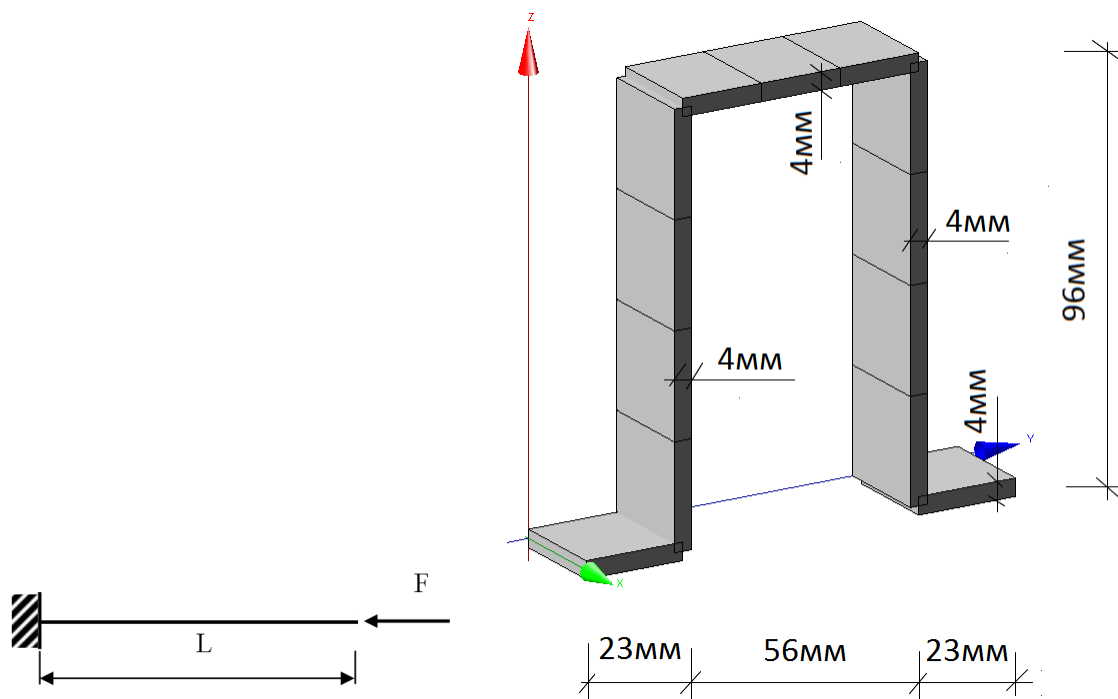
Расчетная схема	Форма	Аналитическое решение $R_{кр}$ [кН/м ²]	Результаты расчета (ЛИРА- САПР) $KЗУ \cdot P/h = R_{кр}$ [кН/м ²]	Погрешность, %
a/b=1	1	235900	$2.35129 \cdot 1000 / 0.01 = 235129$	0.32
	2	533934	$5.32033 \cdot 1000 / 0.01 = 532033$	0.36
	3	942681	$9.30938 \cdot 1000 / 0.01 = 930938$	1.25
a/b=4	1	220165	$2.19542 \cdot 1000 / 0.01 = 219542$	0.28
	2	235900	$2.3513 \cdot 1000 / 0.01 = 235130$	0.33
	3	278652	$2.78108 \cdot 1000 / 0.01 = 278108$	0.20

Тест 4.5 Устойчивость тонкостенной оболочки

Цель: Определение трех первых критических значения сжимающей силы и соответствующие им формы потери устойчивости.

Формулировка задачи: Определить критические силы консольной балки под действием сжимающей силы. Сечение приведено ниже.

Описание расчетной схемы: Консоль длиной 1,5 метра сжимается осевой силой.



Аналитическое решение: Прочность, устойчивость, колебания. Справочник в трех томах. Том 3. Под ред. И.А. Биргера и Я.Г. Пановко. - М.: Машиностроение, 1968], стр. 62.

Геометрия схемы:

Длина консольной балки $L = 1,5$ м

Толщина пластинок $h = 0,004$ м

Характеристика материала:

Модуль упругости $E = 2,1 \times 10^8$ кПа

Коэффициент Пуассона $\nu = 0,3$

Граничные условия:

Левая сторона закреплена

Нагрузки:

Равномерно распределенные силы по краю контура сечения. Интенсивность 10 кН/м. Суммарное усилие $F=2,94$ кН.

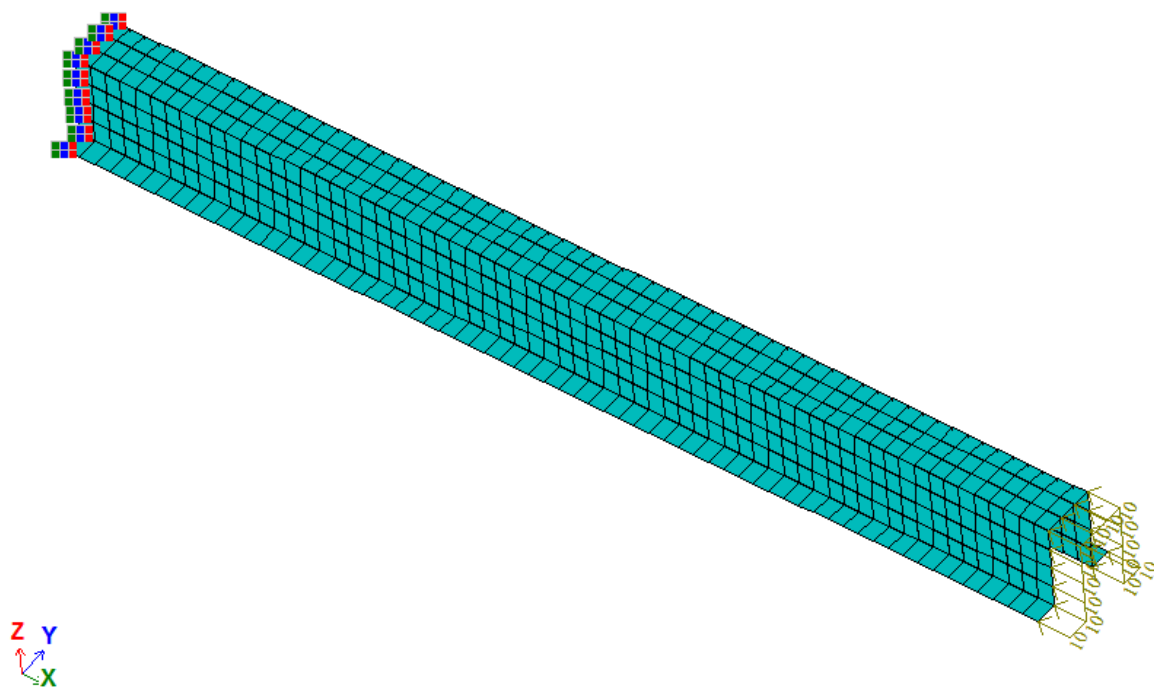
Примечание:

Для построения пространственной схемы (признак схемы 5) использованы КЭ 44 - универсальный четырехугольный КЭ оболочки.

Выполнен расчет устойчивости.

Количество узлов: 945. Количество элементов: 845.

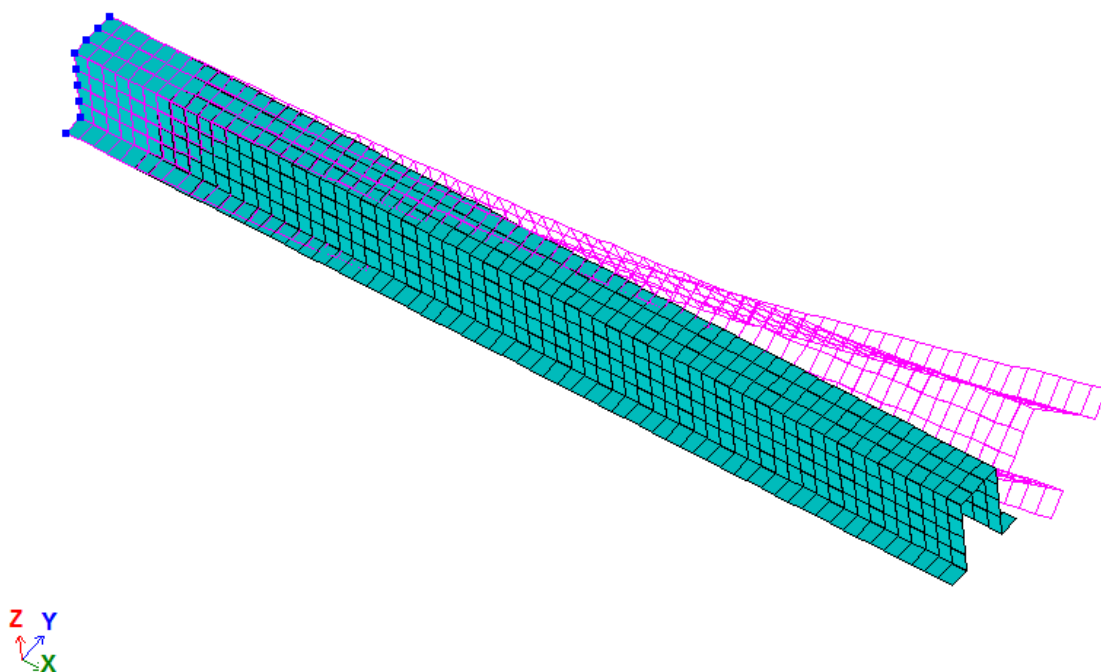
Загружение 1



Расчетная схемы балки

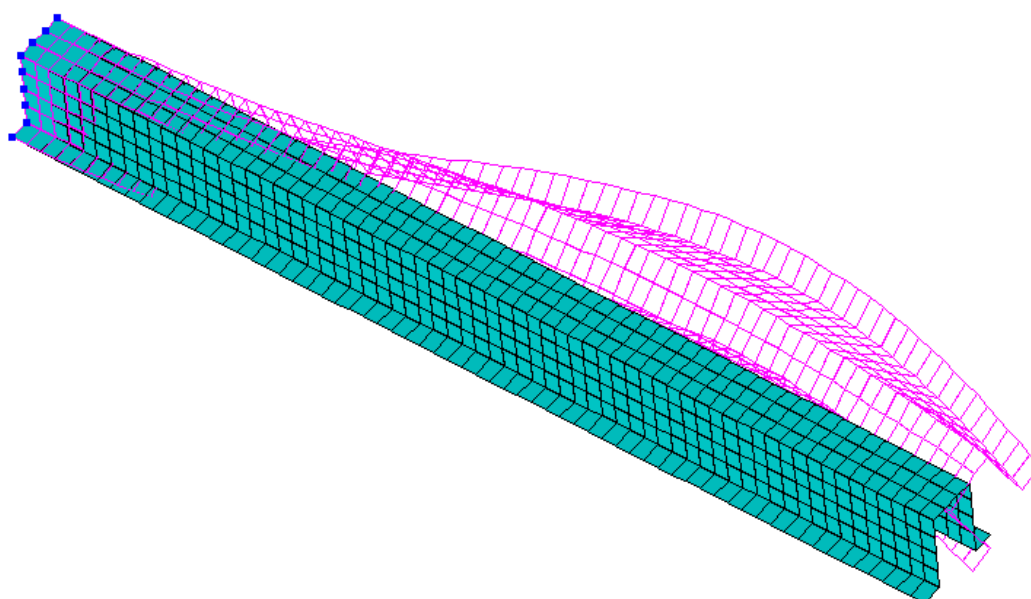
Результаты расчета:

Загружение 1
Форма потери устойчивости в гл. с. 1
Коэффициент 19.1163



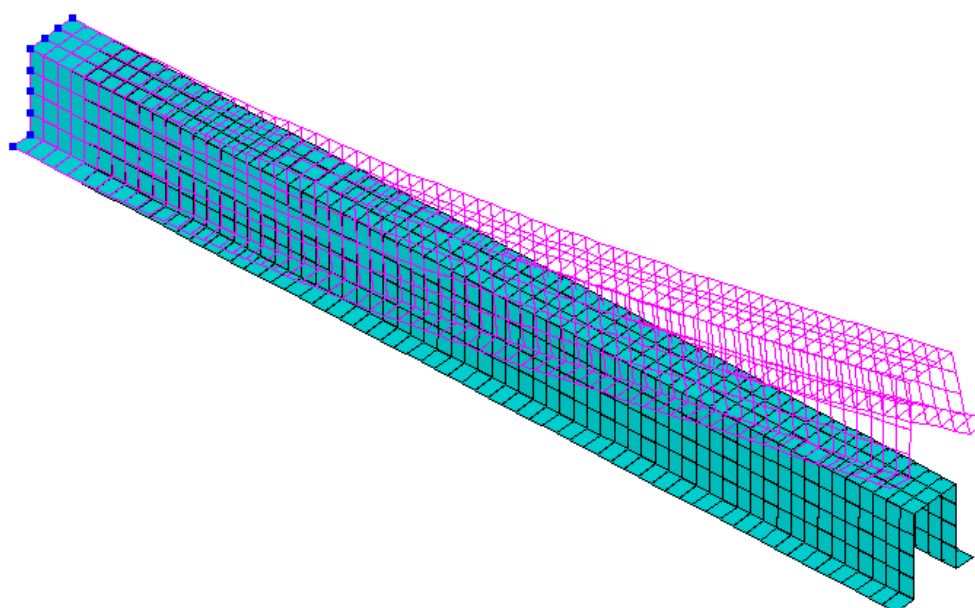
1-ая форма потери устойчивости

Загружение 1
 Форма потери устойчивости в гл. с. 2
 Коэффициент 71.328



2-ая форма потери устойчивости

Загружение 1
 Форма потери устойчивости в гл. с. 3
 Коэффициент 119.122



3-я форма потери устойчивости

СРАВНЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ РАСЧЕТА:

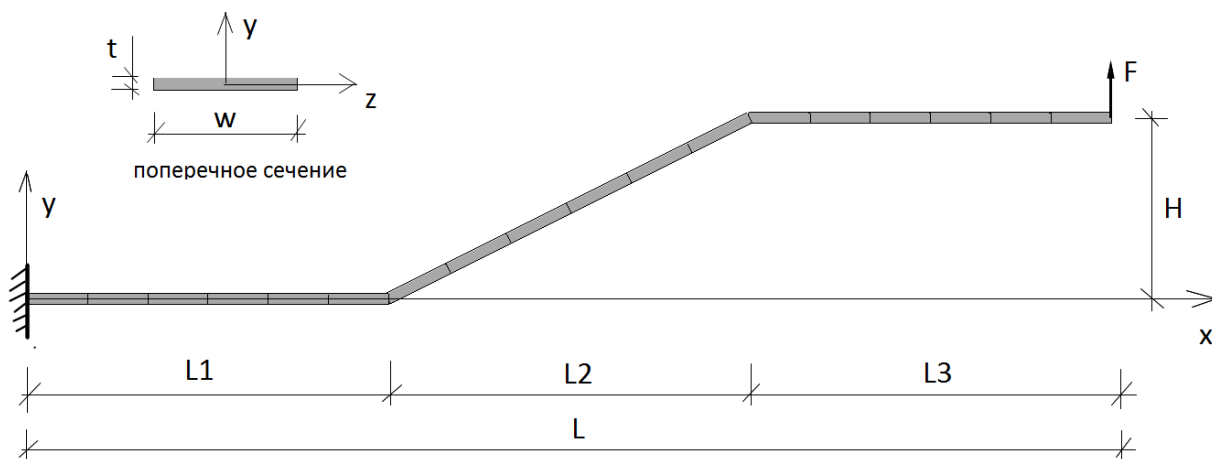
Форма	Аналитическое решение $R_{кр}$ {кН}	Результаты расчета (ЛИРА-САПР) $K_{ЗУ} \cdot F = R_{кр}$ {кН}	Погрешность, %
1	56.34	$19.1163 \cdot 2.94 = 56.20$	0.248
2	220.16	$71.328 \cdot 2.94 = 209.70$	4.751
3	352.11	$119.122 \cdot 2.94 = 350.22$	0.537

Тест 4.6 Большие перемещения Z образной консоли

Цель: Определение вертикальных перемещений верхней точки при больших перемещениях консоли.

Формулировка задачи: Z-образная консоль нагруженная на свободном краю силой.

Описание расчетной схемы: Консоль длиной 180 метров с приложенной вертикальной силой вверх.



Аналитическое решение: Reference Nafems 3D beams and shells manual test 3D NLG-.

Геометрия схемы:

Длина плиты $L = 180$ м
Пролеты плиты $L1=L2=L3= 60$ м
Высота плиты $H=30$ м
Ширина плиты $w=20$ м
Толщина плиты $t=1.7$ м

Характеристика материала:

Модуль упругости $E = 2 \times 10^5$ кН/м²
Коэффициент Пуассона $\nu = 0,3$

Граничные условия:

Левая сторона закреплена

Нагрузки:

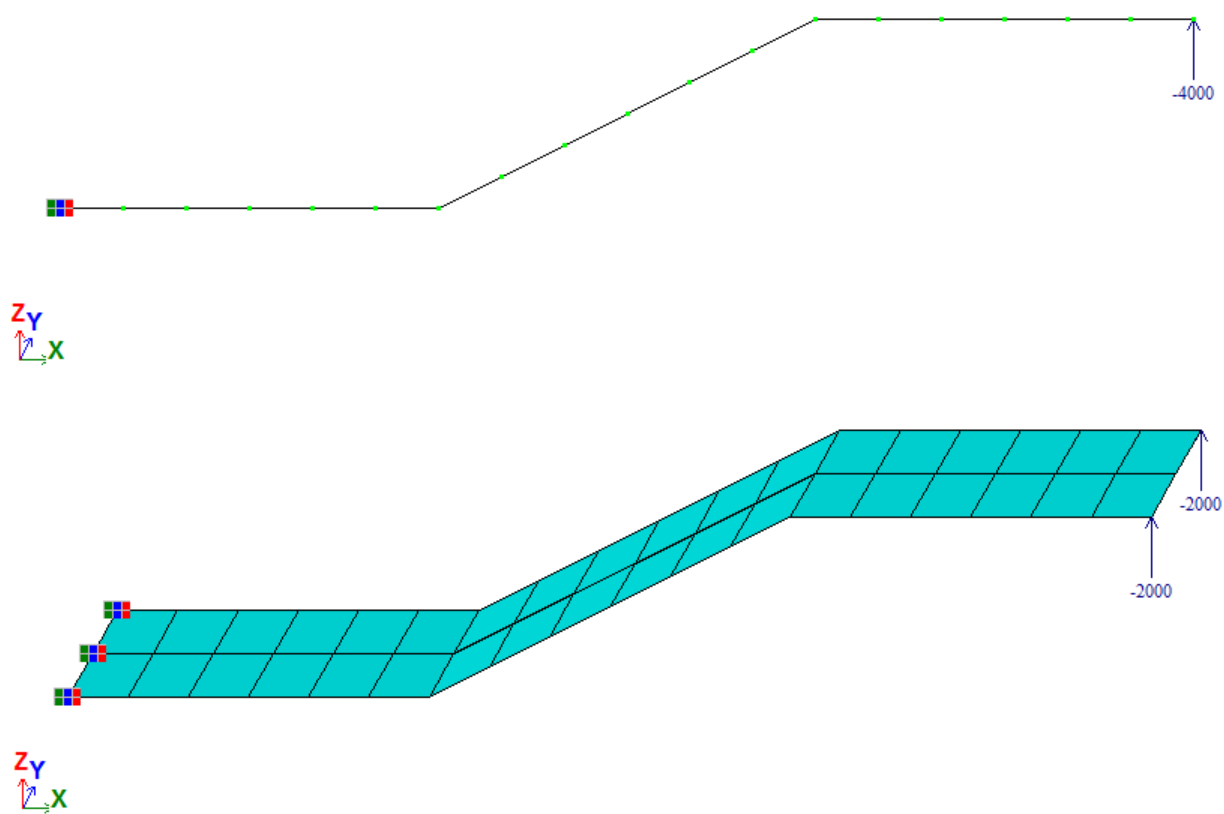
Сосредоточенная сила $F = -4000$ кН

Примечание:

Рассматривалось две расчетных схемы.

Для построения 1-ой расчетной схемы использованы стержни, КЭ 309 –универсальный пространственный сильно изгибаемый геометрически нелинейный КЭ. Количество элементов: 18.

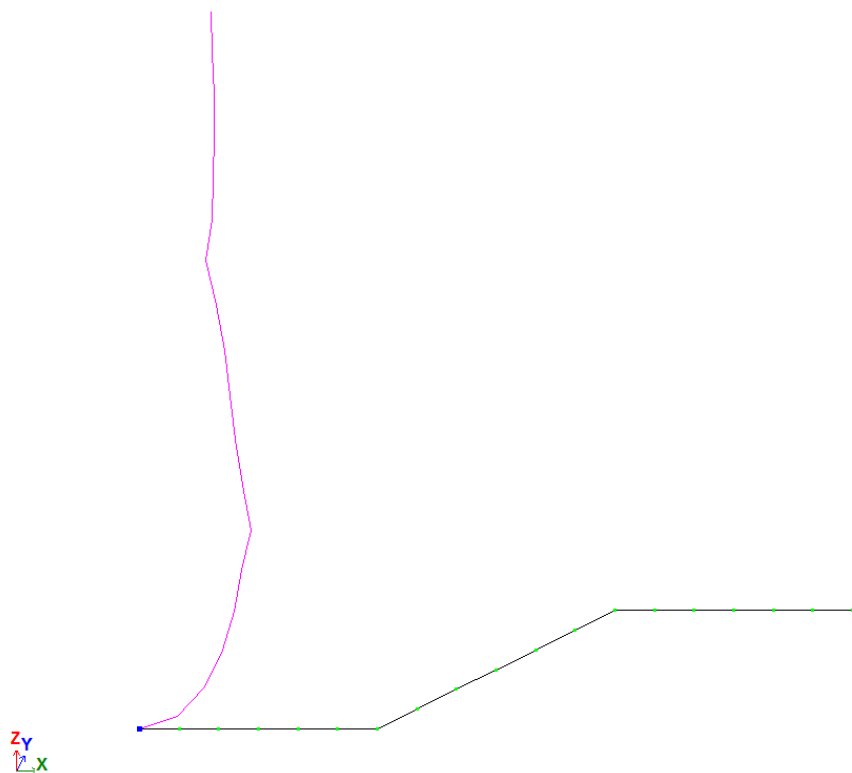
Для построения 2-ой расчетной схемы использованы пластины, КЭ 341 – геометрически нелинейный универсальный прямоугольный КЭ оболочки. Количество элементов: 36.



Расчетные схемы

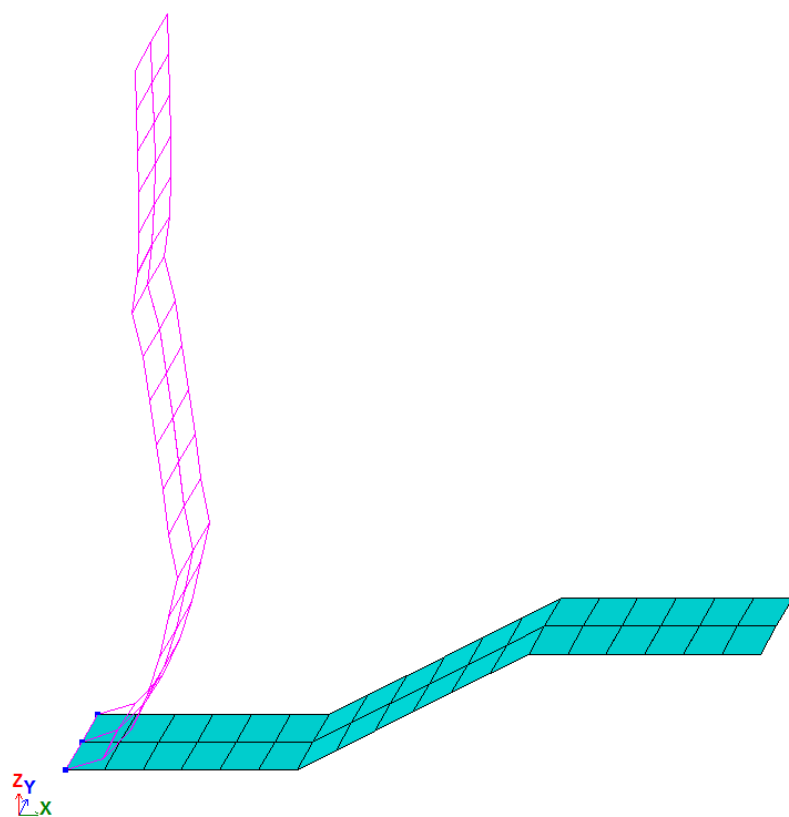
Результаты расчета:

Нелинейное нагружение 1



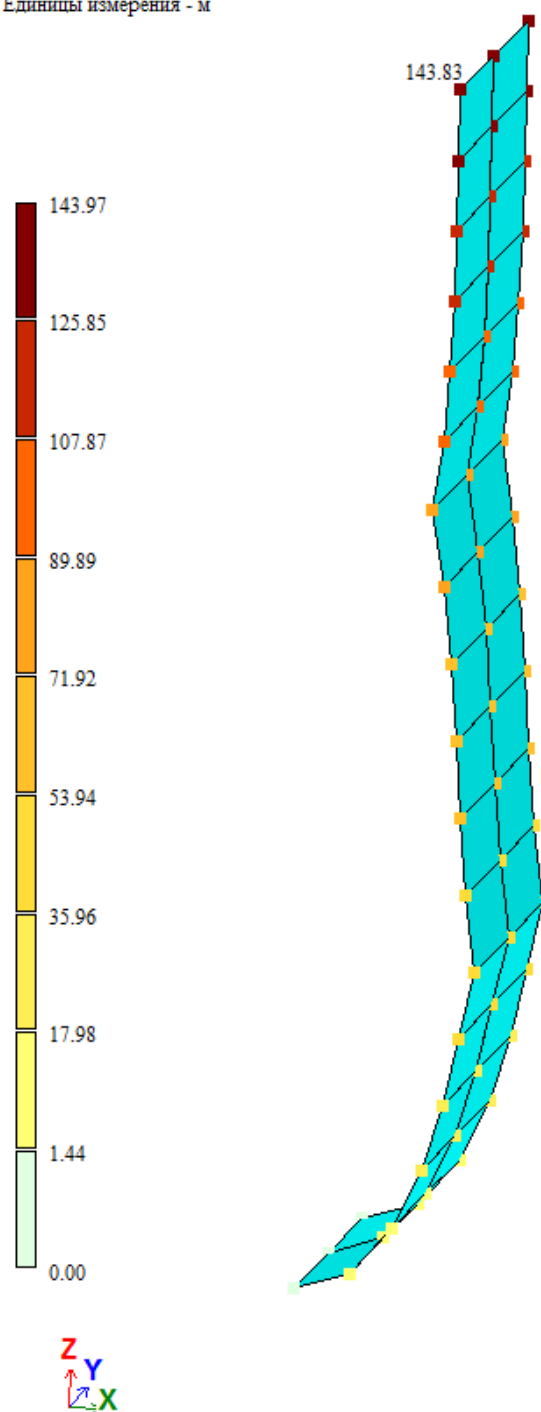
1-ая расчетная схема. Исходная плюс деформированная

Нелинейное нагружение 1

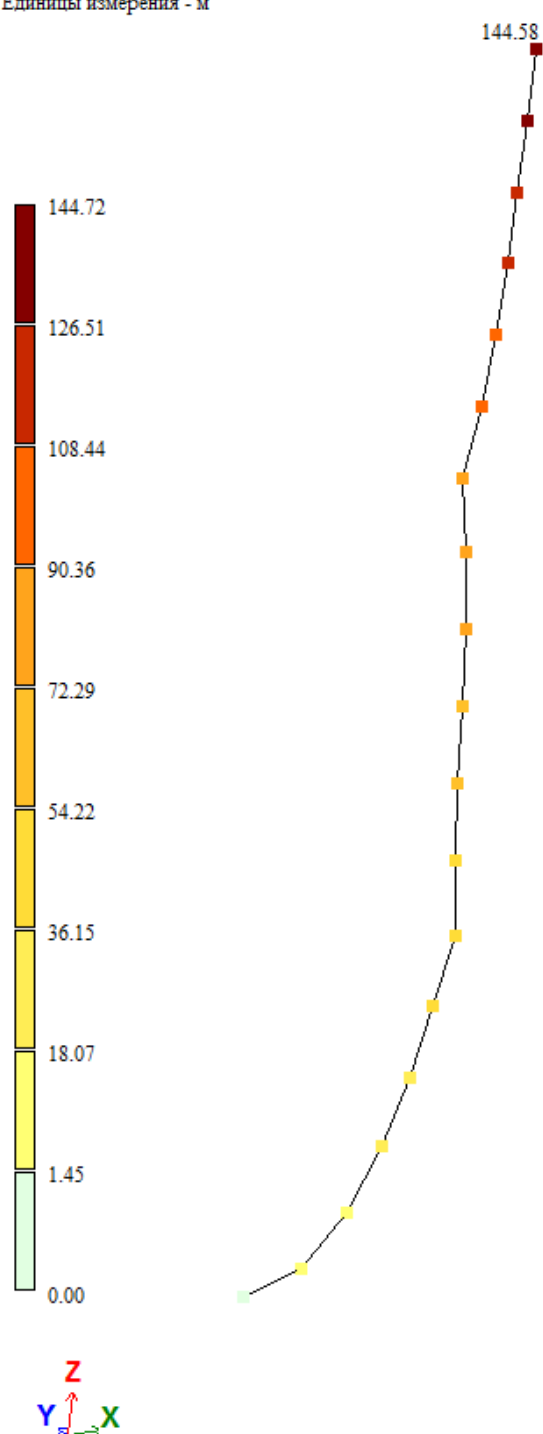


2-ая расчетная схема. Исходная плюс деформированная

Нелинейное нагружение 1
Мозаика перемещений по Z(G)
Единицы измерения - м



Нелинейное нагружение 1
Мозаика перемещений по Z(G)
Единицы измерения - м



Мозаика перемещений по Z.

СРАВНЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ РАСЧЕТА:

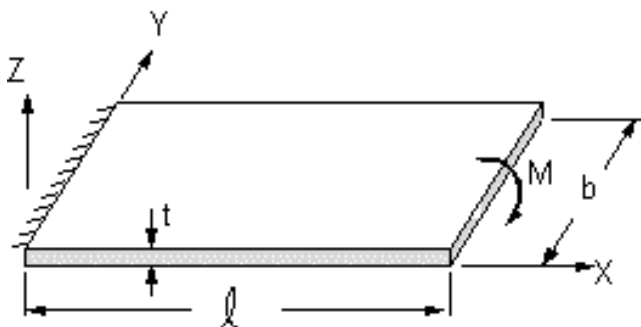
Модель	Аналитическое решение Горизонтальное перемещение [м]	Результаты расчета (ЛИРА- САПР) [м]	Погрешность, %
Стержневая	143.00	144.58	1.09
Оболочечная	143.00	143.83	0.58

Тест 4.7 Изгиб полосы в цилиндрическую оболочку

Цель: Определение горизонтальных перемещений точек при больших перемещениях консоли.

Формулировка задачи: К прямоугольной пластинке зажатой одним краем к противоположному краю приложен изгибающий момент..

Описание расчетной схемы: Консоль длиной 10 метров с приложенным изгибающим моментом.



Аналитическое решение: Лурье А.И. Нелинейная теория упругости- М.: Наука, 1980 стр. 300.

Геометрия схемы:

Длина плиты $L = 10$ м

Ширина плиты $B = 8$ м

Толщина плиты $t = 0.533$ м

Характеристика материала:

Модуль упругости $E = 100$ кПа

Коэффициент Пуассона $\nu = 0$

Граничные условия:

Левая сторона закреплена

Нагрузки:

Интенсивность изгибающего момента $M = 0.785$ кНм/м.

В стержневой модели приложен сосредоточенный момент $M = 0.785[\text{кНм/м}] \cdot 8[\text{м}] = -6,28$ кНм.

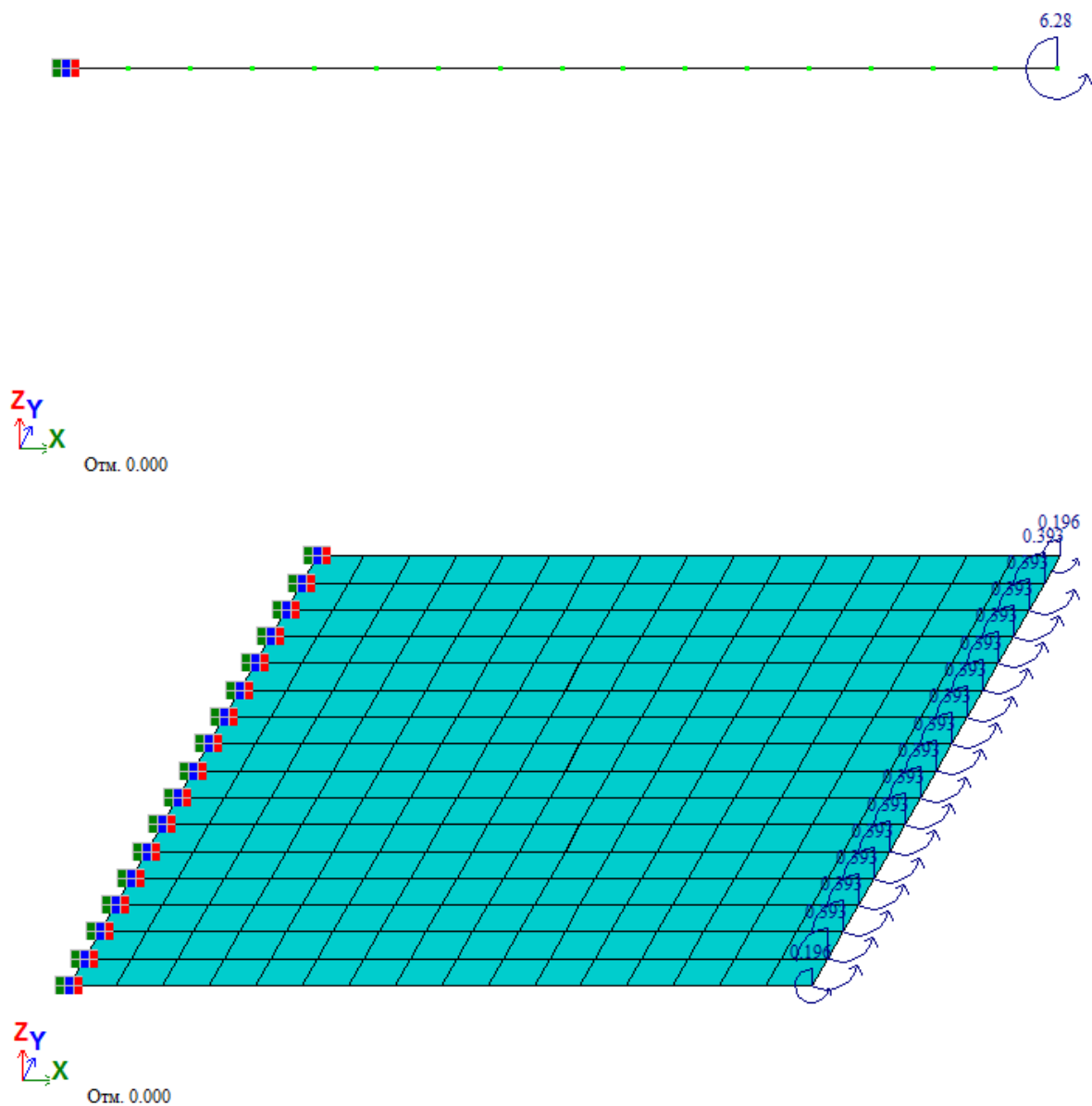
В оболочечной модели момент приложен в узлы $M = 6,28[\text{кНм}] / 16[\text{узлов}] = 0,3925$ кНм.

Примечание:

Рассматривалось две расчетных схемы.

Для построения 1-ой расчетной схемы использованы стержни, КЭ 309 –универсальный пространственный сильно изгибаемый геометрически нелинейный КЭ. Количество элементов: 16.

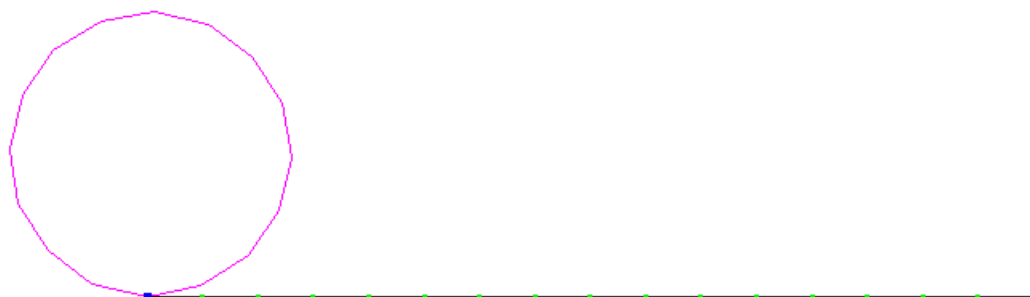
Для построения 2-ой расчетной схемы использованы пластины, КЭ 344 – геометрически нелинейный универсальный четырехугольный КЭ оболочки. Количество элементов: 256.



Расчетные схемы

Результаты расчета:

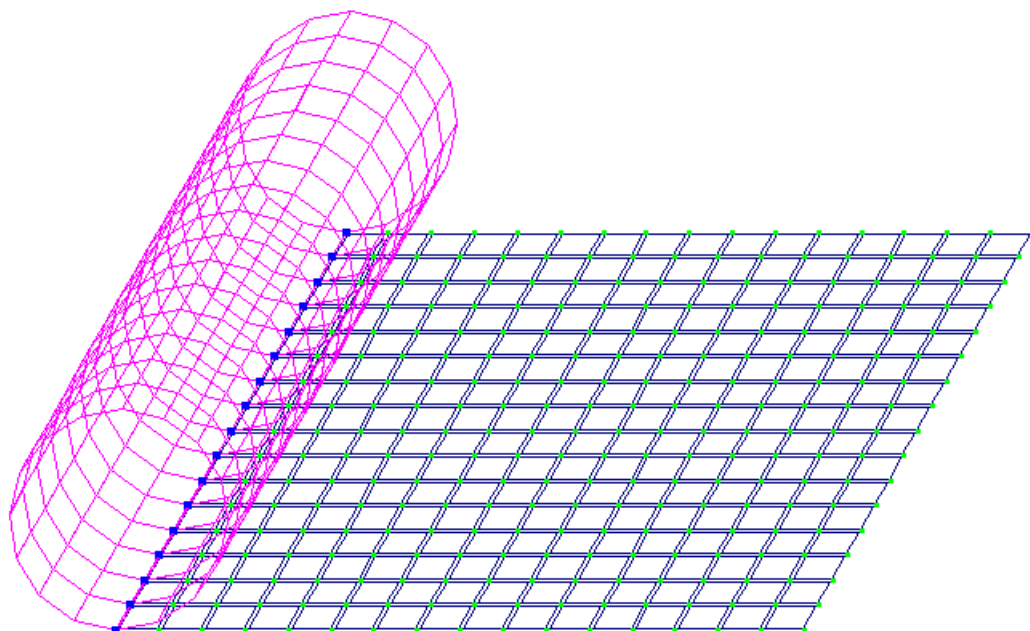
Нелинейное нагружение 1



Отм. 0.000

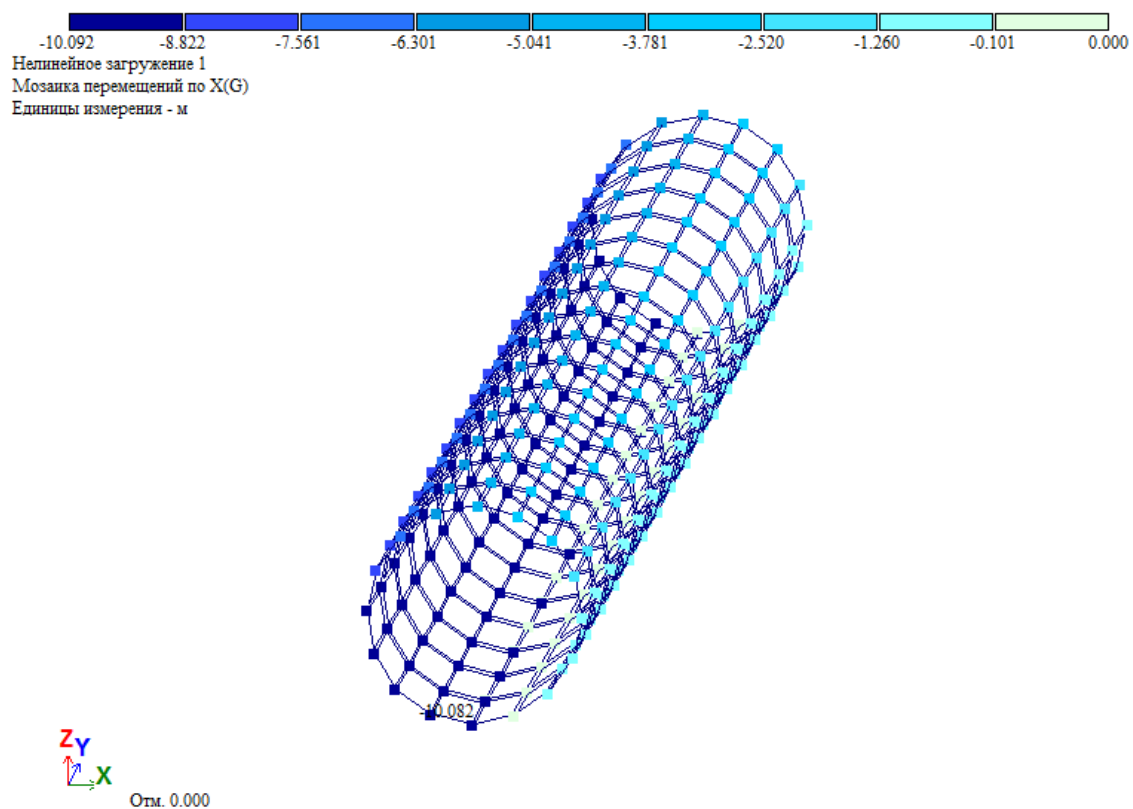
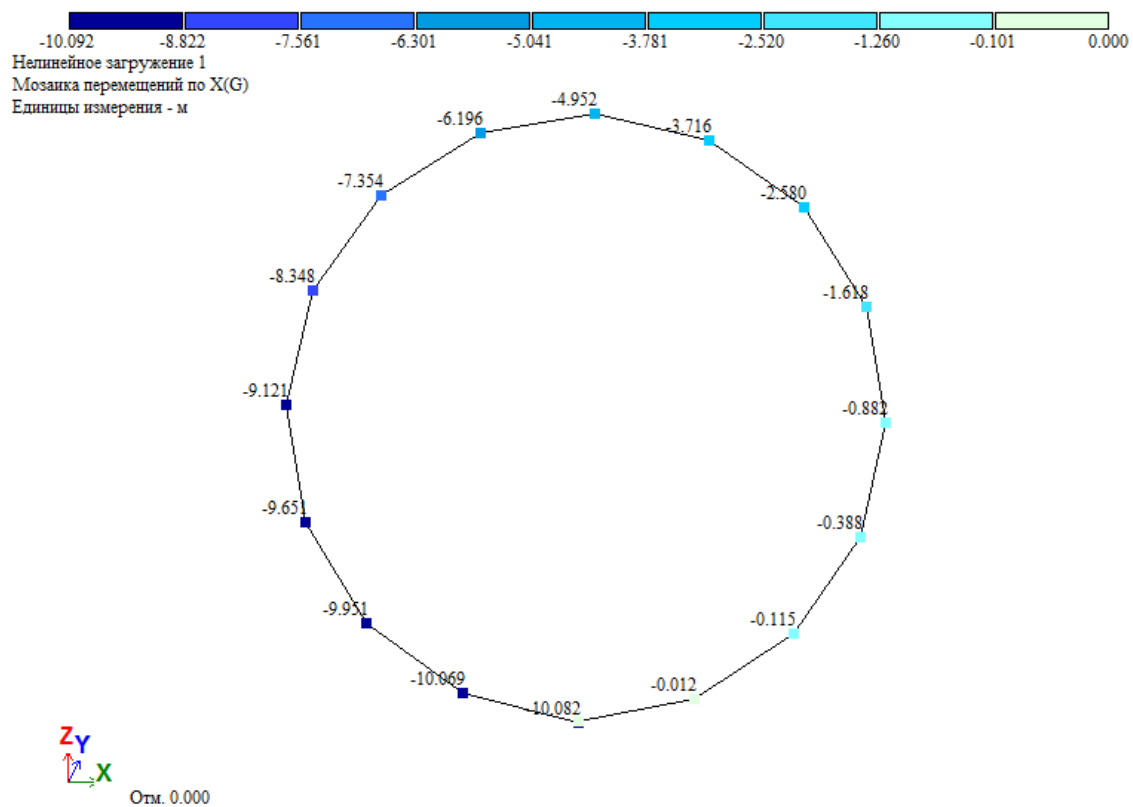
1-ая расчетная схема. Исходная плюс деформированная

Нелинейное нагружение 1



Отм. 0.000

2-ая расчетная схема. Исходная плюс деформированная



СРАВНЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ РАСЧЕТА:

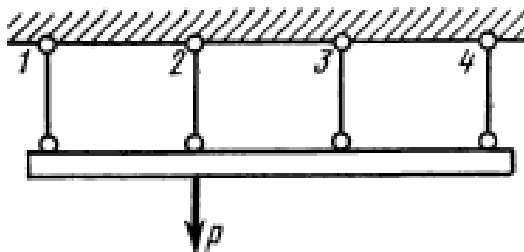
Модель	Аналитическое решение Горизонтальное перемещение [м]	Результаты расчета (ЛИРА- САПР) [м]	Погрешность, %
Стержневая	10.00	10.082	0.82
Оболочечная	10.00	10.082	0.82

Тест 4.8 Жесткая балка на подвесках

Цель: Определение напряженного состояния системы, состоящей из жесткой балки и четырех идеально упруго-пластических подвесок.

Формулировка задачи: Определить усилия в подвесках при различной величине внешней силы.

Описание расчетной схемы: Жесткая балка подвешена на 4-х идеально упруго-пластических стержнях. К балке этапами прикладывается сосредоточенная сила.



Аналитическое решение: А. Р. Ржаницин *Строительная механика: Учебное пособие для вузов.* – М.: Высш. школа, 1982, стр. 179-181.

Геометрия:

Длина подвесок $l=1\text{ м}$;

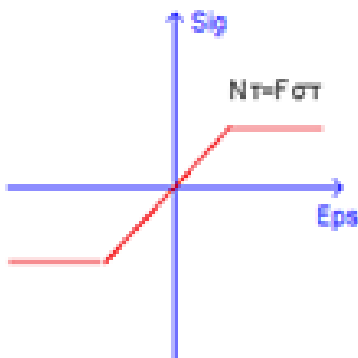
Расстояние между точками 1-2, 2-3, 3-4 $a=1\text{ м}$.

Характеристика материала:

Жесткость балки $EI=1\cdot 10^7\text{ тс}\cdot\text{м}^2$

Жесткость подвесок $EF=1000\text{ тс}\cdot\text{м}^2$,

Предельное усилие $N^m=0,5\text{ тс}$:



Граничные условия:

Связи по степеням свободы X и Z в основании подвесок, X – у правого конца балки.

Нагрузки:

$P= 2N^m$, $P= 2.5N^m$, $P= 2.8N^m$, $P= 3N^m$

Примечание:

Для построения схемы использованы КЭ 2 – КЭ плоской рамы (для балки).

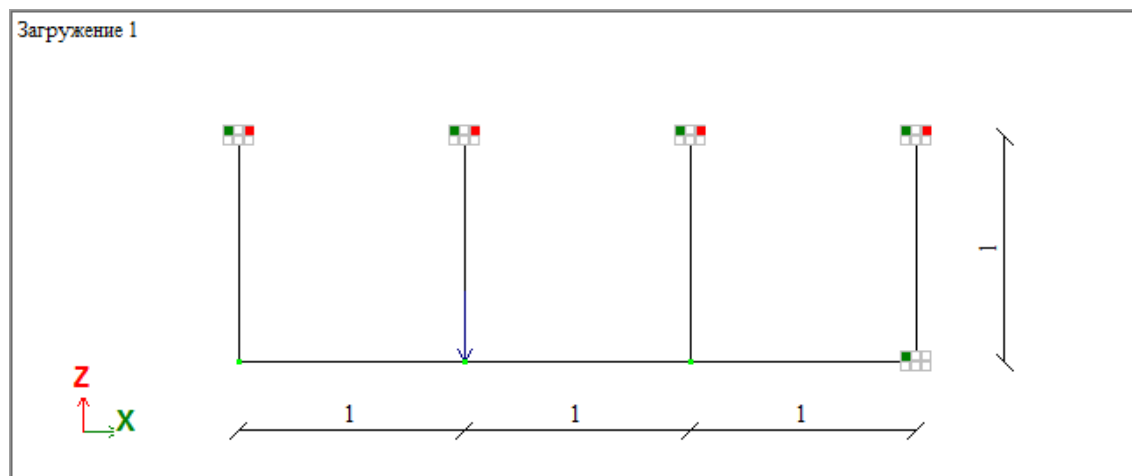
Подвески моделировались двумя вариантами:

1. КЭ 201 - физически нелинейный стержневой КЭ плоской фермы.

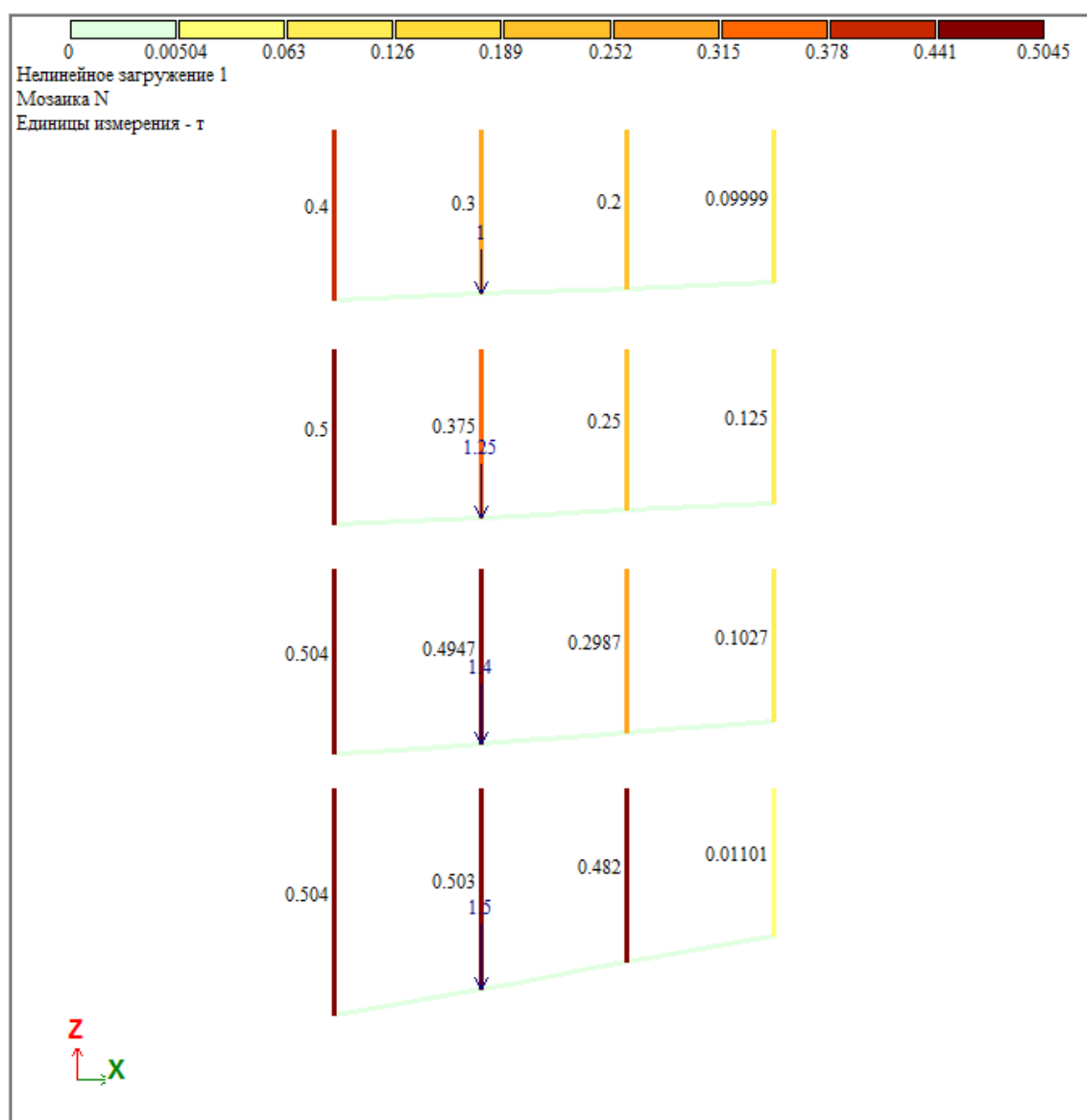
2. КЭ 255 - двухузловой КЭ упругих связей с учетом предельных усилий.

Для решения нелинейной задачи организован шаговый процесс (кол-во шагов=100 для варианта 1 и кол-во шагов=1 для варианта 2, минимальное число итераций=300).

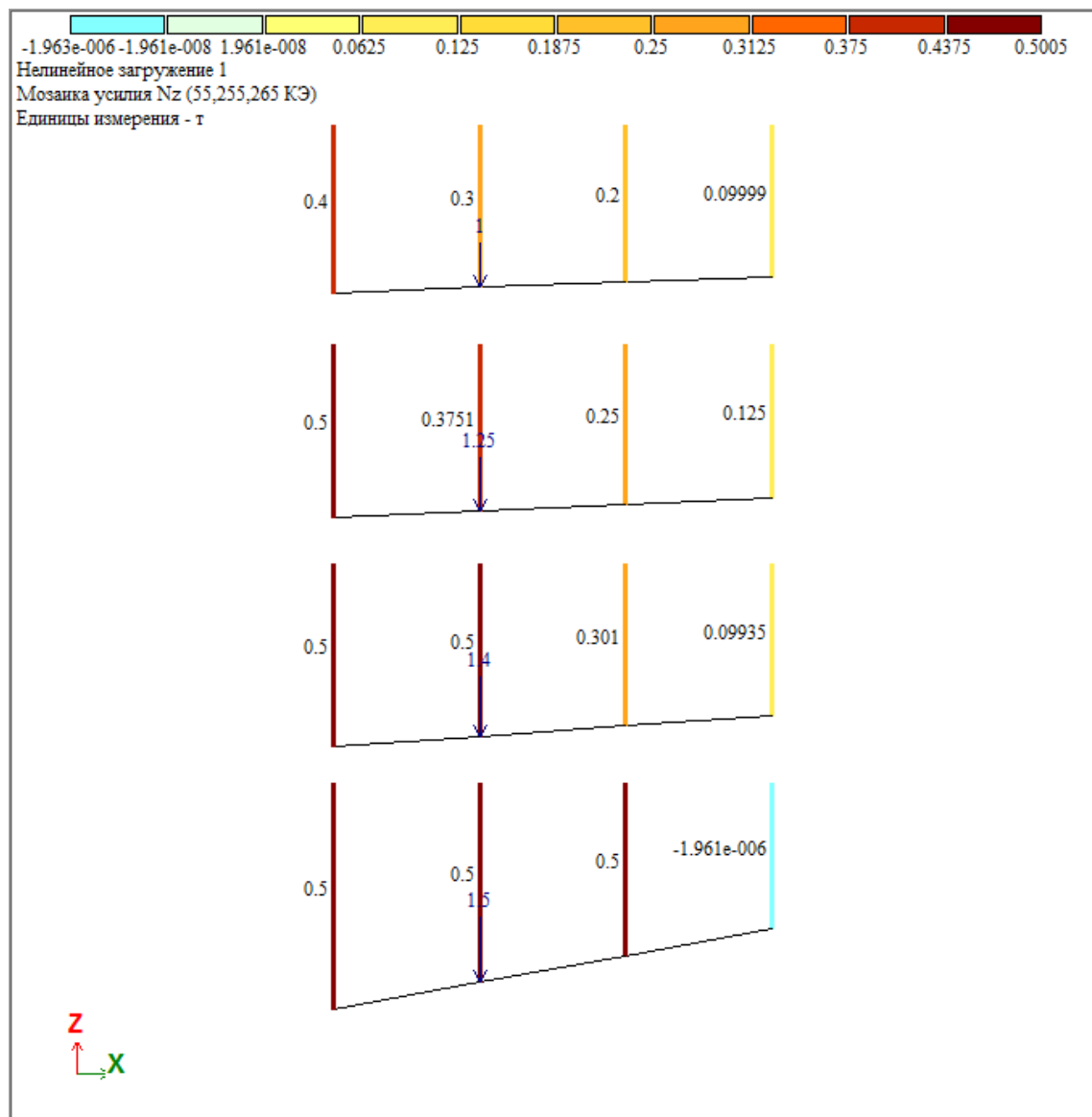
Результаты расчета:



Расчетная схема



Вариант 1. Усилия в подвесках



Вариант 2. Усилия в подвесках

СРАВНЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ РАСЧЕТА:

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА ПО ВАРИАНТУ 1:

№ Подвески	Искомая величина	Аналитическое решение при Р				Результаты расчета (ЛИРА-САПР) при Р				Погрешность, %
		$2N^m$	$2,5N^m$	$2,8N^m$	$3N^m$	$2N^m$	$2,5N^m$	$2,8N^m$	$3N^m$	
1	$N_1, кН$	0,4Р	N^m	N^m	N^m	0,4Р	N^m	$1,008N^m$	$1,008N^m$	0,8
2	$N_2, кН$	0,3Р	$0,75N^m$	N^m	N^m	0,3Р	$0,75N^m$	$0,9894N^m$	$1,006N^m$	1,06
3	$N_3, кН$	0,2Р	$0,5N^m$	$0,6N^m$	N^m	0,2Р	$0,5N^m$	$0,5974N^m$	$0,964N^m$	3,6
4	$N_3, кН$	0,1Р	$0,25N^m$	$0,2N^m$	0	0,1Р	$0,25N^m$	$0,2054N^m$	$0,00328N^m$	-

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА ПО ВАРИАНТУ 2:

№ Подвески	Искомая величина	Аналитическое решение при Р				Результаты расчета (ЛИРА-САПР) при Р				Погрешность, %
		$2N^m$	$2,5N^m$	$2,8N^m$	$3N^m$	$2N^m$	$2,5N^m$	$2,8N^m$	$3N^m$	
1	$N_1, кН$	0,4Р	N^m	N^m	N^m	0,4Р	N^m	N^m	N^m	0
2	$N_2, кН$	0,3Р	$0,75N^m$	N^m	N^m	0,3Р	$0,75N^m$	N^m	N^m	0
3	$N_3, кН$	0,2Р	$0,5N^m$	$0,6N^m$	N^m	0,2Р	$0,5N^m$	$0,602N^m$	N^m	0,33
4	$N_3, кН$	0,1Р	$0,25N^m$	$0,2N^m$	0	0,1Р	$0,25N^m$	$0,1866N^m$	$3,92 \cdot 10^{-6} N^m$	-

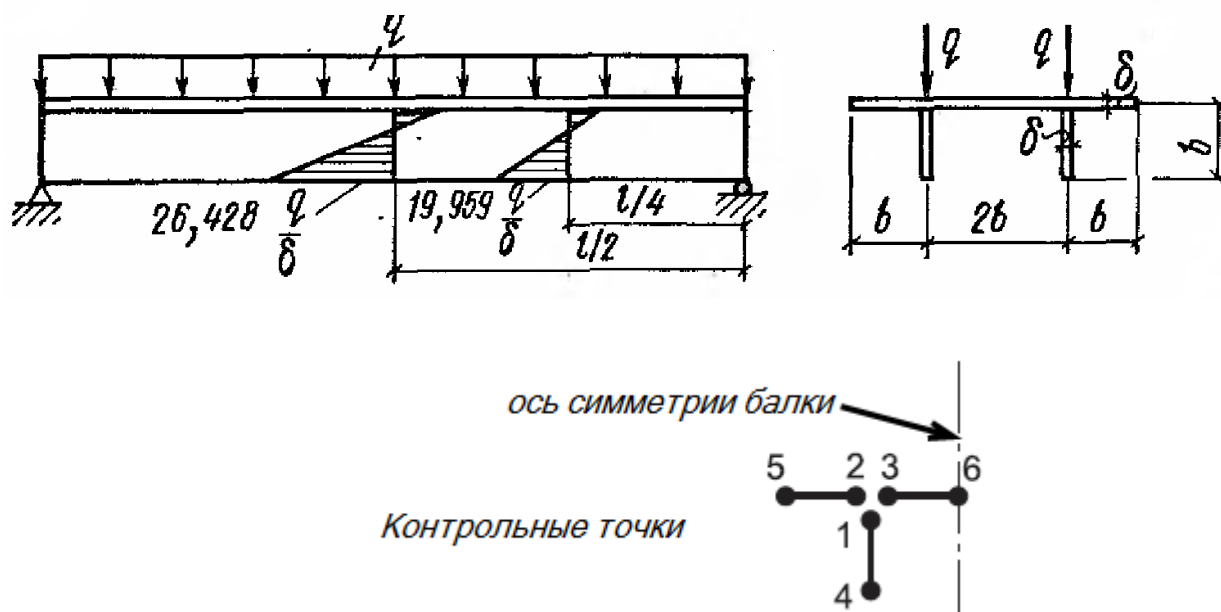
Тест 4.9 Двухреберная балка под действием равномерно распределенных нагрузок, приложенных в плоскости ребер

Цель: Исследование распределения нормальных напряжений в двухреберной балке от действия равномерно распределенных нагрузок, приложенных в плоскости ребер.

Формулировка задачи: Двухреберная балка свободно опертая через торцевые идеальные диафрагмы абсолютно жесткие в их плоскости и абсолютно податливые из их плоскости находится под воздействием равномерно распределенных по линии вдоль ребер нагрузок q , приложенных в их плоскости. Определить нормальные напряжения σ , действующие вдоль балки, в элементах ее конструкции в точках поперечного сечения $i = 1, 4, 5, 6$ для половины ($l/2$) и четверти ($l/4$) пролета балки при учете следующих допущений, принятых при выводе аналитического решения:

- Пренебрегаются изгибные деформации элементов конструкции балки из их плоскости;
- Принимается отсутствие перемещений в горизонтальной плоскости в направлении поперек балки на стыках ребер и полки;
- Не учитывается разность в напряжениях в конструктивных элементах балки на стыках ребер и полки.

Описание расчетной схемы: двухреберная балка под действием распределенных нагрузок



Аналитическое решение: А.В. Александров, Б.Я. Лащеников, Н.Н. Шапошников. Строительная механика. Тонкостенные пространственные системы. — Москва: Стройиздат, 1983.

Характеристика материала:

Модуль упругости $E = 3 \times 10^7$ кПа
Коэффициент Пуассона $\nu = 0.15$
Толщина ребер и полки $\delta = 0.1$ м
Высота ребер $b = 1.0$ м
Расстояние между ребрами $2b = 2.0$ м
Ширина полки $4b = 4.0$ м
Длина балки $L = 7.85$ м

Граничные условия: Шарнирное опирание на краях балки.

Нагрузки: $q = 10$ кН/м - равномерно распределенная по линии вдоль ребер нагрузка

Примечание:

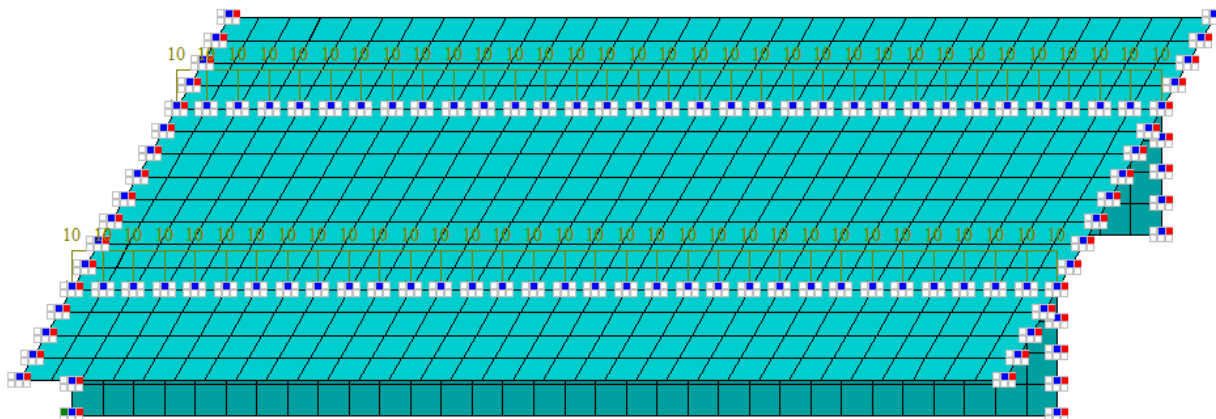
Рассматривается два варианта расчетной схемы. Для построения пространственной схемы (признак схемы 5) использованы КЭ 27 - универсальный четырехугольный КЭ балка стенка.

Вариант 1

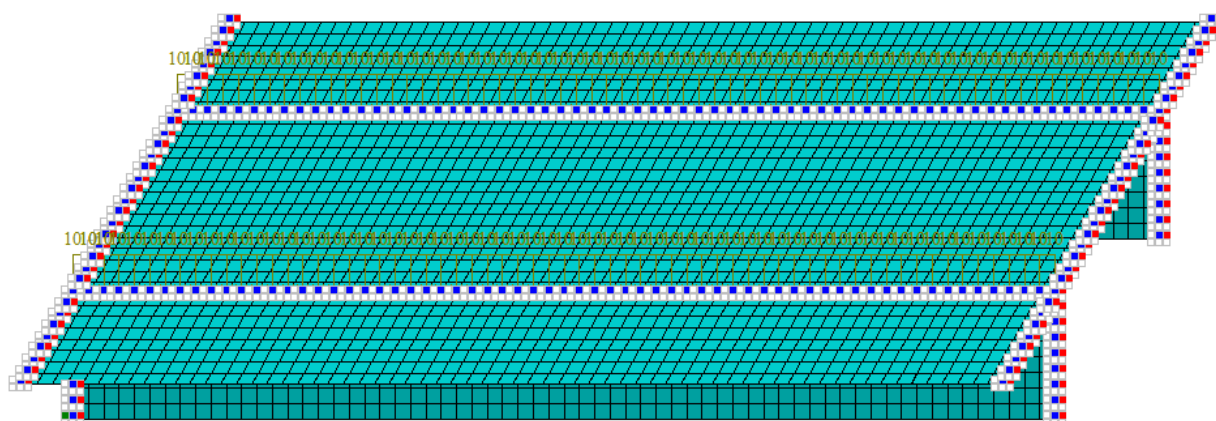
Сетка конечных элементов разбита в направлении поперек балки с шагом 0.25 м и в направлении вдоль балки с шагом 0.2453125 м. Число элементов 768

Вариант 2

Сетка конечных элементов разбита в направлении поперек балки с шагом 0.125 м и в направлении вдоль балки с шагом 0.122656 м. Число элементов 3072



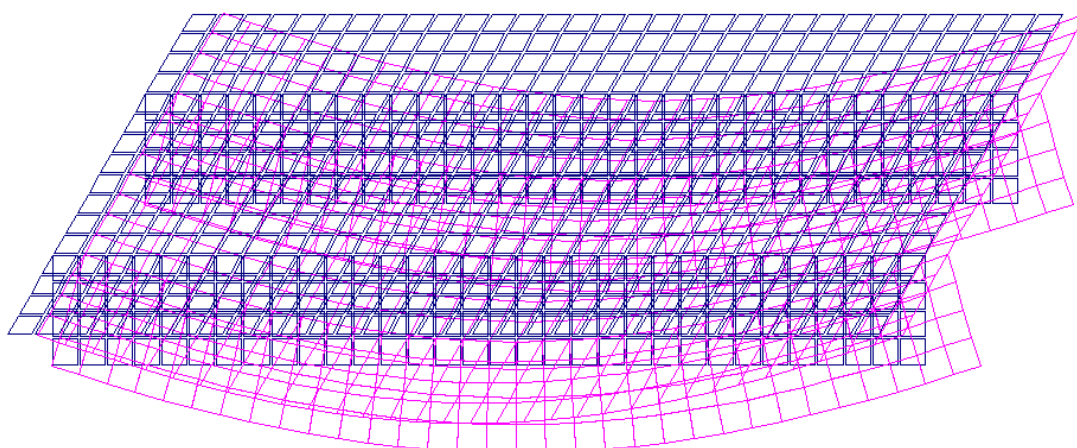
Расчетная схема. Вариант 1



Расчетная схема. Вариант 2

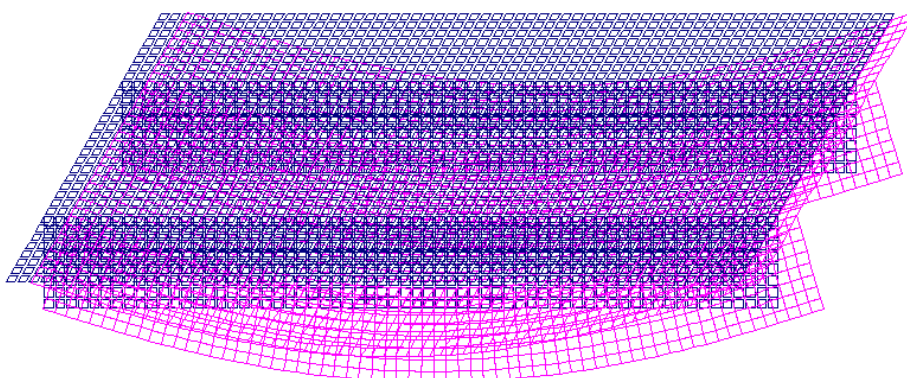
Результаты расчета:

Загружение 1

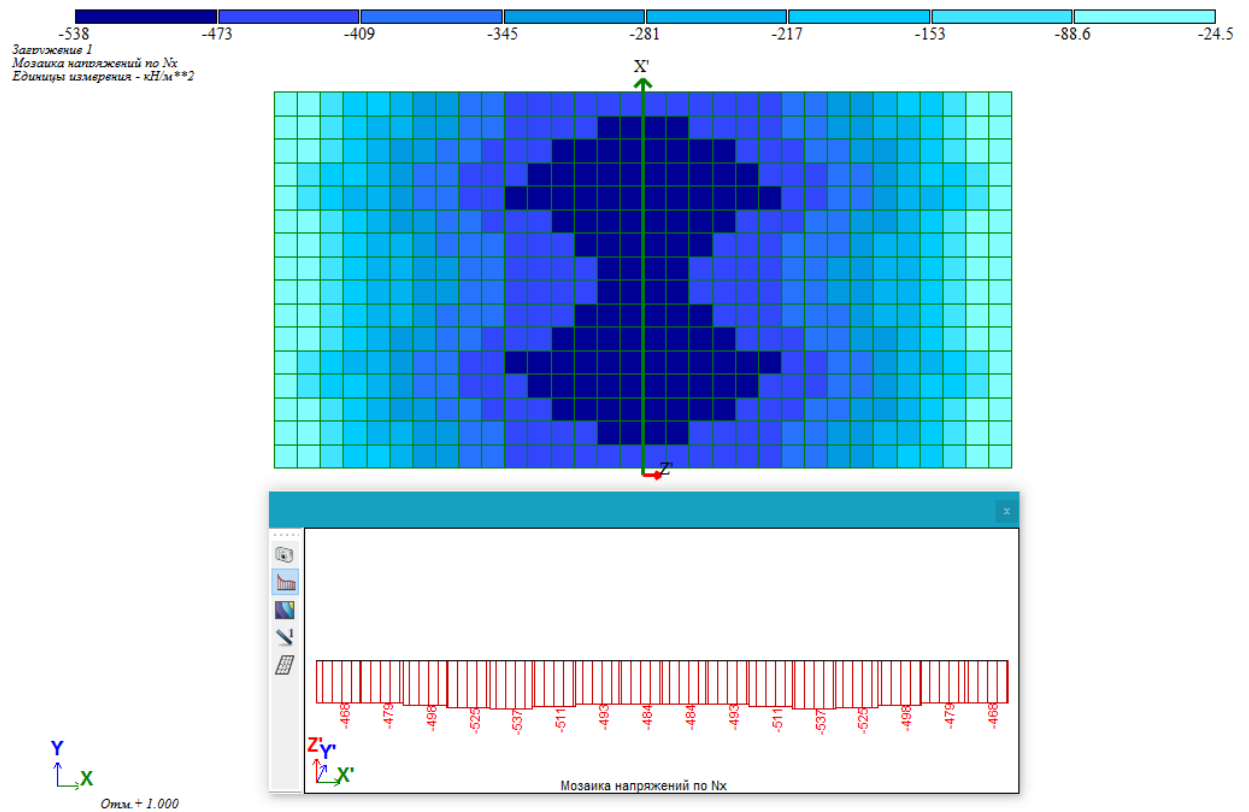


Деформированная схема. Вариант 1

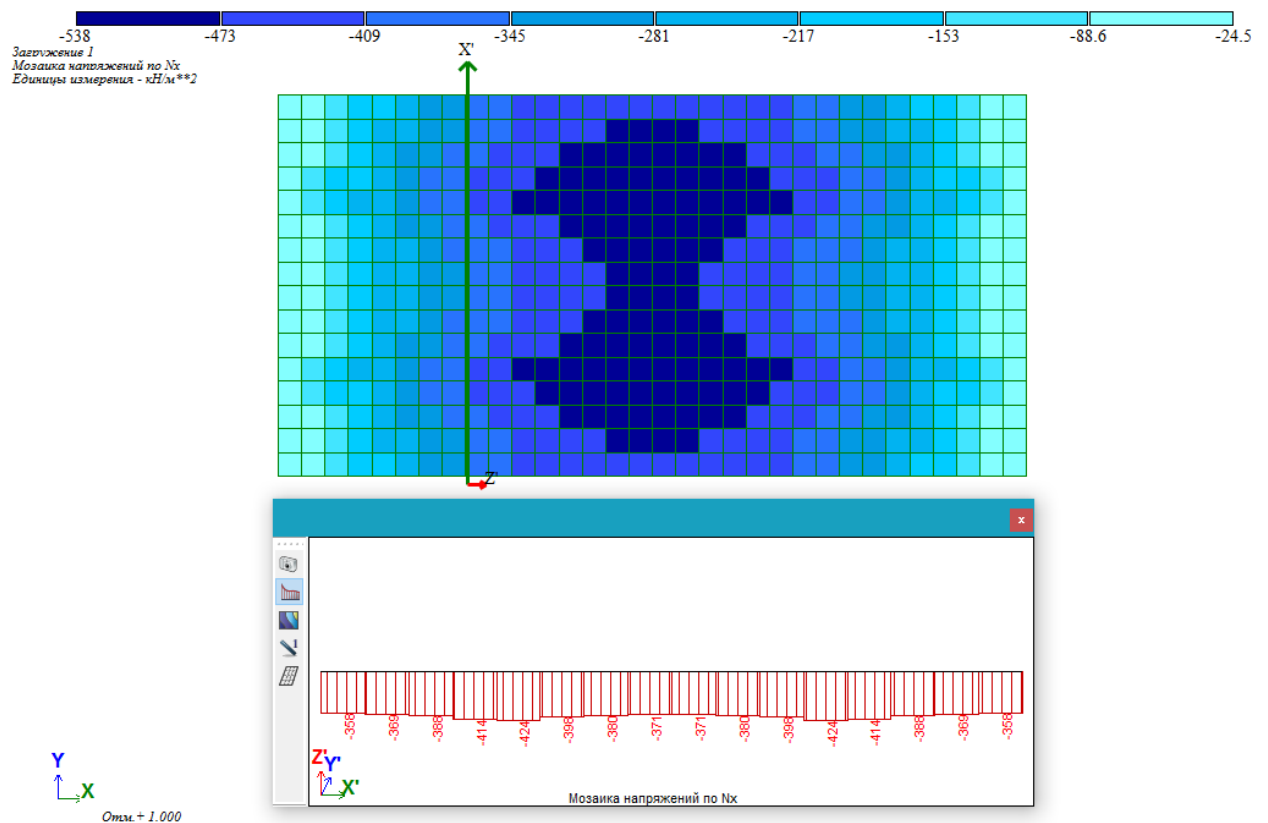
Загружение 1



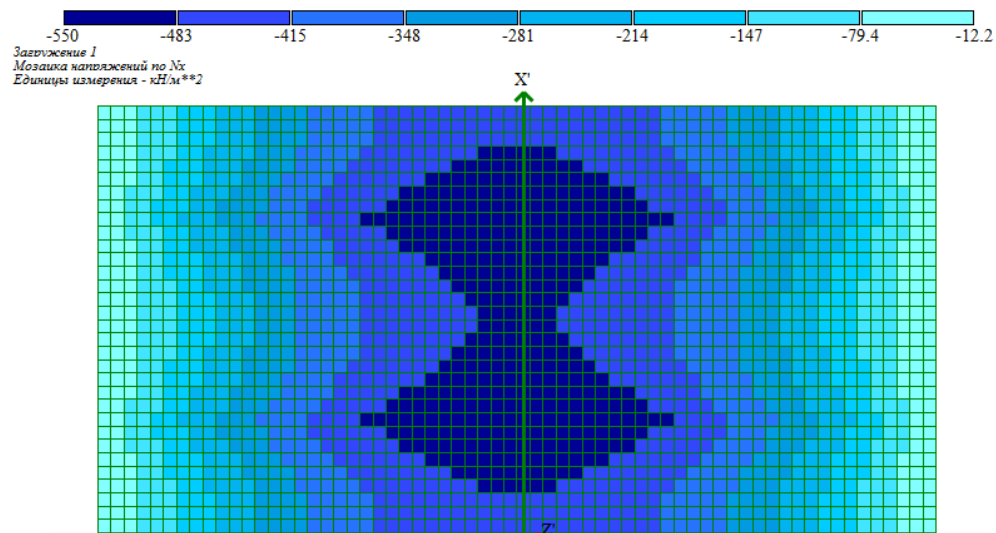
Деформированная схема. Вариант 2



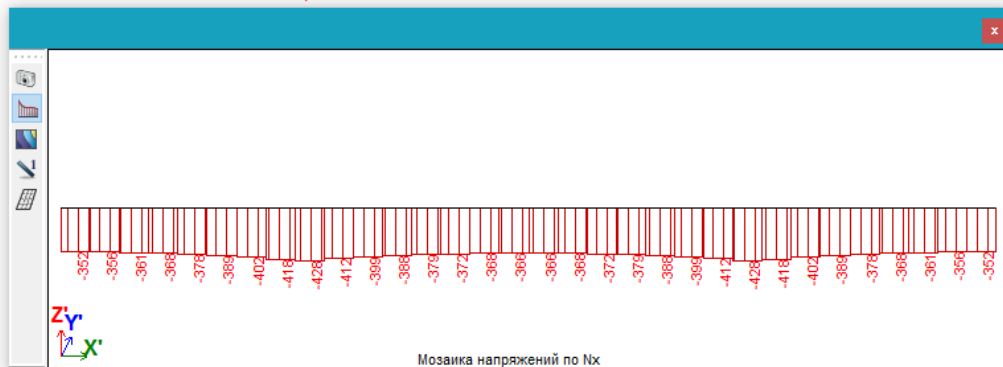
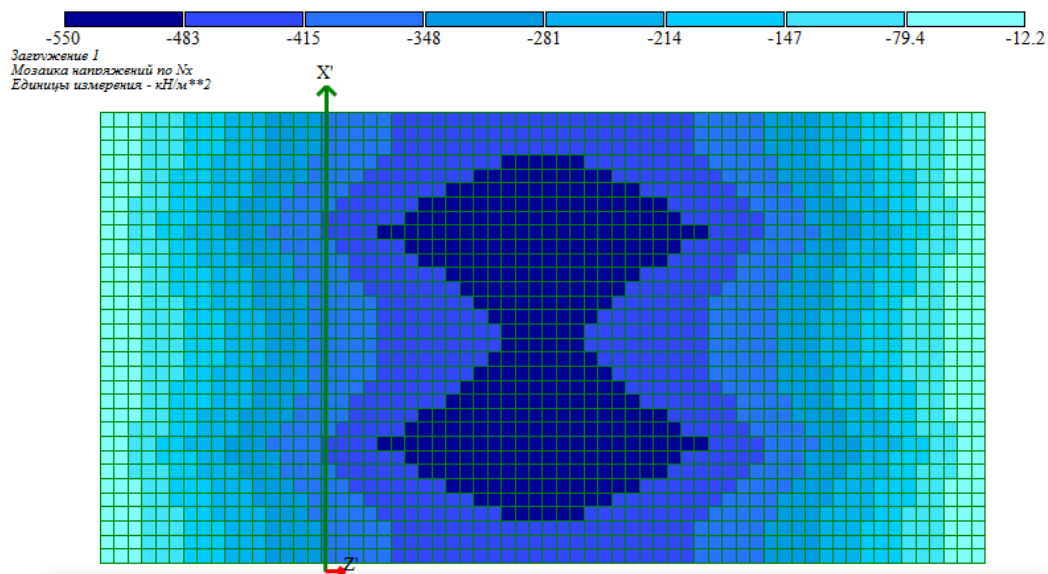
Значения нормальных напряжений в полке балки в середине пролета. Вариант 1



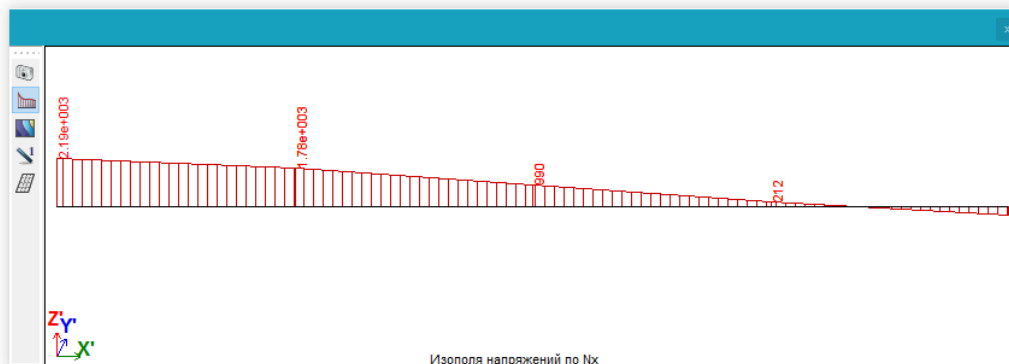
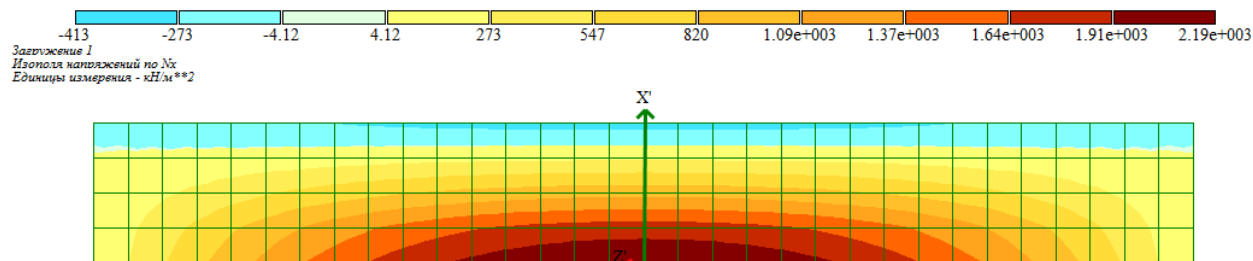
Значения нормальных напряжений в полке балки в четверти пролета. Вариант 1



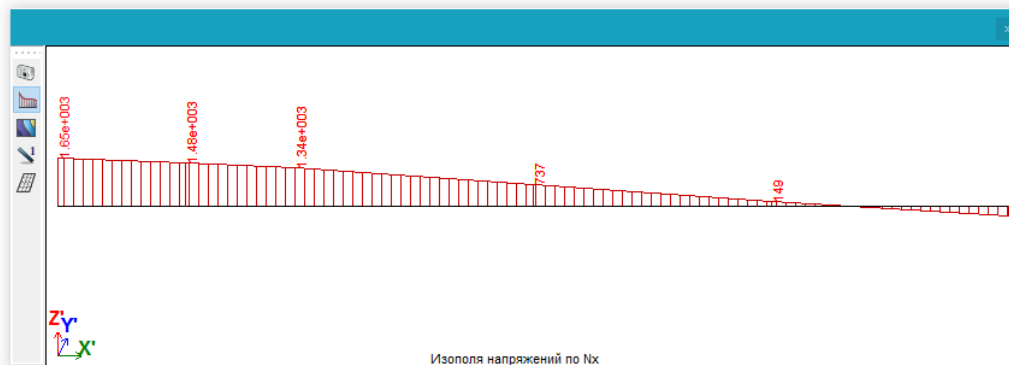
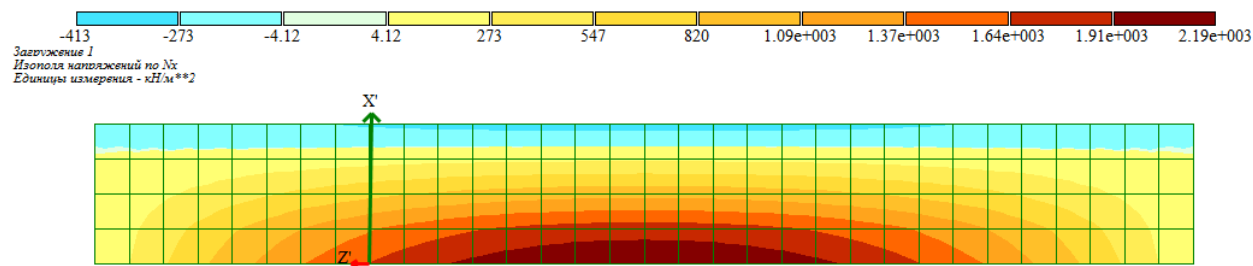
Значения нормальных напряжений в полке балки в середине пролета. Вариант 2



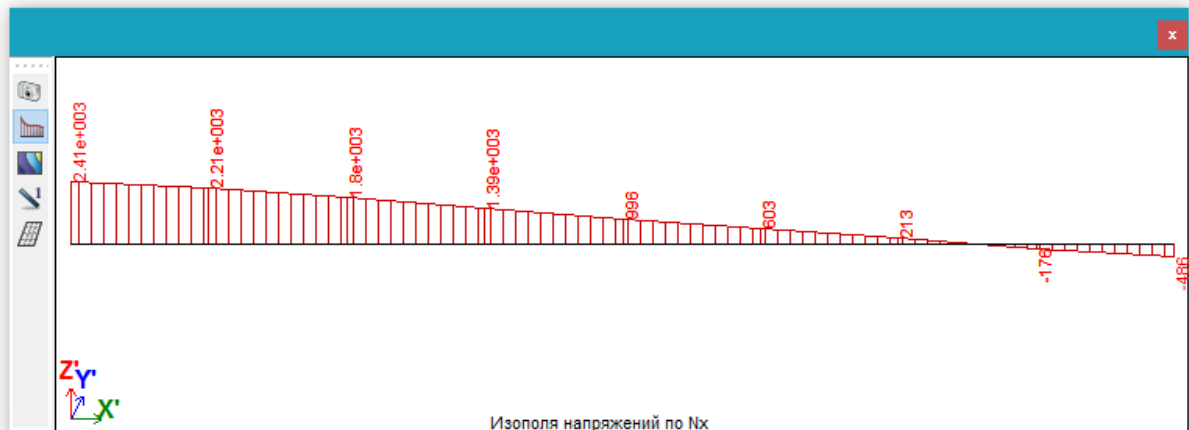
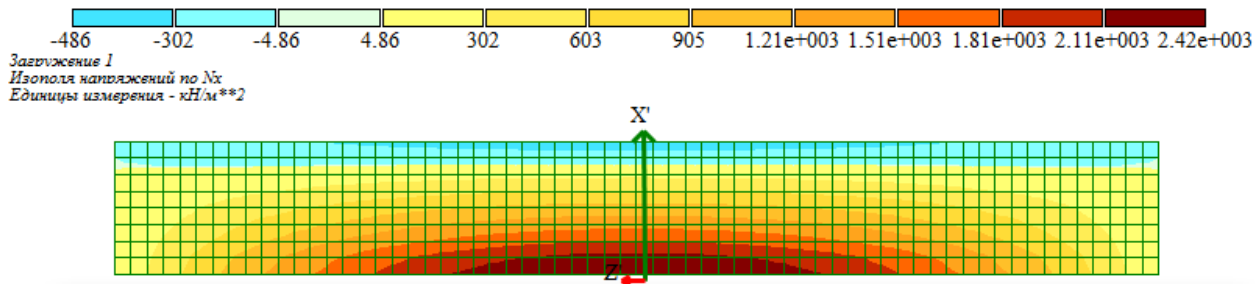
Значения нормальных напряжений в полке балки в четверти пролета. Вариант 2



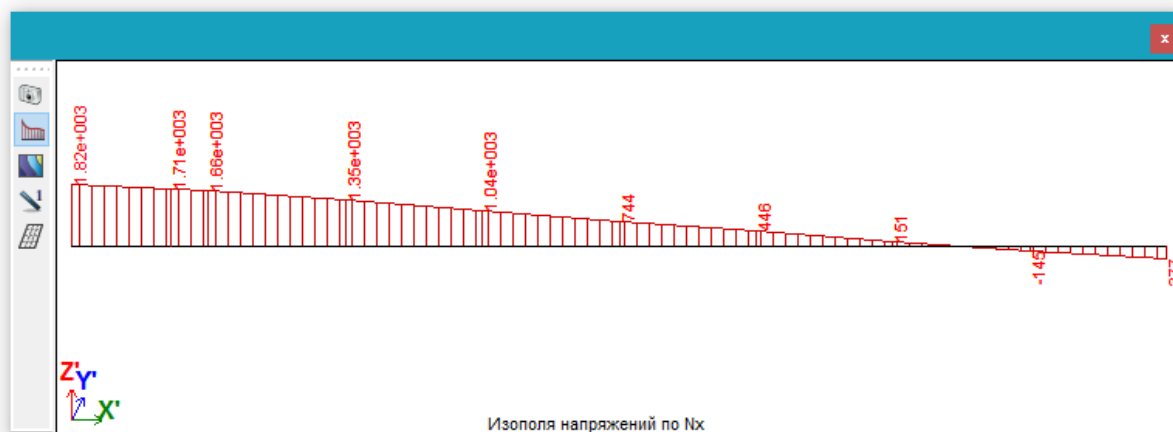
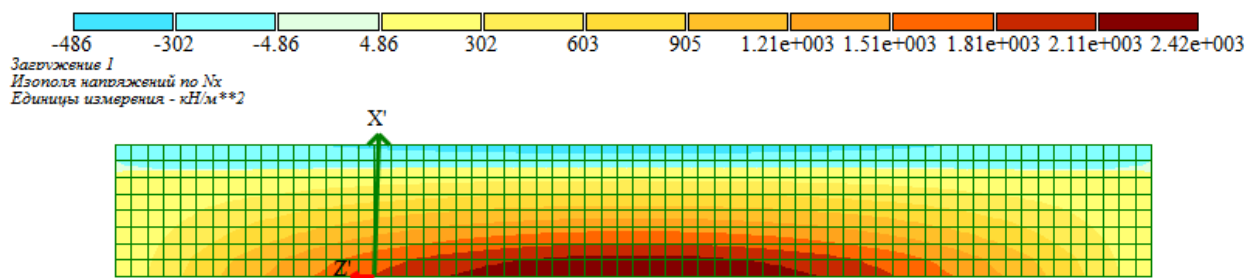
Значения нормальных напряжений в ребре балки в середине пролета. Вариант 1



Значения нормальных напряжений в ребре балки в четверти пролета. Вариант 1



Значения нормальных напряжений в ребре балки в середине пролета. Вариант 2



Значения нормальных напряжений в ребре балки в четверти пролета. Вариант 2

СРАВНЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ РАСЧЕТА:

Нормальные напряжения σ (кН/м²), действующие вдоль балки, в элементах ее конструкции в точках поперечного сечения $i = 1, 4, 5, 6$ для половины ($l/2$) и четверти ($l/4$) пролета балки

x, м	$l/2=3.925$				$l/4=1.9625$			
i	1	4	5	6	1	4	5	6
теория	-564	2631	-472	-488	-435	1987	-345	-359
Лира Сапр Вариант 1	-412	2187	-468	-484	-318	1650	-327	-339
Лира Сапр Вариант 2	-486	2410	-471	-487	-377	1820	-352	-366
Отклонения, % вариант 1	26.95	16.88	0.85	0.82	26.90	16.96	5.22	5.57
Отклонения, % вариант 2	13.83	8.40	0.21	0.20	13.33	8.40	-2.03	-1.95

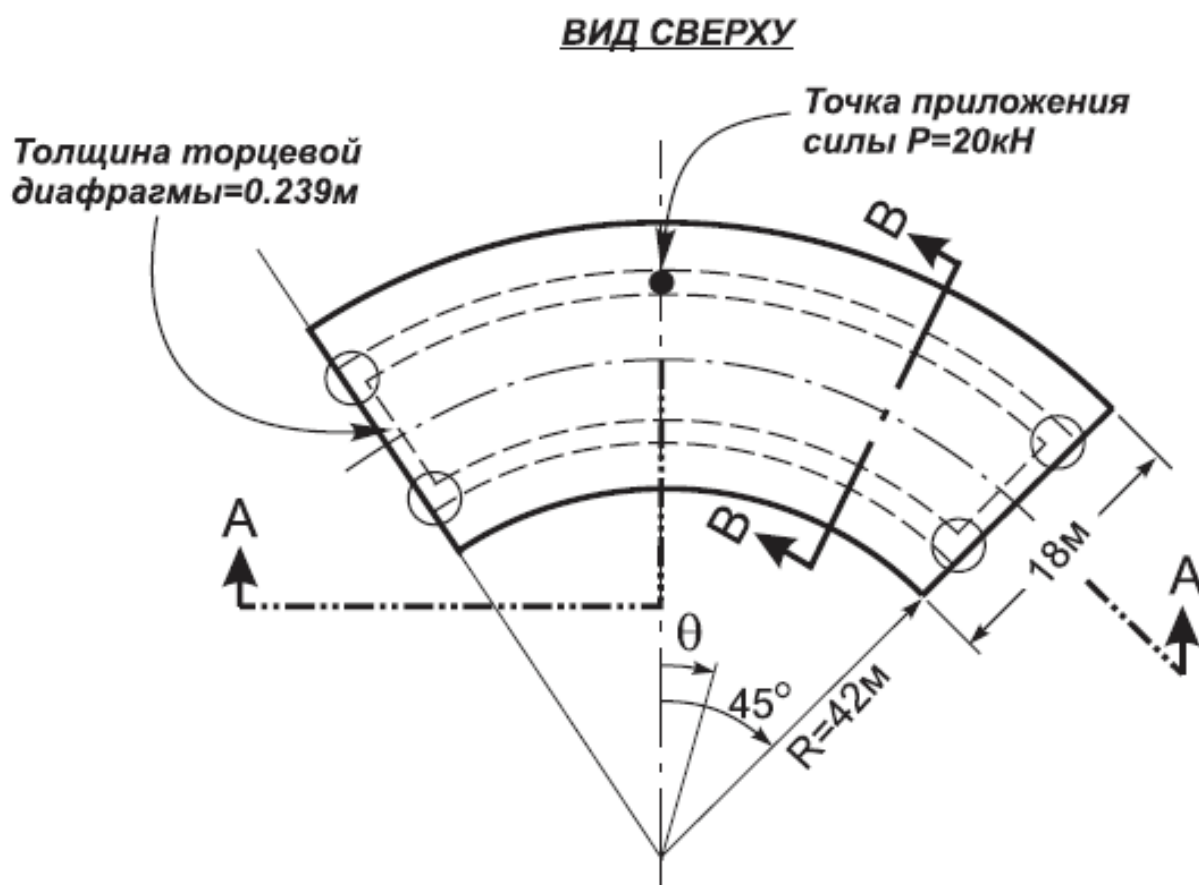
Тест 4.10 Пространственная коробчато-пластинчатая система

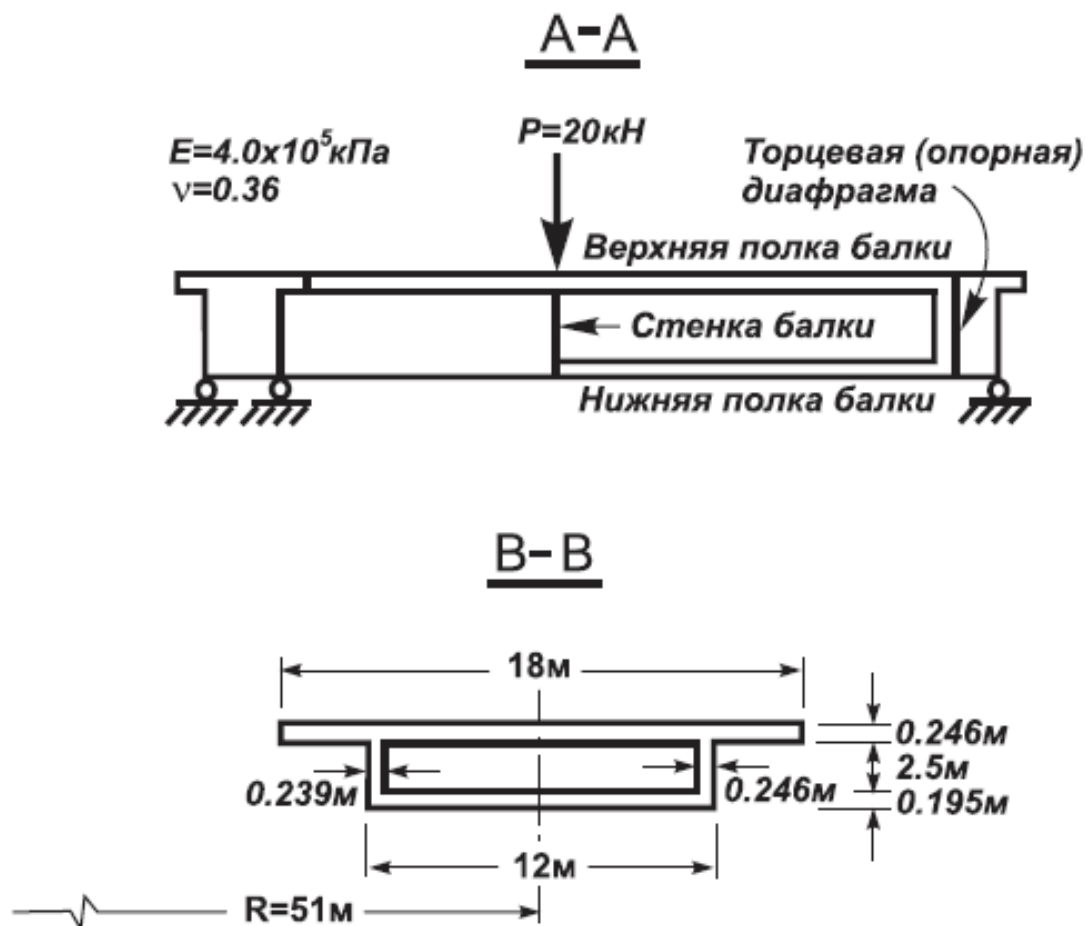
Цель: Исследование распределения тангенциальных напряжений и вертикальных перемещений в криволинейной в плане коробчатой балке пролетного строения моста от действия вертикальной сосредоточенной силы, приложенной в середине пролета над внешней стенкой.

Формулировка задачи: Коробчатая балка пролетного строения моста, продольная ось которой представляет в плане круговую кривую, свободно опирается через торцевые диафрагмы и нагружена сосредоточенной силой P , приложенной в середине пролета над внешней стенкой. Определить:

- распределение тангенциальных напряжений σ_θ , действующих вдоль балки, на внешних поверхностях и в срединных плоскостях верхней и нижней полки по поперечному сечению в середине пролета;
- распределение тангенциальных напряжений σ_θ , действующих вдоль балки, на внешней поверхности нижней полки вдоль продольной оси;
- распределение вертикальных перемещений w по нижним граням внешней и внутренней стенок вдоль продольной оси.

Описание расчетной схемы: Криволинейная в плане коробчатая балка пролетного строения моста под действием сосредоточенной силы





Аналитическое решение: Kanoknukulchai W., A simple and efficient finite element for general shell analysis. Int. J. Num. Meth. Engng, 1979, Vol.14, pp.179-200., A.R.M. Fam and C. Turkstra, "Model study of horizontally curved box girder", J. Engng Struct. Div., ASCE, 102, st5, 1097-1108 (1976)

Характеристика материала:

$E = 4.0 \cdot 10^5$ кПа - модуль упругости;
 $\nu = 0.36$ - коэффициент Пуассона;
 $R = 51.0$ м - радиус продольной оси балки;
 $\theta = 45^\circ$ - центральный угол, содержащий половину пролета балки;
 $b_{tf} = 18.0$ м - ширина верхней полки;
 $t_{tf} = 0.246$ м - толщина верхней полки;
 $b_{bf} = 12.0$ м - ширина нижней полки;
 $t_{bf} = 0.195$ м - толщина нижней полки;
 $h_{ew} = 2.5$ м - высота внешней стенки по внутренним поверхностям полок;
 $t_{ew} = 0.246$ м - толщина внешней стенки;
 $h_{iw} = 2.5$ м - высота внутренней стенки по внутренним поверхностям полок;
 $t_{iw} = 0.239$ м - толщина внутренней стенки;
 $t_{ed} = 0.239$ м - толщина торцевой диафрагмы;

Граничные условия: Шарнирное опирание в нижних углах балки.

Нагрузки: $P = 20$ кН - сосредоточенная вертикальная сила, приложенная в середине пролета балки над внешней стенкой;

Примечание:

Рассматривается два варианта расчетной схемы. Для построения пространственной схемы (признак схемы 5) использованы КЭ 44 - универсальный четырехугольный КЭ оболочки.

Вариант 1

Сетки конечных элементов верхней и нижней полок разбиты в радиальном направлении с шагом $\sim 3.0\text{м}$ и в тангенциальном направлении с шагом 7.5° , сетки конечных элементов внешней и внутренней стенок разбиты в вертикальном направлении с шагом $\sim 2.7\text{м}$ и в тангенциальном направлении – с шагом 7.5м

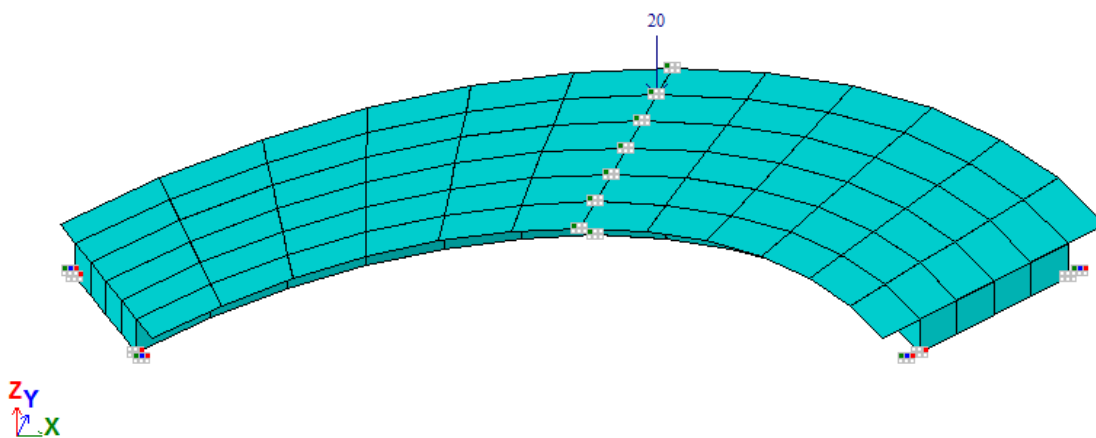
Вариант 2

Сетки конечных элементов верхней и нижней полок разбиты в радиальном направлении с шагом $\sim 0.75\text{м}$ и в тангенциальном направлении с шагом $\sim 1.00^\circ$, сетки конечных элементов внешней и внутренней стенок разбиты в вертикальном направлении с шагом $\sim 0.68\text{м}$ и в тангенциальном направлении с шагом $\sim 1.00^\circ$.

Количество элементов в схемах 156; 4750. Количество узлов в схемах 160; 4740

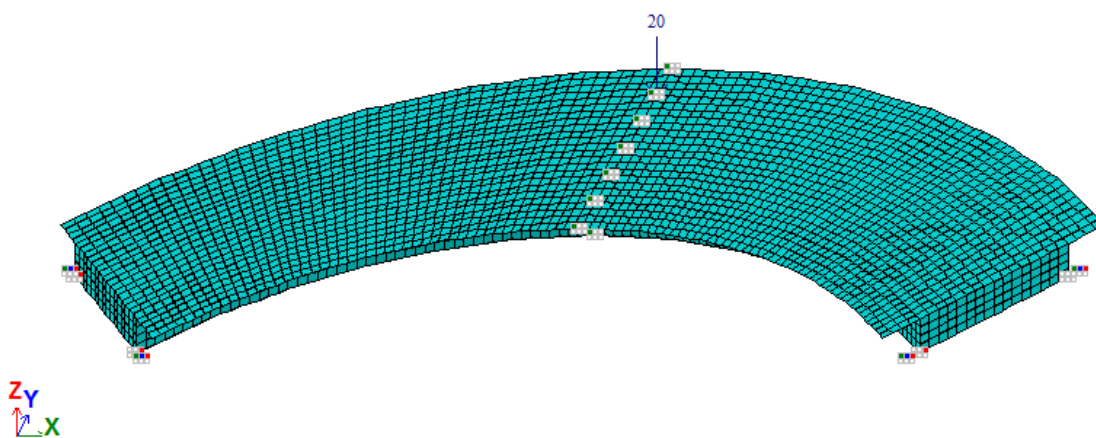
В двух вариантах схем связи, предотвращающие смещения этих узлов в горизонтальной плоскости по радиальному направлению, моделируются 4 стержневыми элементами типа 4 с продольной жесткостью $EF = 4.0 \cdot 10^7 \text{ кН}$, конечные узлы которых закреплены по всем линейным степеням свободы. Геометрическая неизменяемость расчетных схем от смещения в тангенциальном направлении обеспечивается за счет наложения связей по условиям ее симметрии.

Загрузка 1



Расчетная схема. Вариант 1

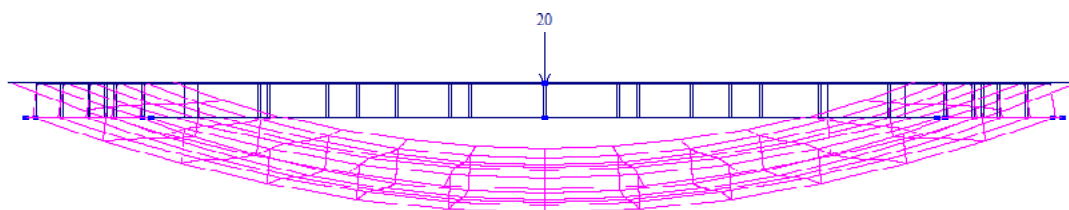
Загрузка 1



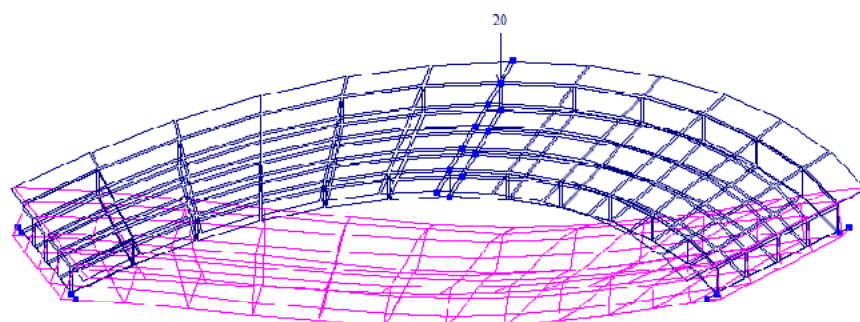
Расчетная схема. Вариант 2

Результаты расчета:

Загрузка 1

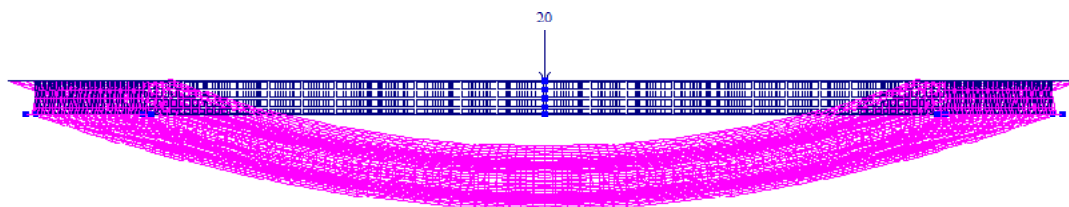


Загрузка 1

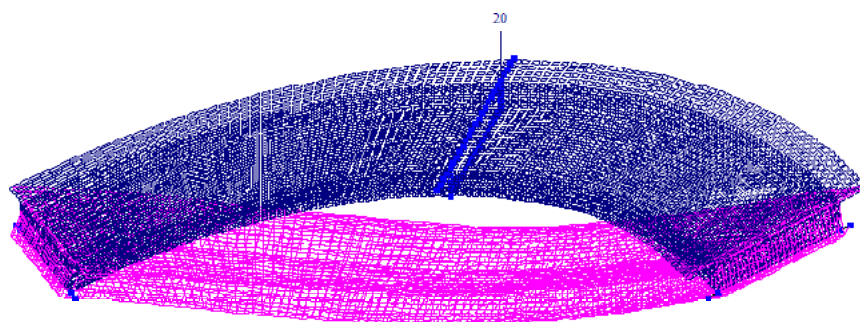


Деформированная схема. Вариант 1

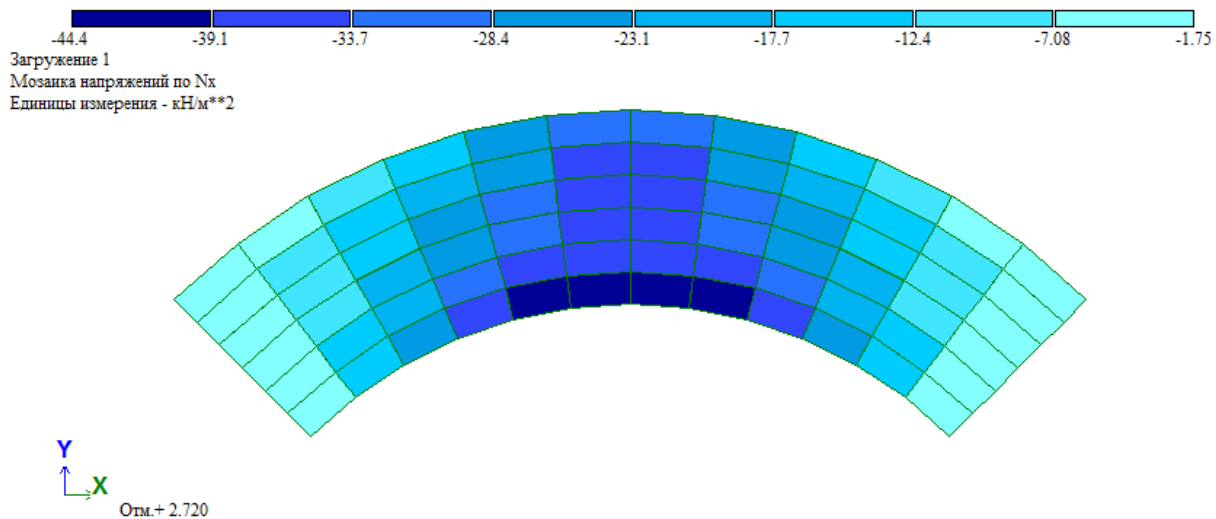
Загрузка 1



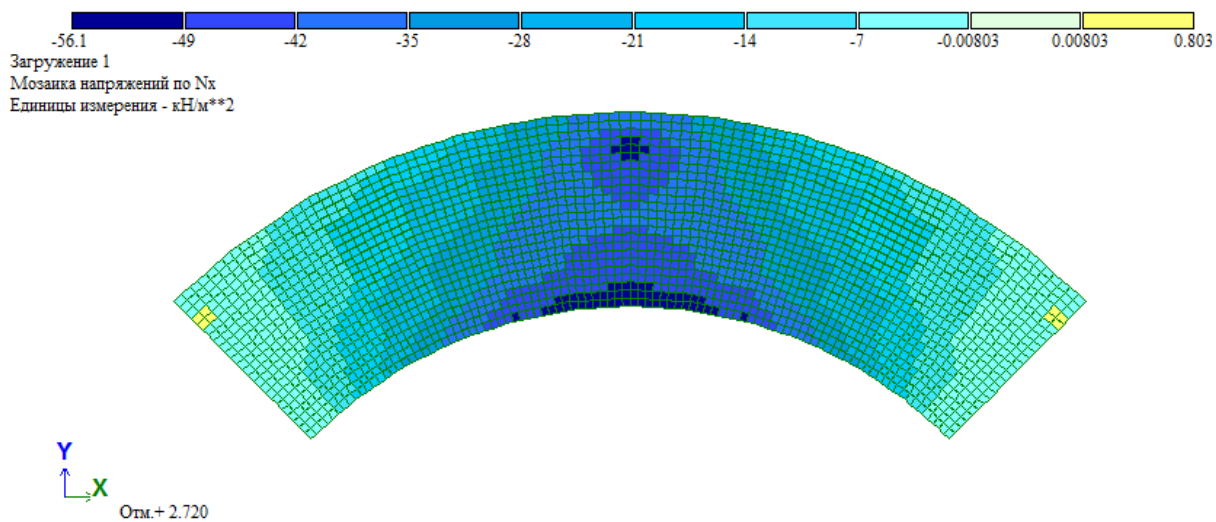
Загрузка 1



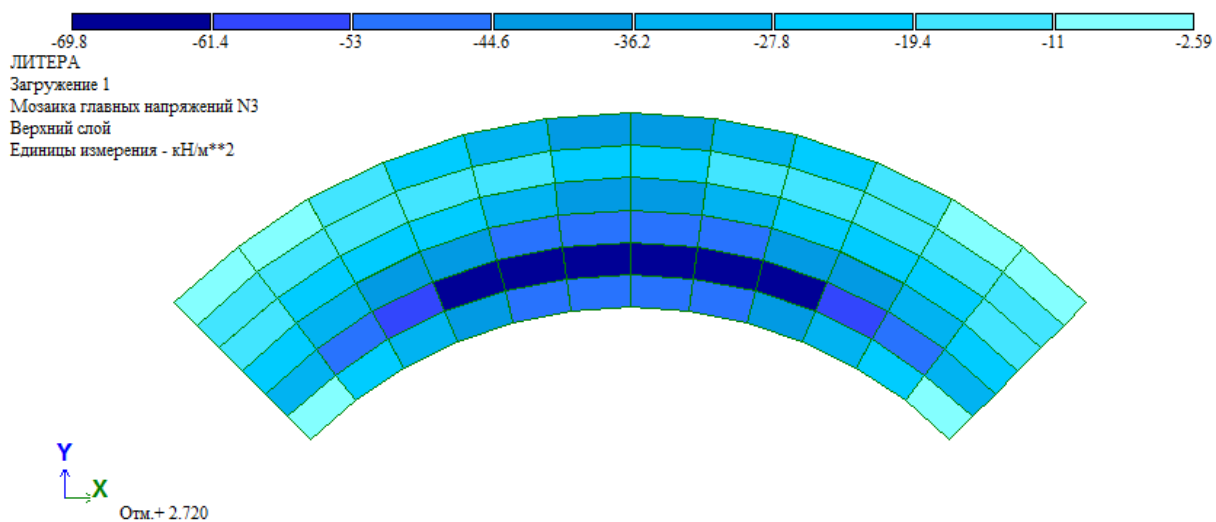
Деформированная схема. Вариант 2



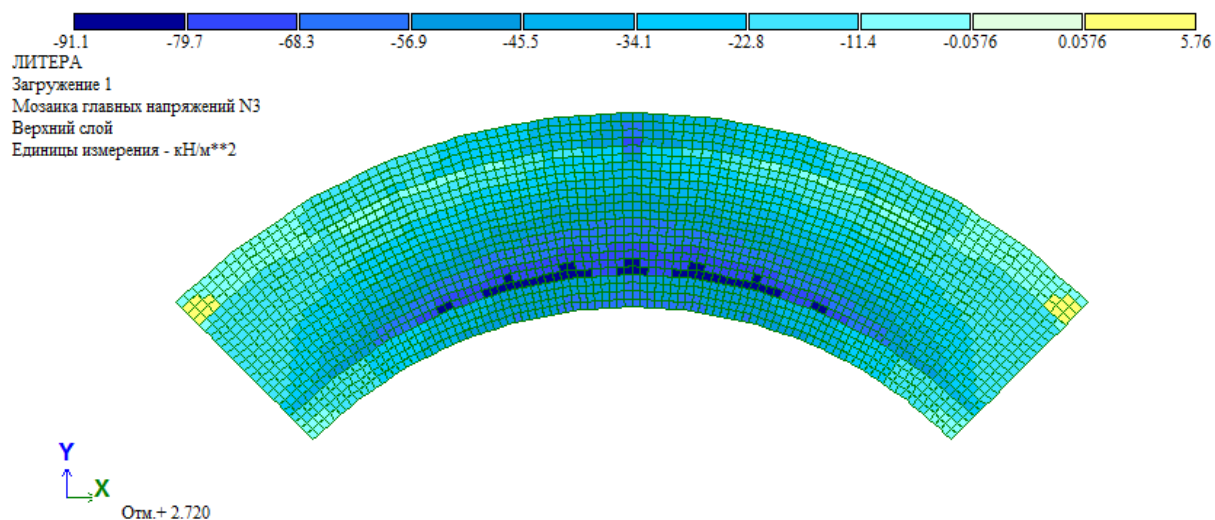
Тангенциальные напряжения σ_x вдоль балки в срединной плоскости верхней полки. Вариант 1



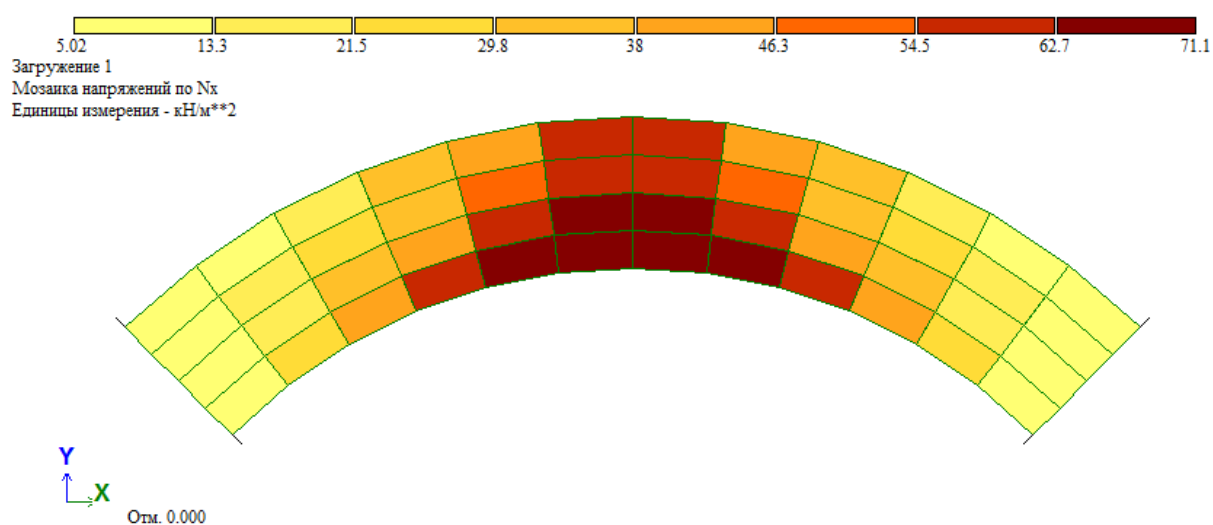
Тангенциальные напряжения σ_x вдоль балки в срединной плоскости верхней полки. Вариант 2



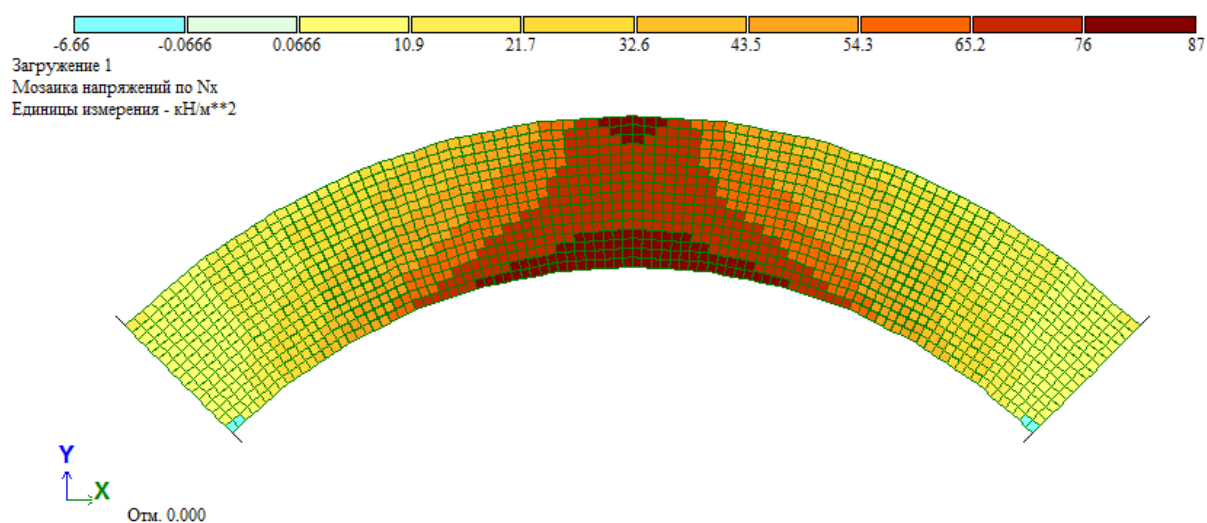
Тангенциальные напряжения σ_x вдоль балки на верхней поверхности верхней полки. Вариант 1



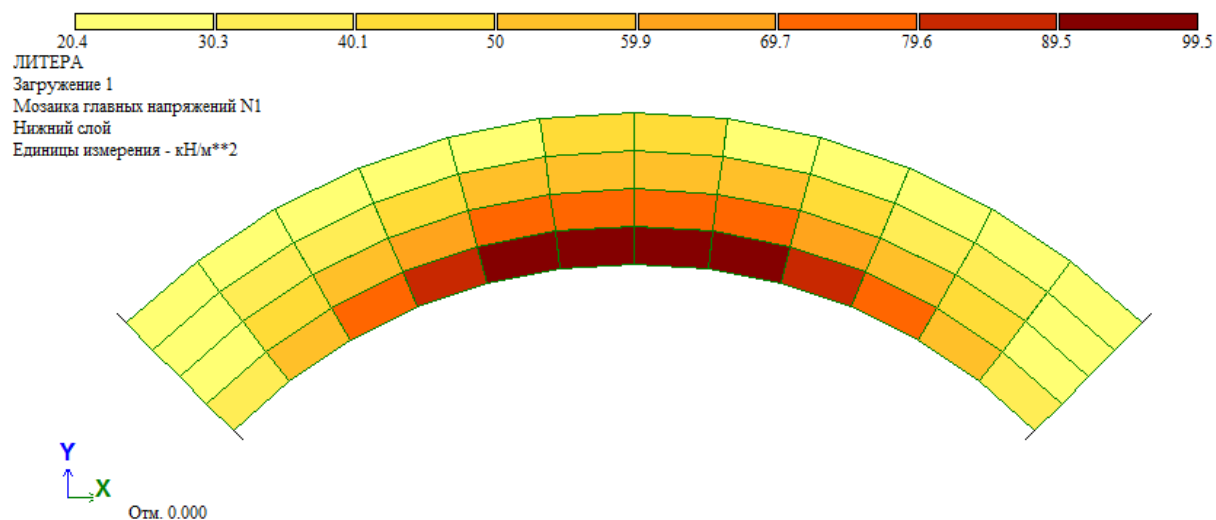
Тангенциальные напряжения σ_x вдоль балки на верхней поверхности верхней полки. Вариант 2



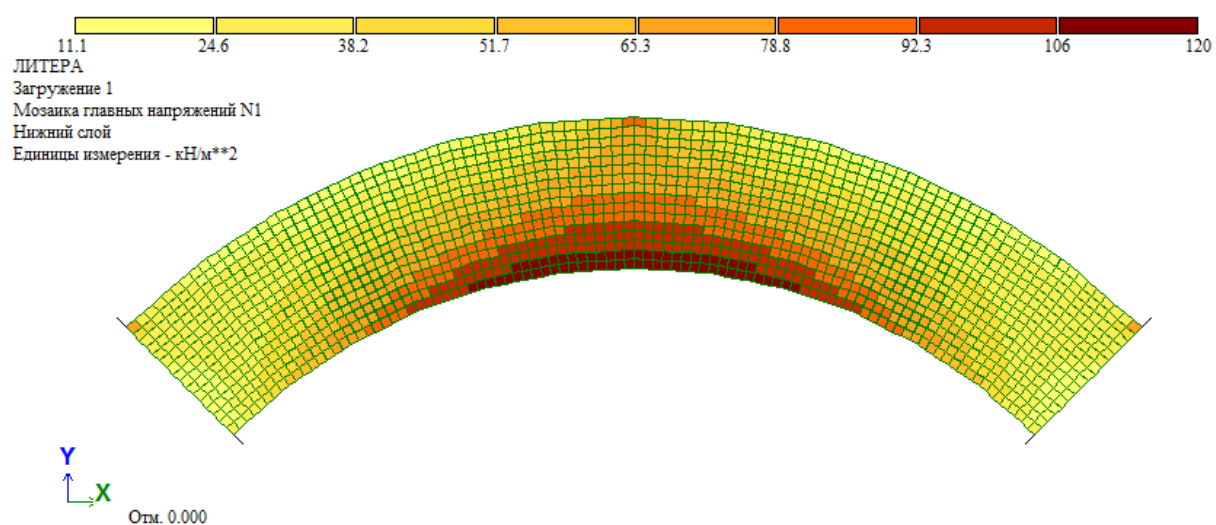
Тангенциальные напряжения σ_x вдоль балки в срединной плоскости нижней полки. Вариант 1



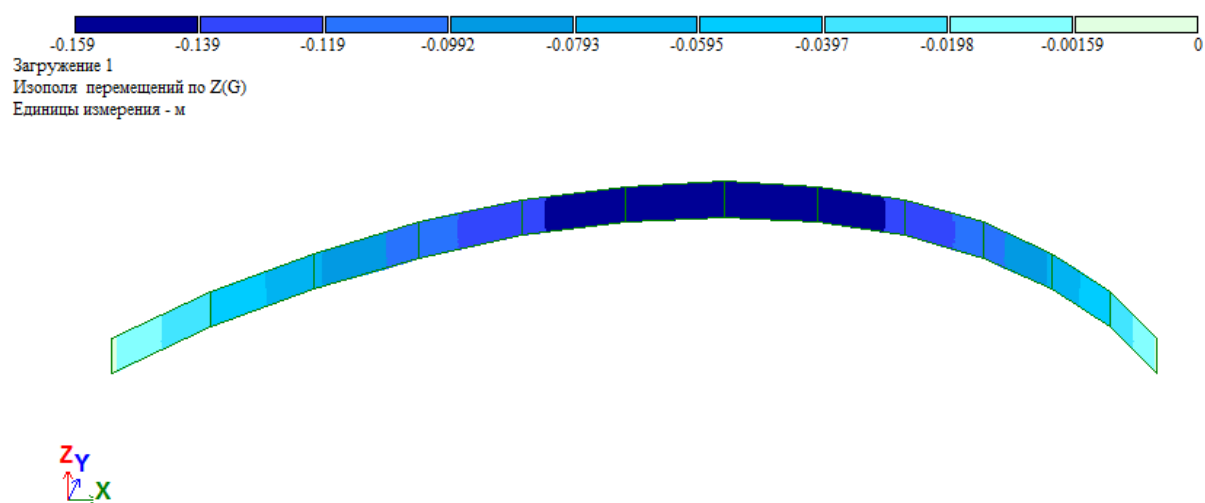
Тангенциальные напряжения σ_x вдоль балки в срединной плоскости нижней полки. Вариант 2



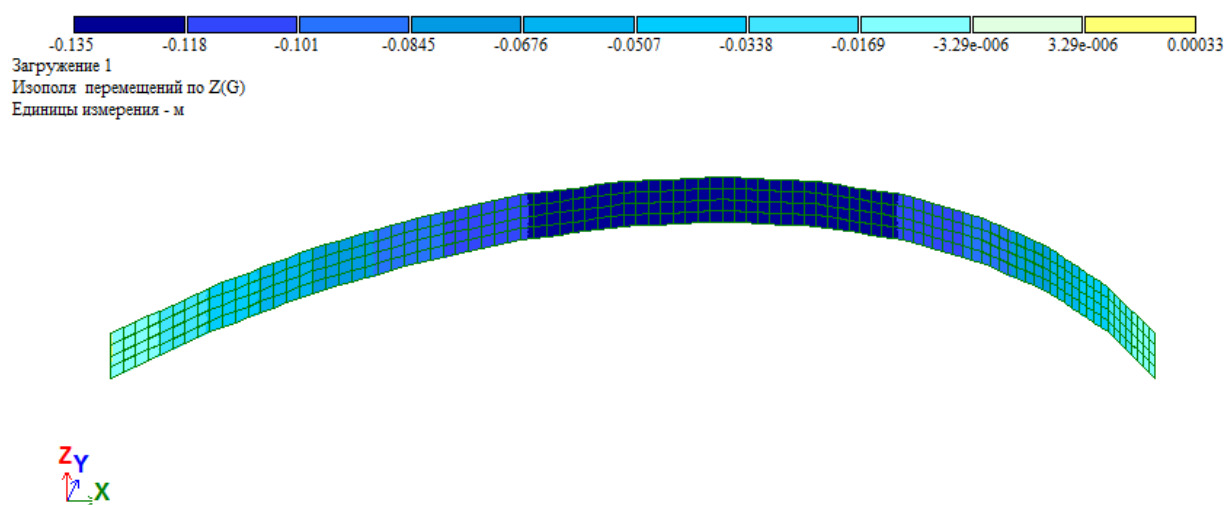
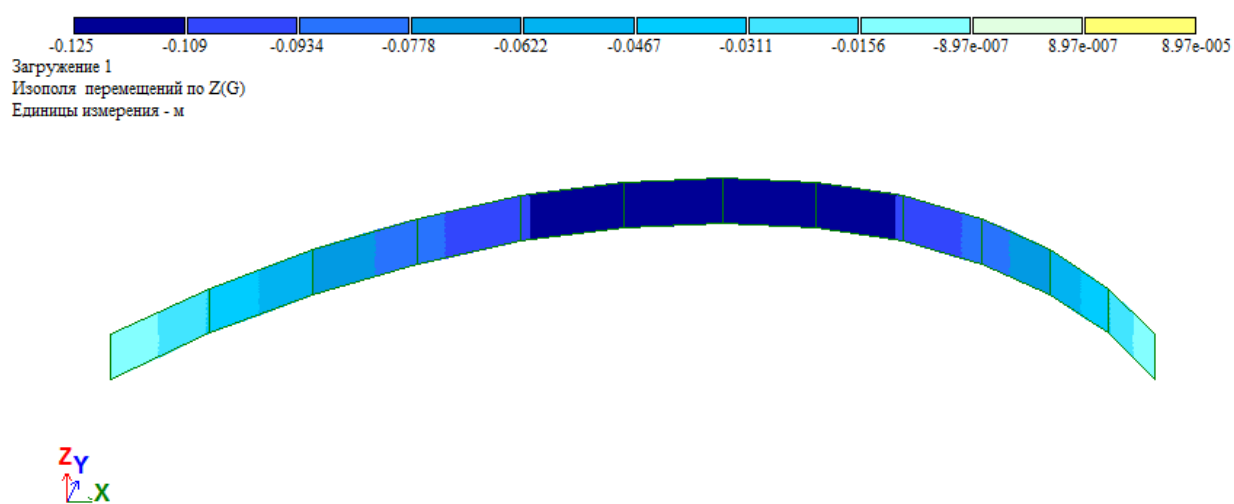
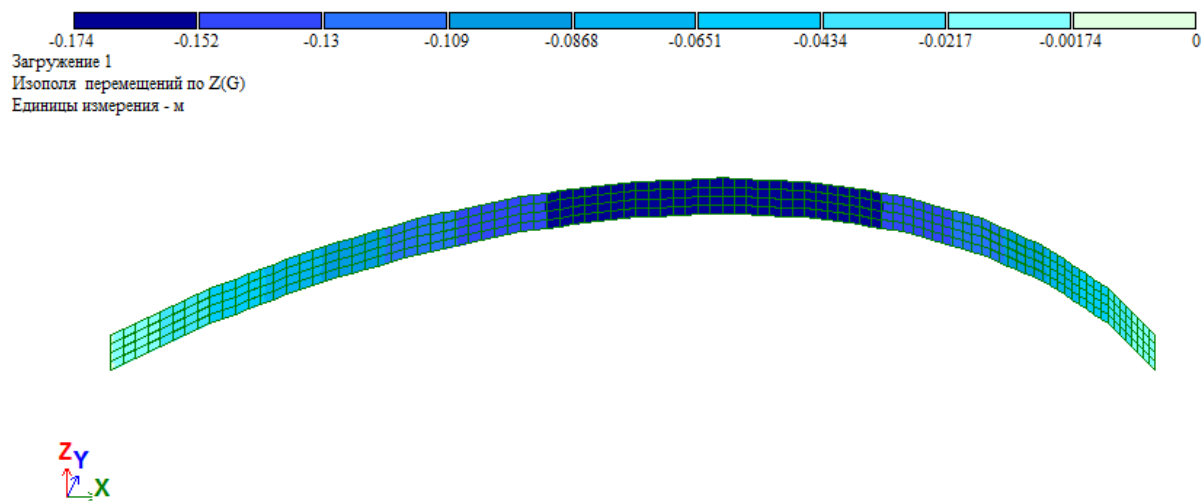
Тангенциальные напряжения σ_x вдоль балки на внешней поверхности нижней полки. Вариант 1



Тангенциальные напряжения σ_x вдоль балки на внешней поверхности нижней полки. Вариант 2



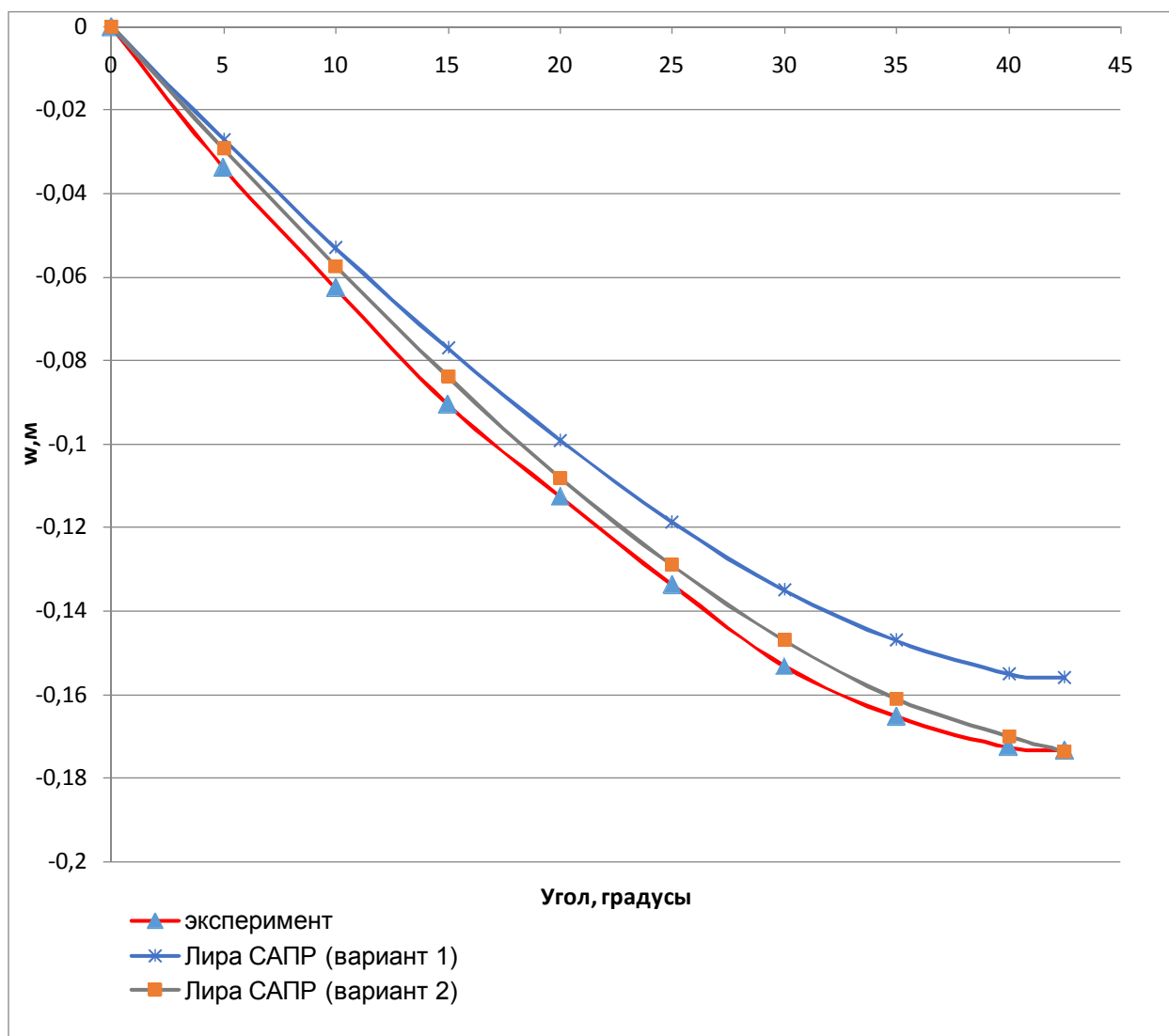
Значения вертикальных перемещений w внешней стенки. Вариант 1



СРАВНЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ РАСЧЕТА:

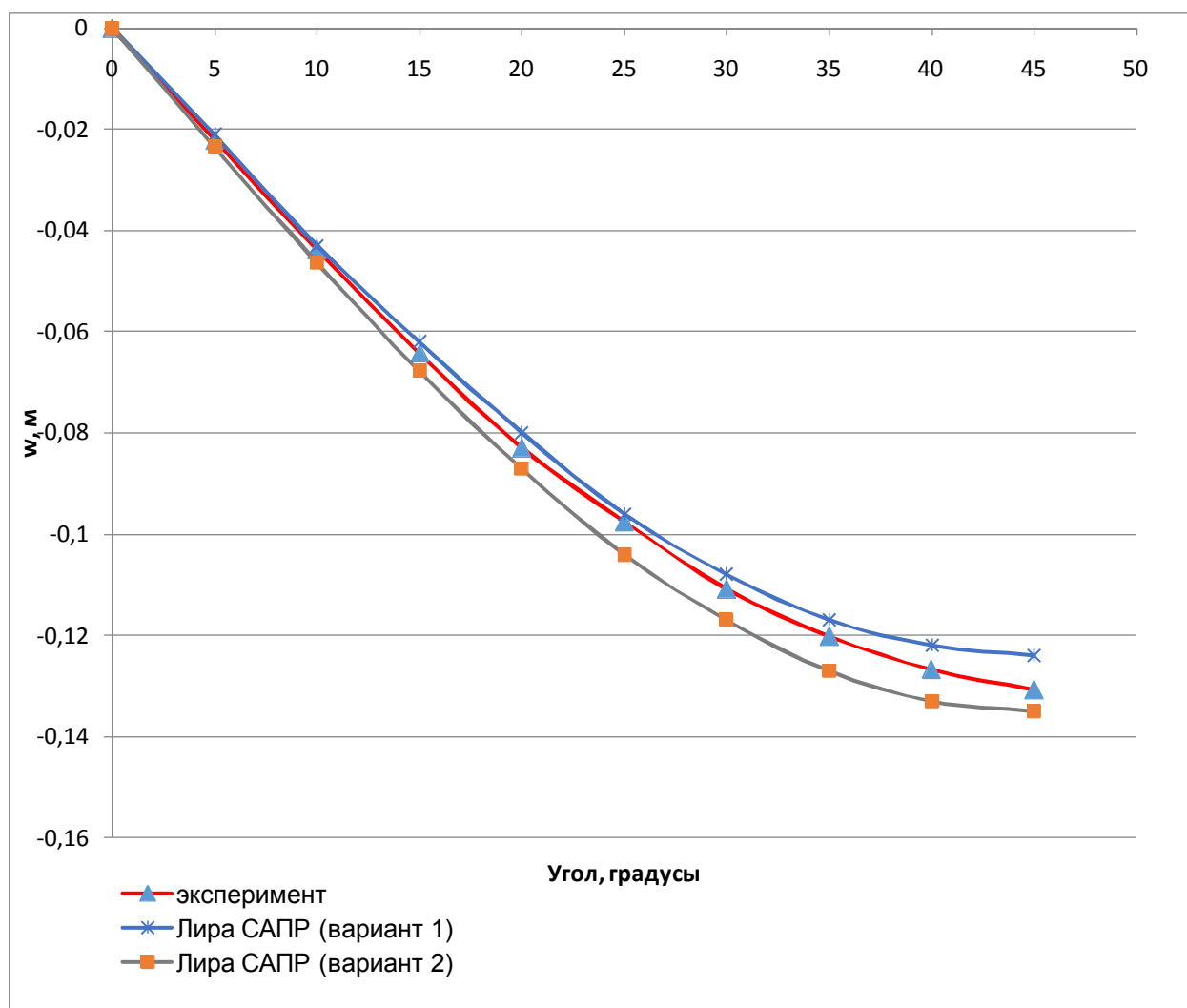
Вертикальные прогибы по нижней грани внешней стенки

Угол	Эксперимент	ЛИРА САПР (вариант 1)	ЛИРА САПР (вариант 2)	Отклонение, % (вариант 1)	Отклонение, % (вариант 2)
5	-0.0337	-0.027	-0.0292	19.88	13.35
10	-0.0625	-0.053	-0.0573	15.20	8.32
15	-0.0904	-0.077	-0.0838	14.82	7.30
20	-0.1125	-0.099	-0.108	12.00	4.00
25	-0.1336	-0.1186	-0.129	11.23	3.44
30	-0.1531	-0.135	-0.147	11.82	3.98
35	-0.1652	-0.147	-0.161	11.02	2.54
40	-0.1725	-0.155	-0.17	10.14	1.45
42.5	-0.1734	-0.156	-0.1736	10.03	0.12



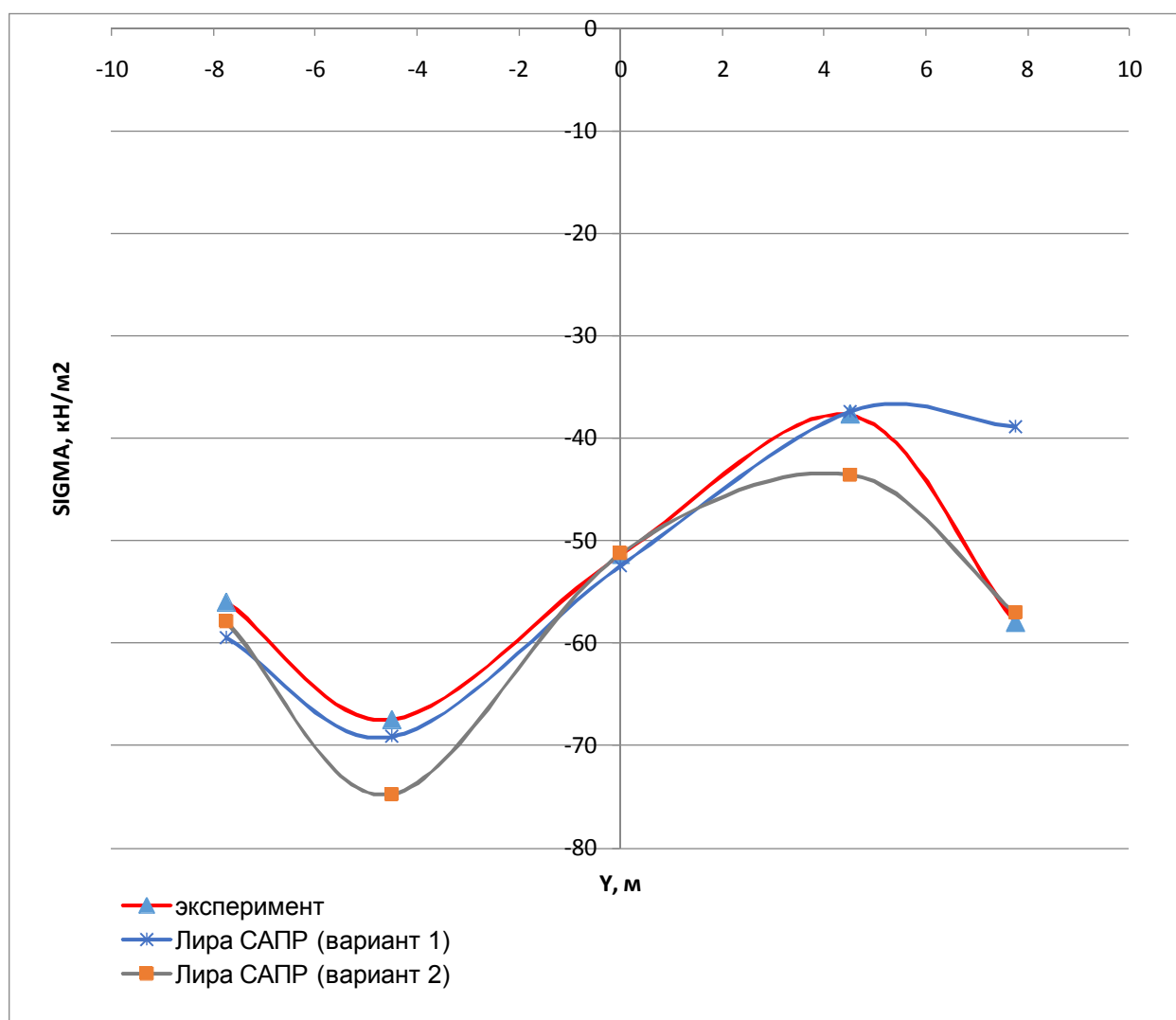
Вертикальные прогибы по нижней грани внутренней стенки

Угол	Эксперимент	ЛИРА САПР (вариант 1)	ЛИРА САПР (вариант 2)	Отклонение, % (вариант 1)	Отклонение, % (вариант 2)
5	-0.0221	-0.021	-0.0234	4.98	5.88
10	-0.0438	-0.043	-0.0463	1.83	5.71
15	-0.0642	-0.062	-0.0678	3.43	5.61
20	-0.083	-0.08	-0.0871	3.61	4.94
25	-0.0975	-0.096	-0.104	1.54	6.67
30	-0.1109	-0.108	-0.117	2.61	5.50
35	-0.1202	-0.117	-0.127	2.66	5.66
40	-0.1268	-0.122	-0.133	3.79	4.89
45	-0.1308	-0.124	-0.135	5.20	3.21



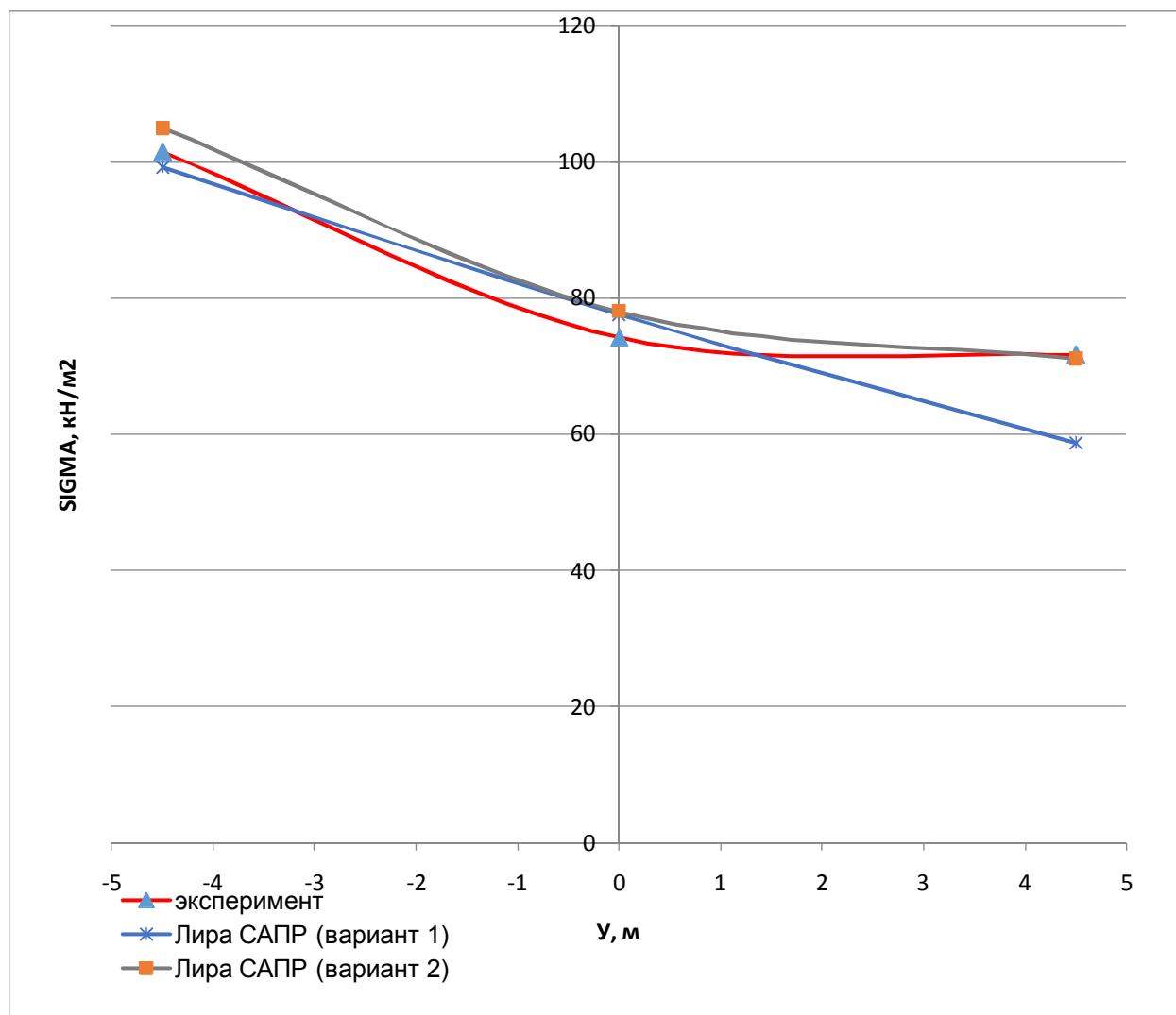
Тангенциальные напряжения на внешней поверхности верхней полки в середине пролета балки

Y	Эксперимент	ЛИРА САПР (вариант 1)	ЛИРА САПР (вариант 2)	Отклонение, % (вариант 1)	Отклонение, % (вариант 2)
-7.75	-56	-59.4	-57.9	6.07	3.39
-4.5	-67.5	-69.1	-74.7	2.37	10.67
0	-51.4	-52.4	-51.2	1.95	0.39
4.5	-37.7	-37.4	-43.5	0.80	15.38
7.75	-58	-38.9	-57	32.93	1.72



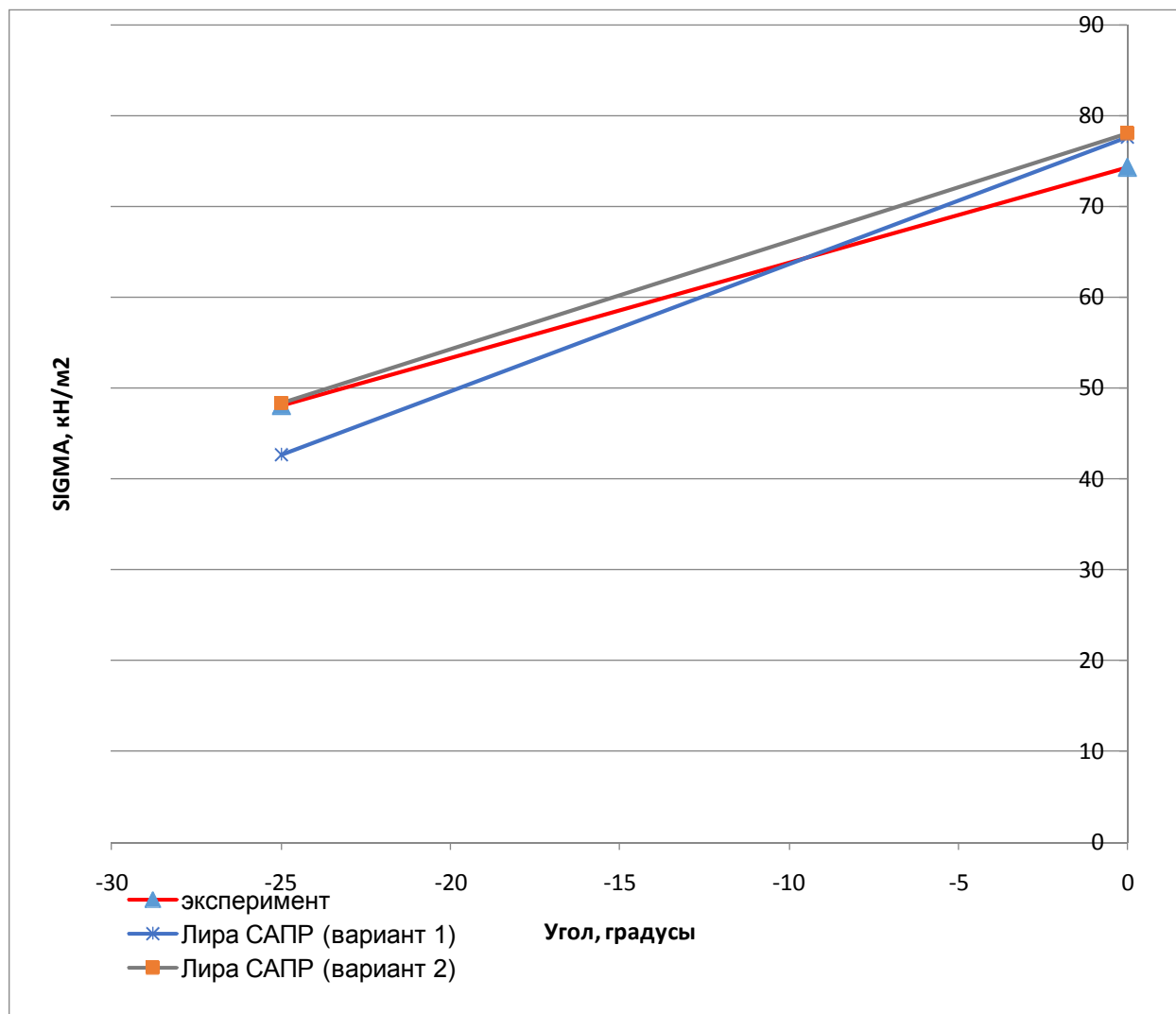
Тангенциальные напряжения на внешней поверхности нижней полки в середине пролета балки

у	Эксперимент	ЛИРА САПР (вариант 1)	ЛИРА САПР (вариант 2)	Отклонение, % (вариант 1)	Отклонение, % (вариант 2)
-4.5	101.5	99.3	105	2.17	3.45
0	74.3	77.6	78.1	4.44	5.11
4.5	71.7	58.7	71.2	18.13	0.70



Тангенциальные напряжения на внешней поверхности нижней полки вдоль оси пролета балки

Угол	Эксперимент	ЛИРА САПР (вариант 1)	ЛИРА САПР (вариант 2)	Отклонение, % (вариант 1)	Отклонение, % (вариант 2)
-25	48.1	42.7	48.4	11.23	0.62
0	74.3	77.6	78.1	4.44	5.11

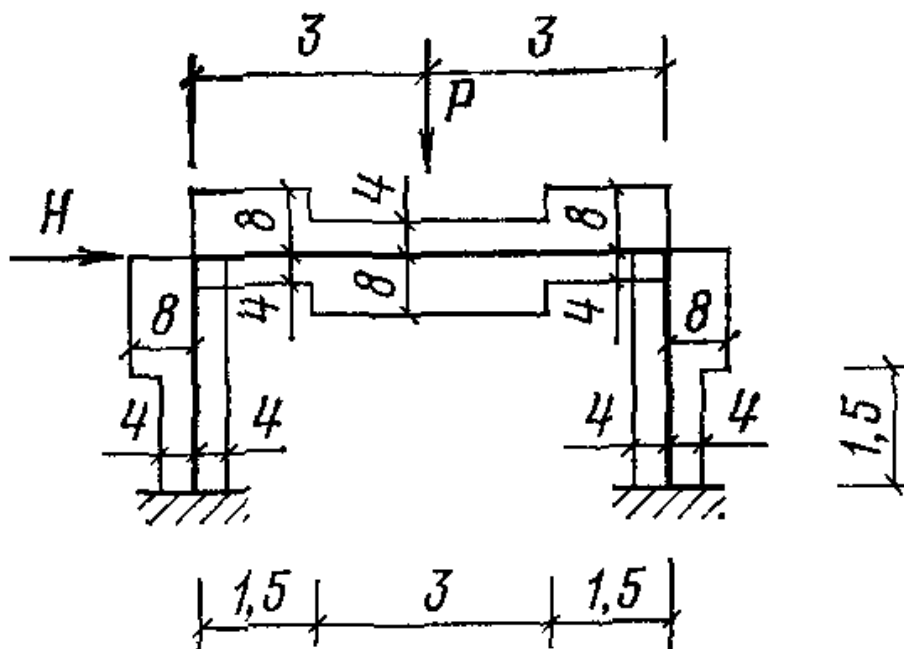


Тест 4.11 Предельное равновесие железобетонной рамы

Цель: Определение предельной нагрузки для однопролетной рамы с защемленными стойками.

Формулировка задачи: Для однопролетной рамы с защемленными стойками, нагруженной вертикальной сосредоточенной силой в середине балки и горизонтальной сосредоточенной силой в узле соединения балки и левой стойки определить предельную нагрузку и построить эпюру изгибающих моментов, соответствующую этой нагрузке. Длина рамы 6м, высота – 3м. Распределение предельных моментов и их значения показаны на рисунке. Соотношение внешних нагрузок $P/H=3$.

Описание расчетной схемы: Плоская защемленная рама под действием сосредоточенных горизонтальной и вертикальной сил



Аналитическое решение: Тихий М., Ракосник Й. Расчет железобетонных рамных конструкций в пластической стадии. -М.: Стройиздат, 1976

Характеристика материала:

$EF = 300 \text{ кН} \cdot \text{м}^2$ – осевая жесткость стержня;
 $EJ_y = 300 \text{ кН} \cdot \text{м}^2$ – изгибная жесткость стержня;

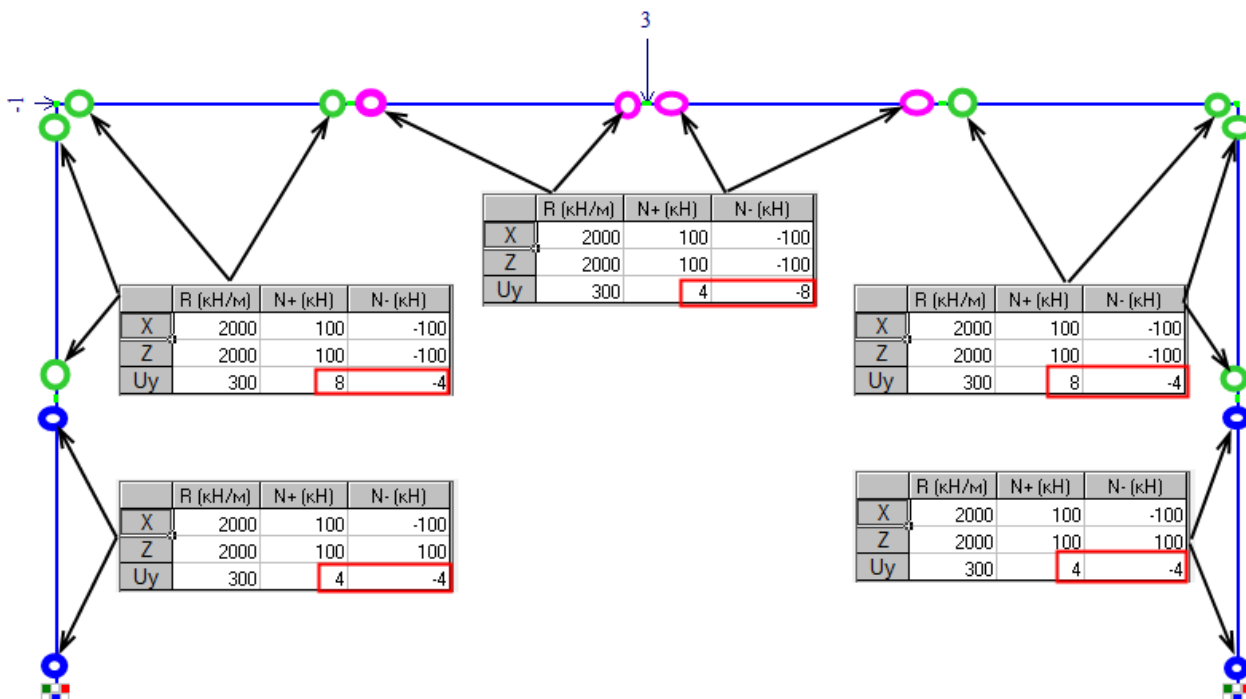
Граничные условия и нагрузки: См. рисунок.

Примечание:

Для построения плоской схемы (признак схемы 2) использованы КЭ 10 - универсальный пространственный стержневой элемент.

В местах возможного образования пластических шарниров использованы КЭ 255 – конечные элементы упругих связей с учетом предельных усилий.

Жесткости и схема расположения КЭ 255 представлены на рисунке ниже.



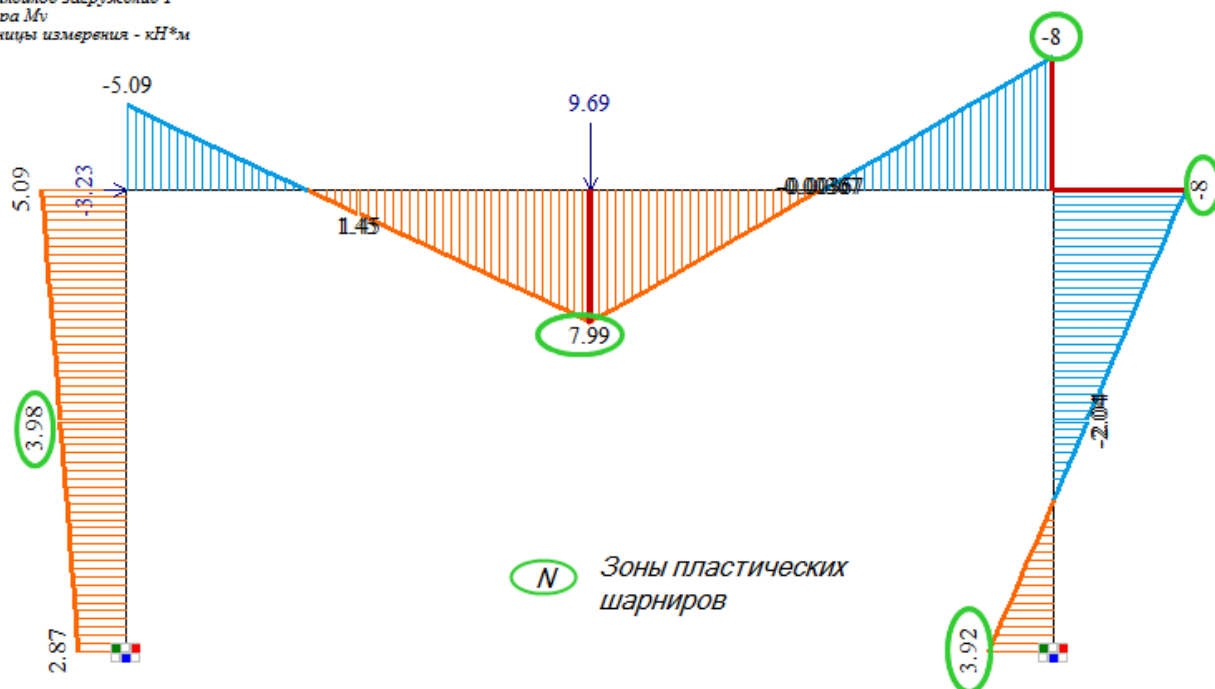
Результаты расчета:

```

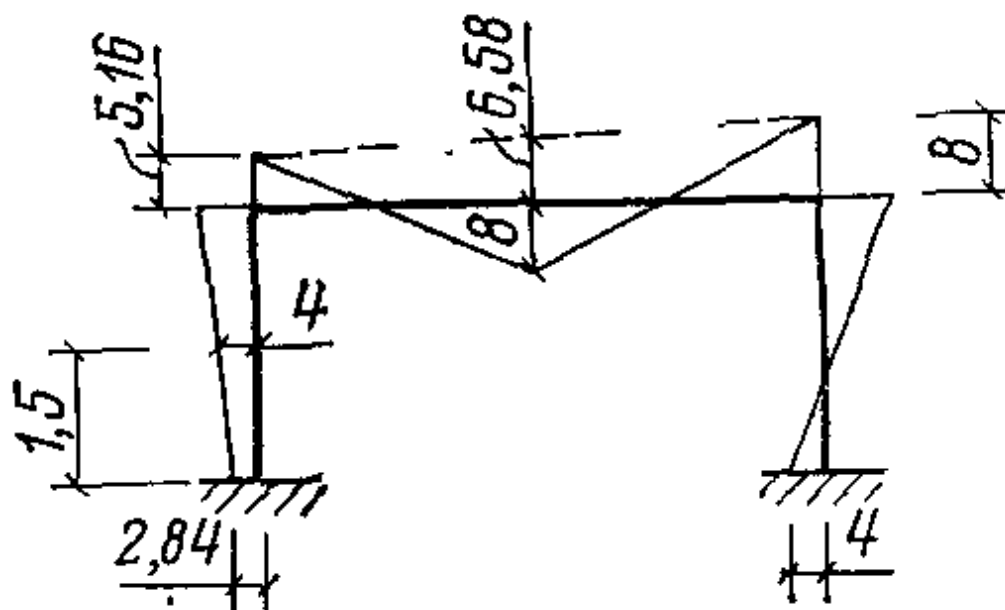
927_   Количество выполняемых итераций 2000.
38_   Контроль итерационного процесса основной схемы.
359_   Загружение 1, локальное загружение 1, шаг 322.
586_   Вычисление усилий в основной схеме.
366_   Вывод сведений о состоянии материала.
502_   Накопление нагрузок основной схемы.
37_   Суммарные узловые нагрузки на основную схему
      X      Z      UY
-1.020-3  3.059-3  0.0
927_   Количество выполняемых итераций 2000.
38_   Контроль итерационного процесса основной схемы.
359_   Загружение 1, локальное загружение 1, шаг 323.
586_   Вычисление усилий в основной схеме.
366_   Вывод сведений о состоянии материала.
502_   Накопление нагрузок основной схемы.
37_   Суммарные узловые нагрузки на основную схему
      X      Z      UY
-1.020-3  3.059-3  0.0
927_   Количество выполняемых итераций 2000.
38_   Контроль итерационного процесса основной схемы.
159_   Максимальная невязка в УЗЛЕ 23, ТИП СВЯЗИ 3.
154_   Количество выполненных итераций 2100. Невязка 5.192%
156_   Количество выполненных итераций 2100. Невязка=5.192%. LIMIT=1.00%
      Увеличить количество итераций в док.16
196_   Процесс закончен
62_   Суммарный коэффициент к нагрузке 3.2300.
48_   Вывод перемещений.
73_   Вывод усилий.
  
```

Фрагмент протокола расчета

Нелинейное нагружение 1
Этажа Mv
Единицы измерения - кН*м



Эпюра изгибающих моментов ПК ЛИРА САПР



Эпюра изгибающих моментов - аналитическое решение

СРАВНЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ РАСЧЕТА:

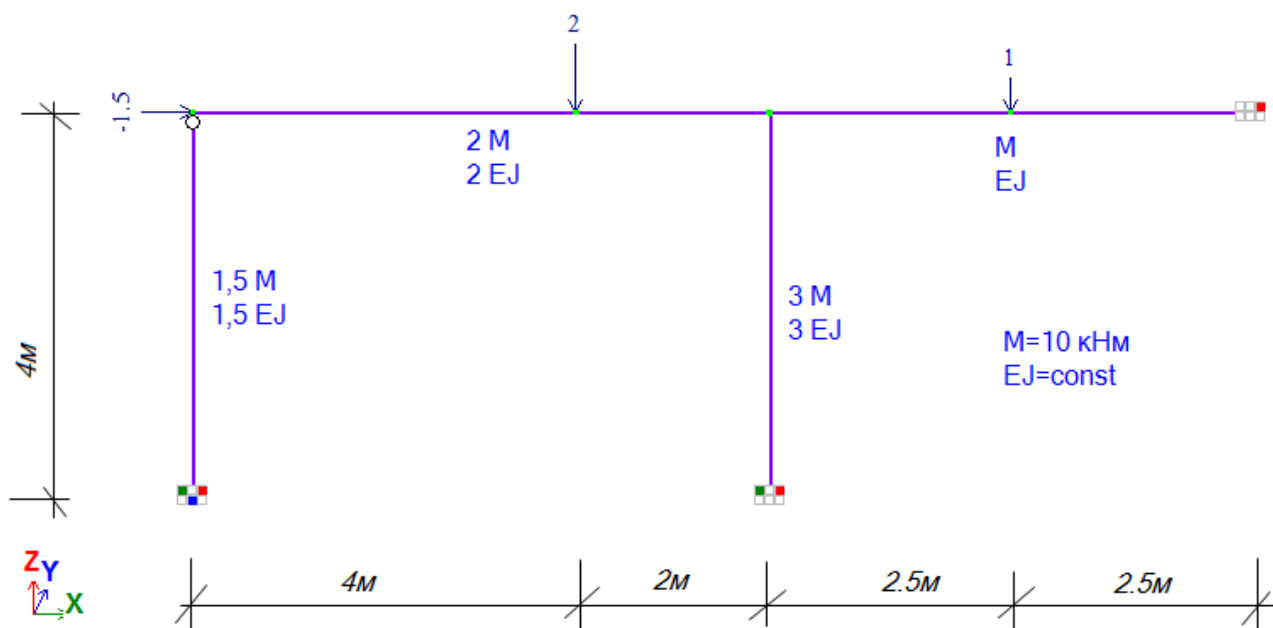
Аналитическое решение Параметр предельной нагрузки	Результаты расчета (ЛИРА-САПР)	Погрешность, %
Р пред 9,81	9,69	1,2
Н пред 3,27	3,23	1,2

Тест 4.12 Предельное равновесие стальной рамы

Цель: Определение параметра разрушающей нагрузки дважды статически неопределимой рамы.

Формулировка задачи: Для дважды статически неопределимой рамы определить разрушающую нагрузку и построить эпюру изгибающих моментов, соответствующую этой нагрузке.

Описание расчетной схемы: Плоская рама под действием сосредоточенных сил



Аналитическое решение: Каркаускас Р.П., Крутинис А.А., Аткачюнас Ю.Ю., Каланта С.А., Нагавичюс Ю.А. Строительная механика. Программы и решения задач на ЭВМ.- М.: Стройиздат, 1990

Характеристика материала:

$EF = 300 \text{ кН}$ – осевая жесткость стержня;

$EJ_y = 300 \text{ кН} \cdot \text{м}^2$ – изгибная жесткость стержня;

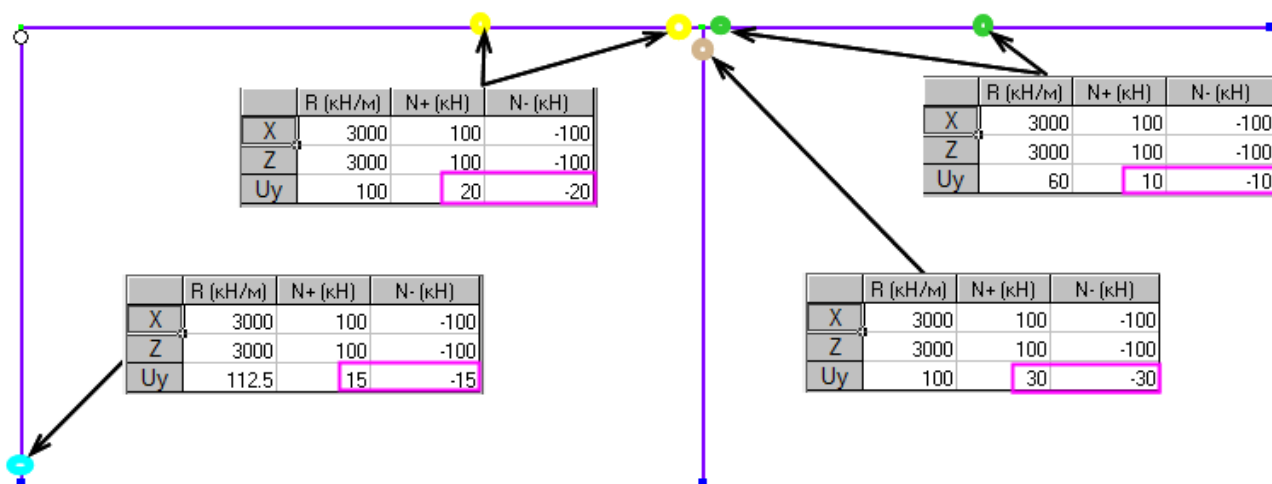
Граничные условия и нагрузки: См. рисунок.

Примечание:

Для построения плоской схемы (признак схемы 2) использованы КЭ 10 - универсальный пространственный стержневой элемент.

В местах возможного образования пластических шарниров использованы КЭ 255 – конечные элементы упругих связей с учетом предельных усилий.

Жесткости и схема расположения КЭ 255 представлены на рисунке ниже.



Результаты расчета:

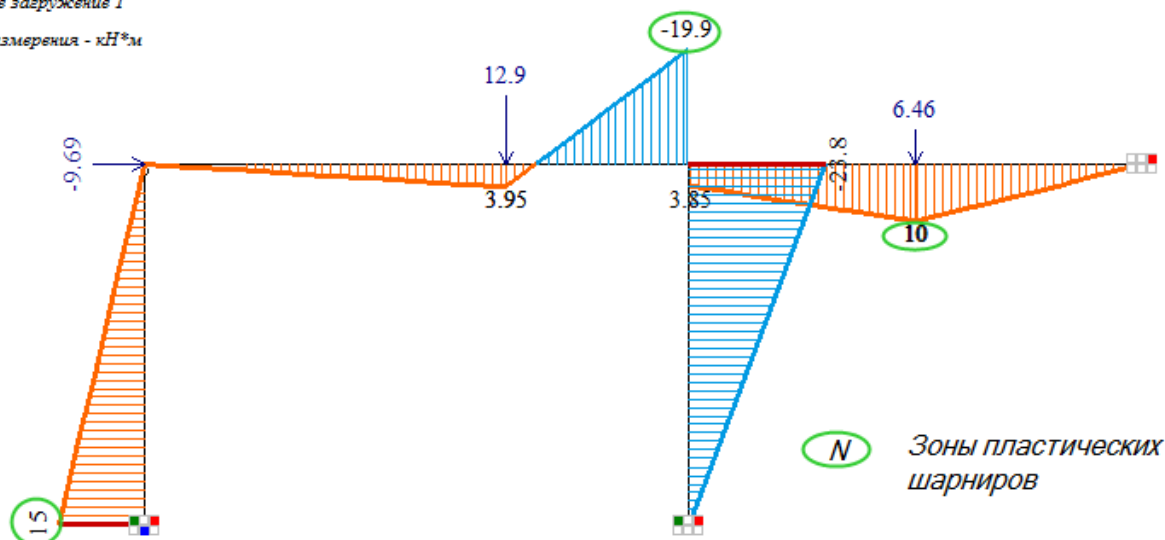
```

927_   Количество выполняемых итераций 7500.
38_    Контроль итерационного процесса основной схемы.
359_   Загружение 1, локальное загружение 1, шаг 322.
586_   Вычисление усилий в основной схеме.
366_   Вывод сведений о состоянии материала.
502_   Накопление нагрузок основной схемы.
37_    Суммарные узловые нагрузки на основную схему
      X      Z      UY
      -3.059-3  6.118-3  0.0
927_   Количество выполняемых итераций 7500.
38_    Контроль итерационного процесса основной схемы.
359_   Загружение 1, локальное загружение 1, шаг 323.
586_   Вычисление усилий в основной схеме.
366_   Вывод сведений о состоянии материала.
502_   Накопление нагрузок основной схемы.
37_    Суммарные узловые нагрузки на основную схему
      X      Z      UY
      -3.059-3  6.118-3  0.0
927_   Количество выполняемых итераций 7500.
38_    Контроль итерационного процесса основной схемы.
159_   Максимальная невязка в УЗЛЕ 5, ТИП СВЯЗИ 1.
154_   Количество выполненных итераций 7600. Невязка 1.383%
156_   Количество выполненных итераций 7600. Невязка=1.383%. LIMIT=1.00%
      Увеличить количество итераций в док.16
196_   Процесс закончен
62_    Суммарный коэффициент к нагрузке 6.4600.
48_    Вывод перемещений.
73_    Вывод усилий.

```

Фрагмент протокола расчета

Нелинейное загружение 1
Эпова Mv
Единицы измерения - кН*м



Эпюра изгибающих моментов

СРАВНЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ РАСЧЕТА:

Аналитическое решение Параметр предельной нагрузки	Результаты расчета (ЛИРА- САПР)	Погрешность, %
6,47	6,46	0.15

Тест 4.13 Сравнение НДС в моделях из объемных КЭ и оболочечно-стержневой.

Цель: Сравнение НДС системы в моделях из объемных КЭ и оболочечно-стержневой аналогии.

Программа проведения теста:

Рассматривается фрагмент "модельного" здания, показанного на рисунках 1-3.

Создаются 2 расчетные схемы:

Вариант 1 – из объемных КЭ;

Вариант 2 – из пластинчатых и стержневых элементов.

Необходимо сравнить параметры НДС в разных точках модели: перемещения (в том числе углы поворота) точек срединной плоскости плиты и капители по граням колонн, по грани ребра жесткости и по граням стен. В этих же точках плиты вычисляются и анализируются внутренние силовые факторы. В качестве эталонных значений принимаем соответствующие значения для расчетной схемы с объемными конечными элементами.

Описание расчетной схемы:

Толщина плиты – 160 мм.

Высота ребра без учета плиты – 200 мм (с учетом плиты 360 мм), ширина соответствует ширине колонны и составляет 400 мм.

Размер колонн – 400*400 мм.

В местах примыкания колонн – капители, размер в плане 2000*2000 мм, толщина – 360 мм.

Стены толщиной 200 мм, подкреплены ребрами, высота которых без учета толщины стены – 200 мм (вместе со стеной – 400 мм).

Высота схемы – 1.5 м от уровня опор до нижней плоскости плиты.

План осей с габаритными размерами конструкции см. на рис. 4.

Характеристика материала:

$E = 3 \times 10^7$ кН/м² – модуль упругости;

$\nu = 0.2$ – коэффициент Пуассона;

$R_0 = 27.5$ кН/м² – расчетное значение плотности.

Граничные условия: абсолютно жесткая заделка для стен и колонн, связи симметрии – см. рисунки 1-3 и 5-7.

Нагрузки: Собственный вес (загружение 1) и равномерно распределенная по всей площади плиты на уровне срединной плоскости плиты – 4.8 кН/м² (загружение 2). НДС системы рассматриваем от их комбинации – РСН1.

Примечание:

Вариант 1. Для построения модели использовались объемные КЭ (тип 36) с размером сторон 20-26 мм (таких КЭ в схеме 1 388 000). Для вычисления углов поворота срединной плоскости плиты и капители в уровне их срединной плоскости были заданы оболочечные элементы (тип КЭ 41) с материалом как у всей конструкции (но без собственного веса) и толщиной 1 мм, шаг элементов повторяет шаг объемных тел (эти элементы имеют общие узлы с объемными, таких КЭ в схеме 121 600). Нагрузки приложены к граням объемных тел в уровне срединной плоскости плиты (на отм. +0.080 м). Для получения фибровых напряжений в уровне верха и низа плиты, а так же низа капители, были заданы объемные КЭ высотой 2 мм. В схеме 1 539 322 узла. Внешний вид схемы см. на рис. 5-6.

Вариант 2. Для построения модели использовались стержневые КЭ (тип 10) и оболочечные КЭ (типы 41, 42, 44) с размером сторон 200-280 мм. Всего в схеме 1 231 КЭ и 1296 узлов. Для моделирования стыка колонна-капитель и колонна-ребро-плита, для моделирования эксцентриситетного положения капители и балки по отношению к срединной плоскости плиты, а так же стены и ребра, были использованы абсолютно жесткие тела (АЖТ). Плита перекрытия со стеной соединяется "в одном узле" (по одной линии), без учета толщины стены. Плита перекрытия с ребром (балкой) в плане стыкуются по одной линии, без учета ширины ребра. Нагрузки приложены к элементам плиты и капители. Внешний вид схемы см. на рис. 7-9.

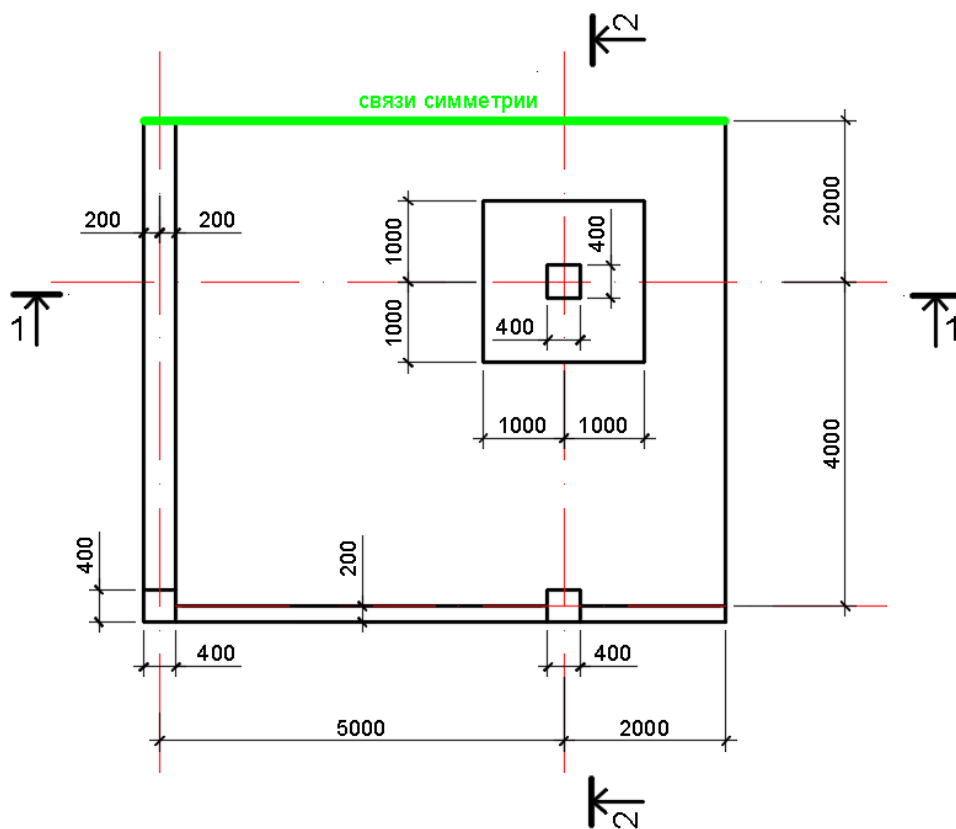


Рис. 1 план

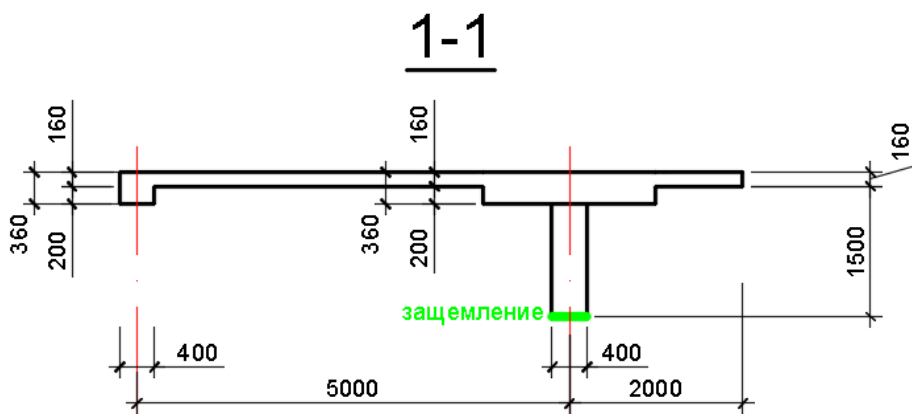


Рис. 2 разрез 1-1

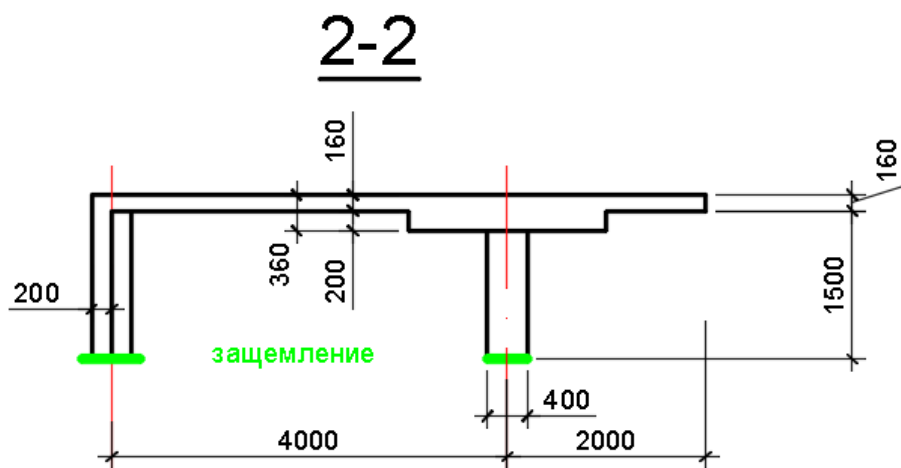


Рис. 3 разрез 2-2

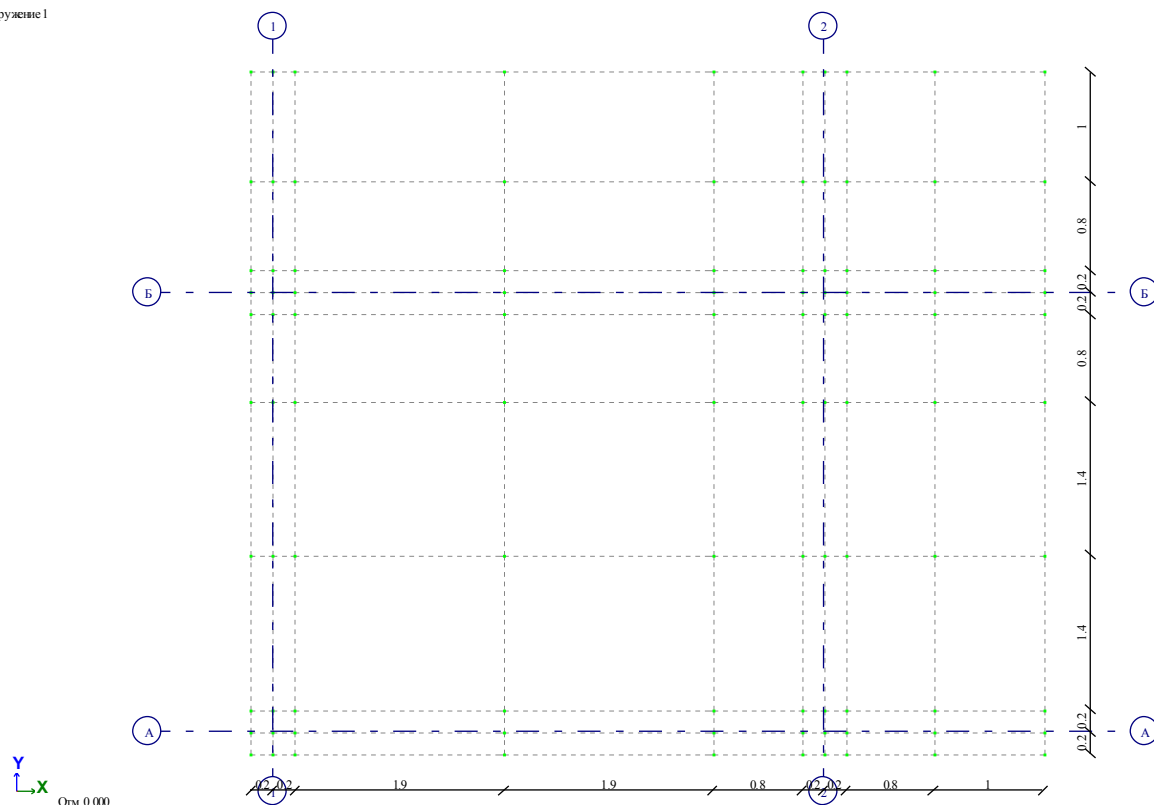


Рис. 4 разбивочная сетка осей с размерами

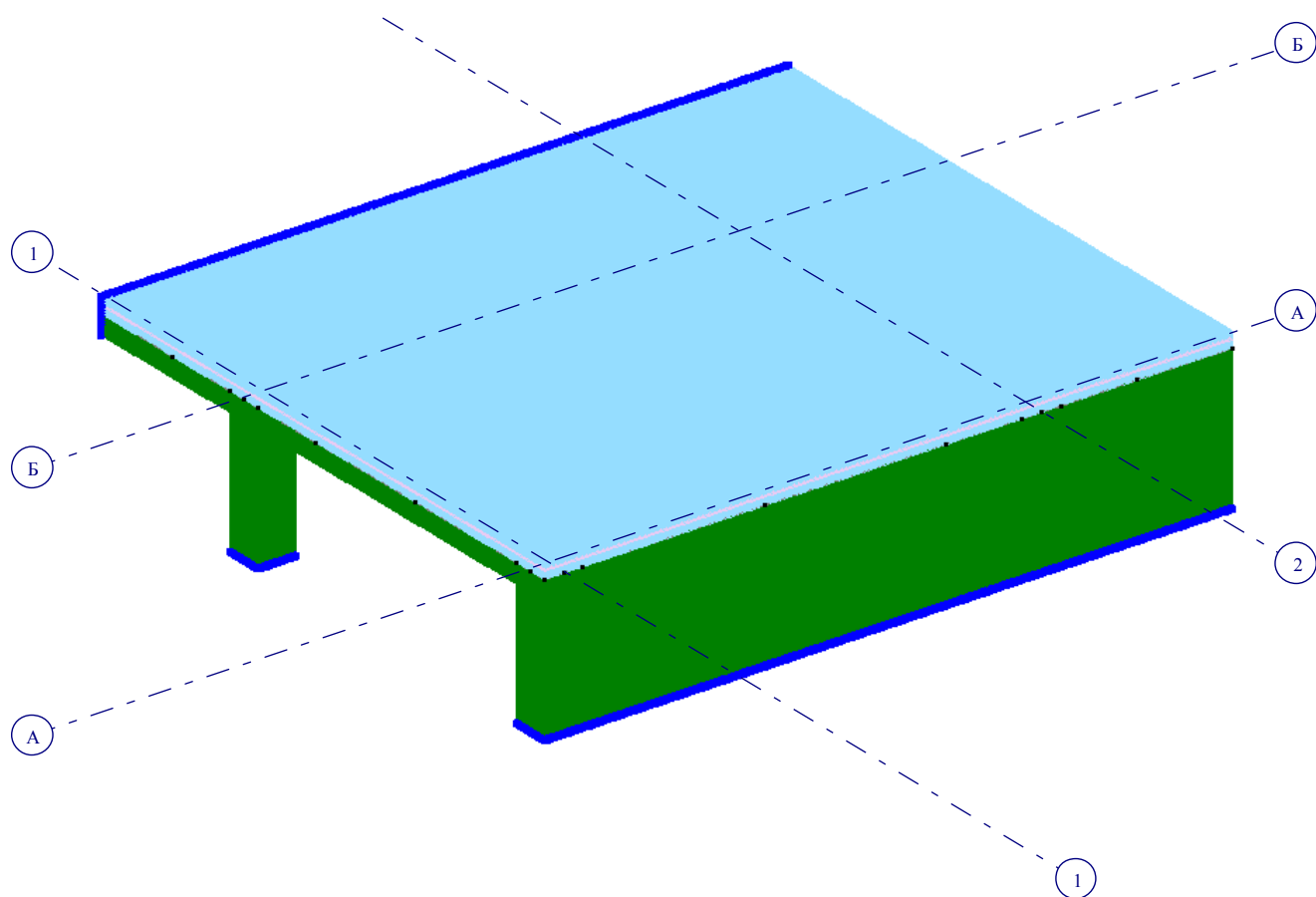


Рис. 5 Модель из объемных КЭ (вид 1)

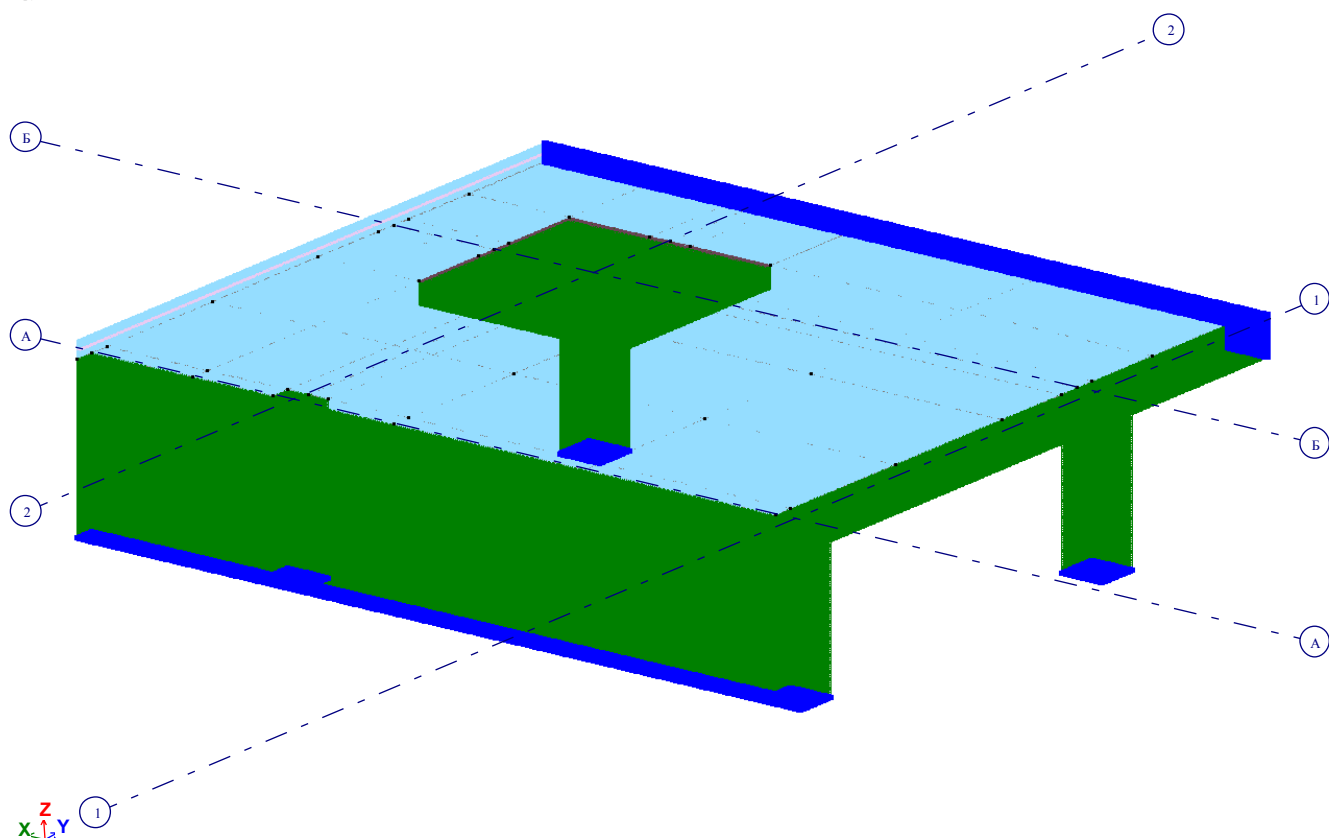


Рис. 6 Модель из объемных КЭ (вид 2)

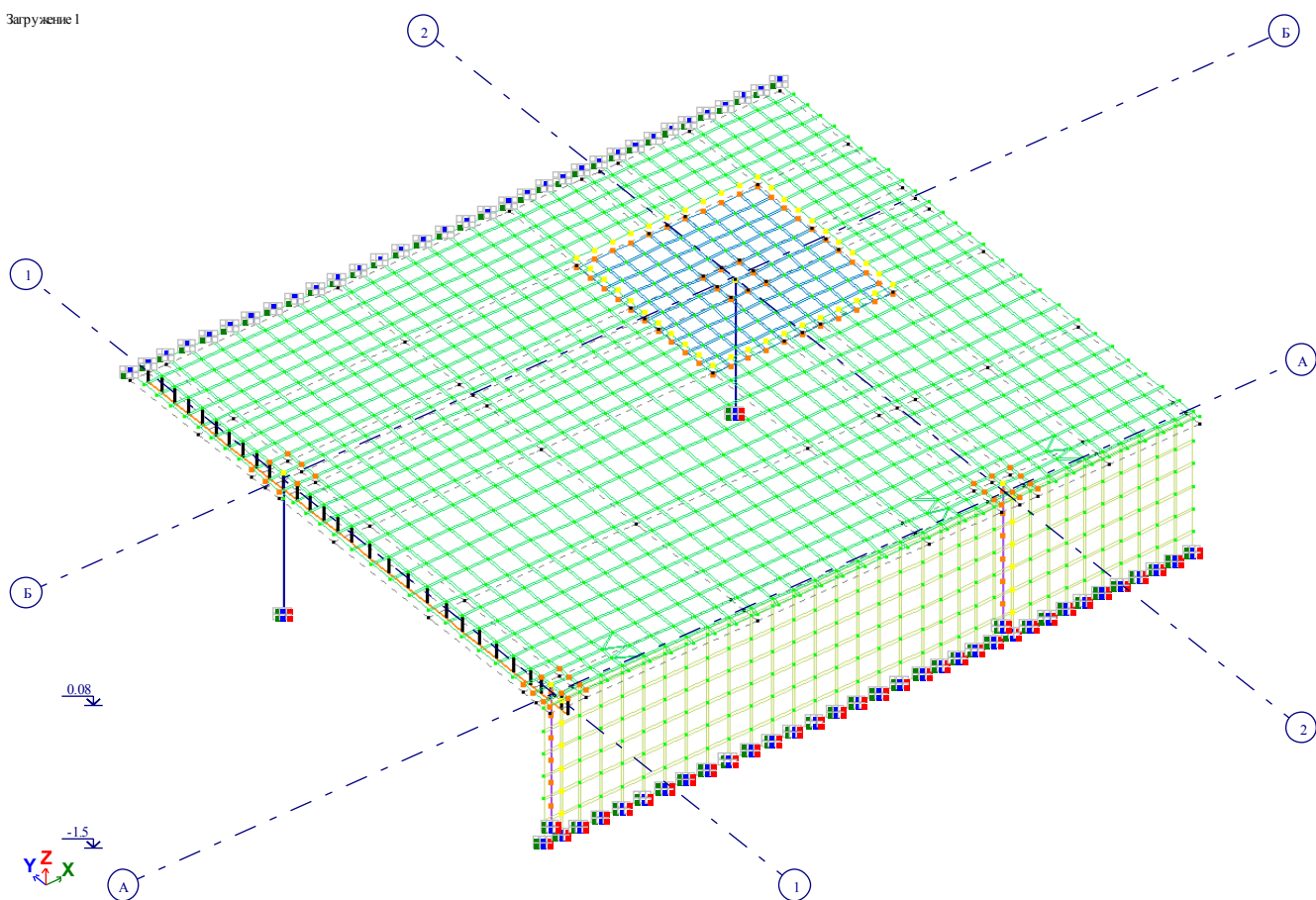


Рис. 7 Модель из стержней и пластин (вид 1)

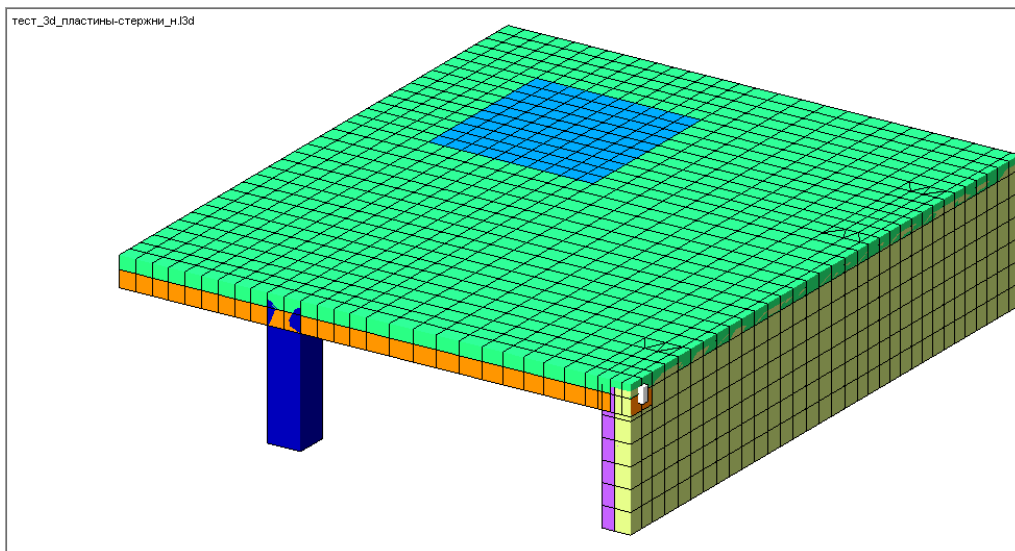


Рис. 8 Модель из стержней и пластин (вид 2)

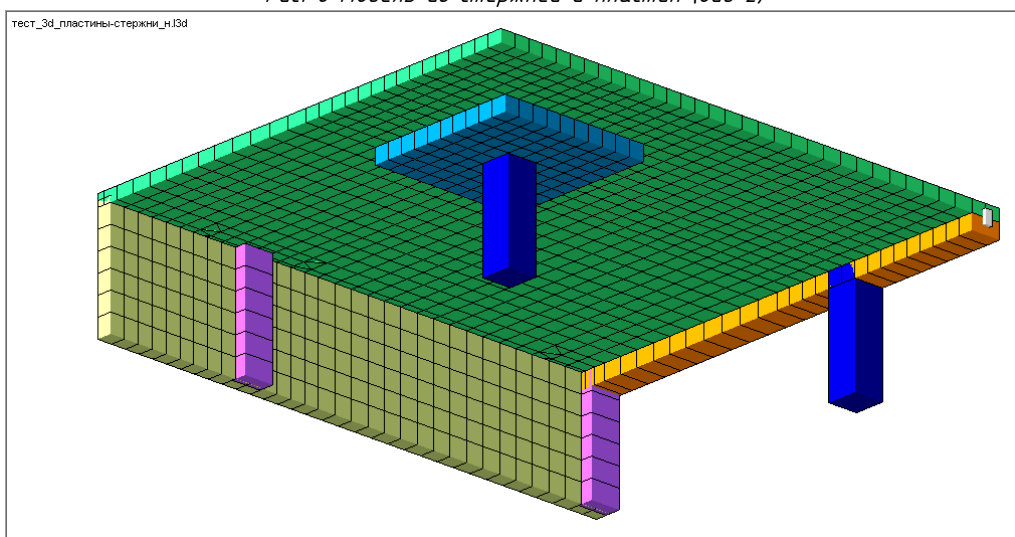


Рис. 9 Модель из стержней и пластин (вид 3)

Результаты расчёта:

Содержание

1	Перемещения модели из объемных КЭ	93
2	Перемещения модели из стержней и пластин	96
3	Напряжения по верхним фибрам в модели из объемных КЭ	101
4	Напряжения по нижним фибрам в модели из объемных КЭ	104
5	Напряжения в модели из стержней и пластин	108
6	Внутренние силовые факторы в модели из объемных КЭ	111
7	Внутренние силовые факторы в модели из стержней и пластин	116
8	Напряжения по отдельным сечениям в модели из объемных КЭ	121
9	Таблица 1. Сравнение результатов расчёта - вертикальные перемещения.	128
10	Таблица 2. Сравнение результатов расчёта - поворот вокруг глобальной оси X.	128
11	Таблица 3. Сравнение результатов расчёта - поворот вокруг глобальной оси Y.	129
12	Таблица 4. Сравнение результатов расчёта - напряжения в верхних фибрах плиты/капители.	130
13	Таблица 5. Сравнение результатов расчёта - напряжения в нижних фибрах плиты/капители.	130
14	Таблица 6. Сравнение результатов расчёта - суммарные внутренние усилия.	131
15	Заключение	131

1 Перемещения модели из объемных КЭ

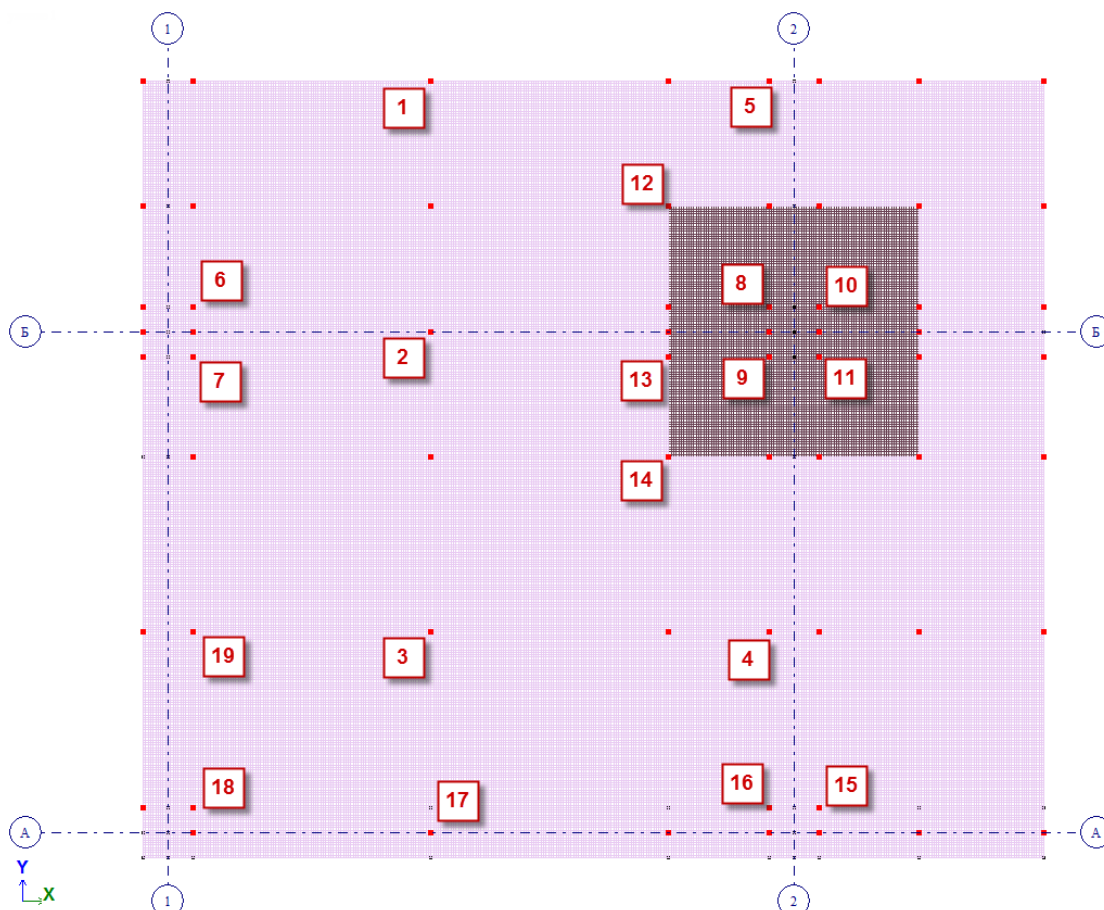


Рис. 1.1 положение точек вывода значений перемещений

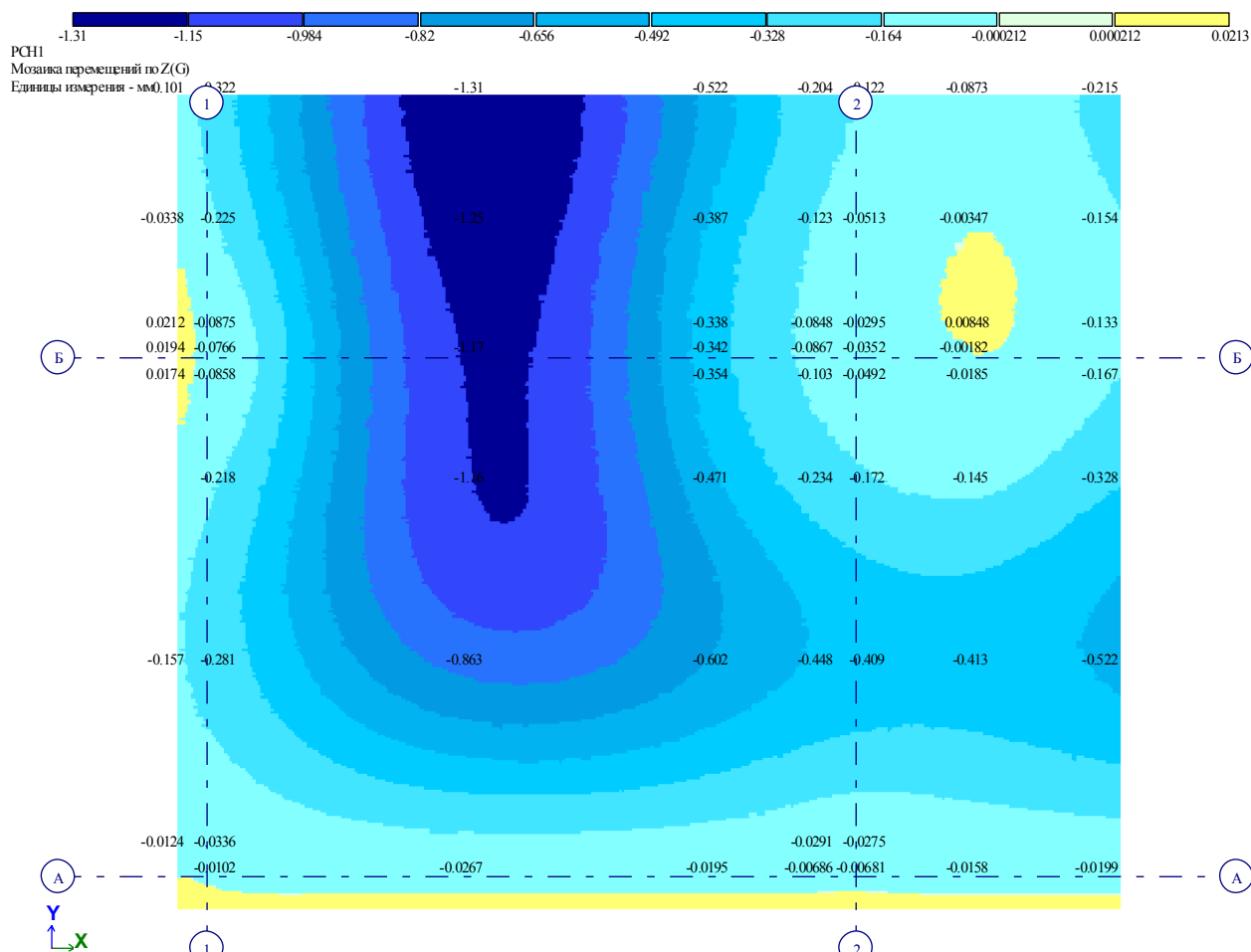


Рис. 1.2 Мозаика перемещений по Z(G) срединной плоскости плиты и капители

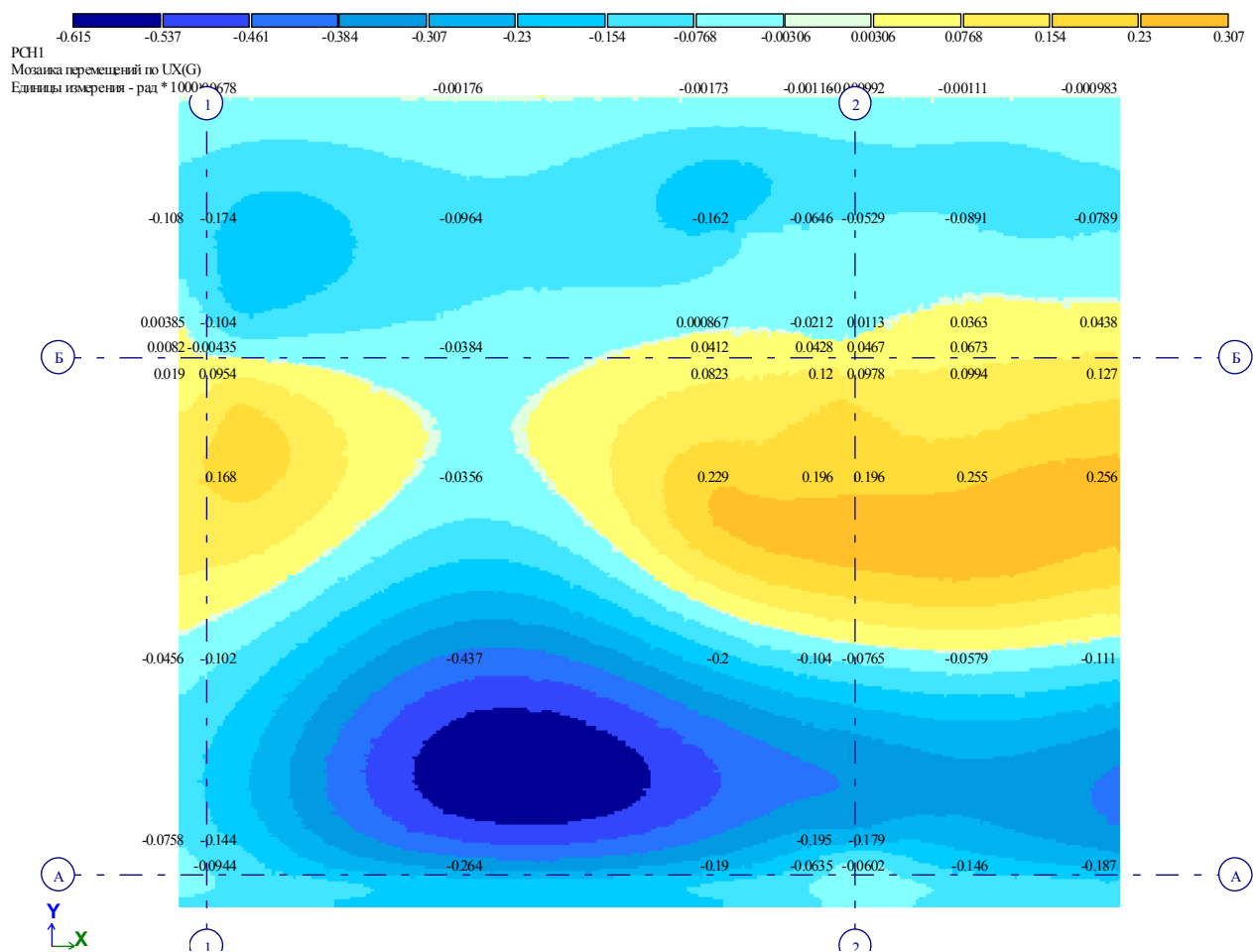


Рис. 1.3 Мозаика перемещений по UX(G) срединной плоскости плиты и капители

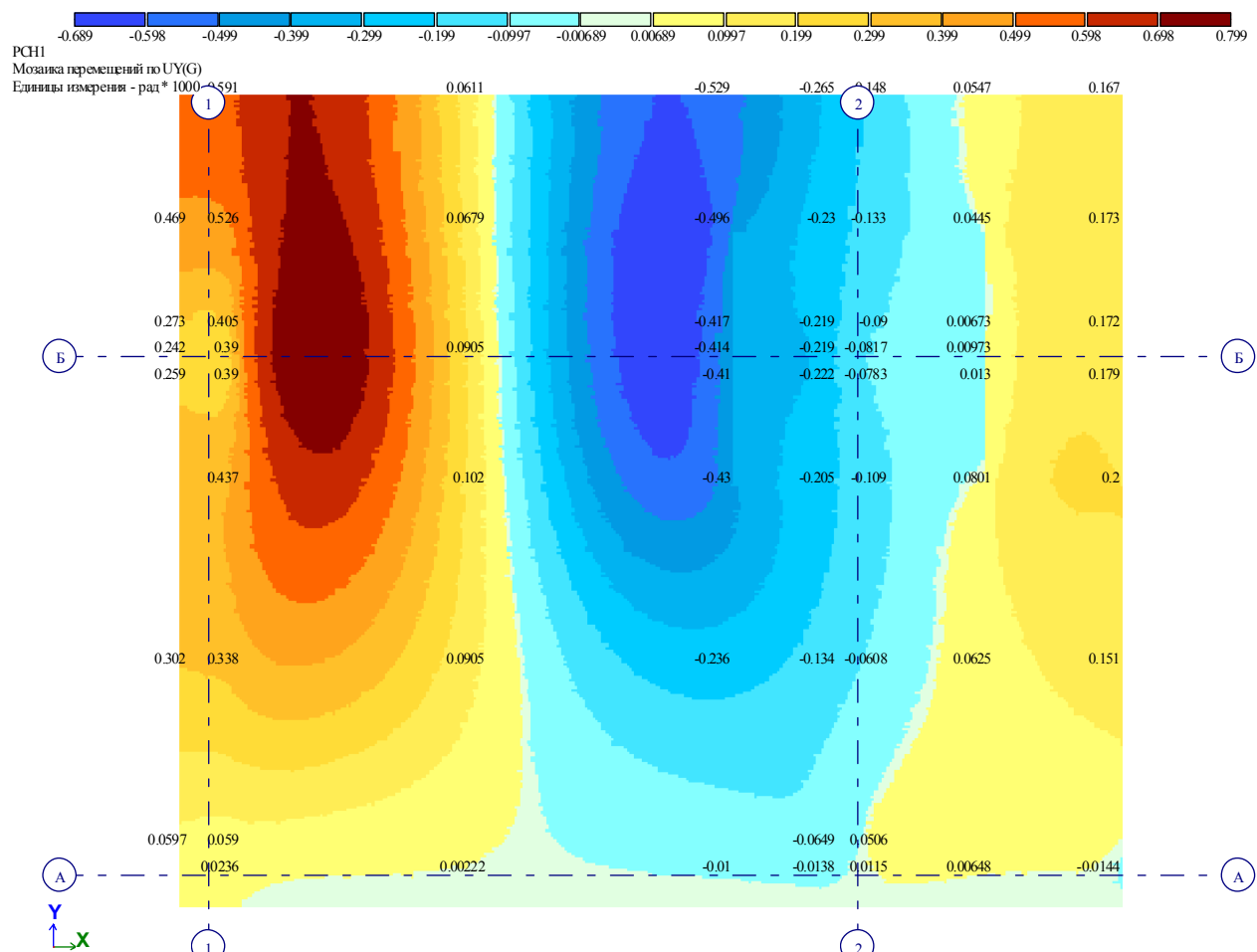


Рис. 1.4 Мозаика перемещений по UY(G) срединной плоскости плиты и капители

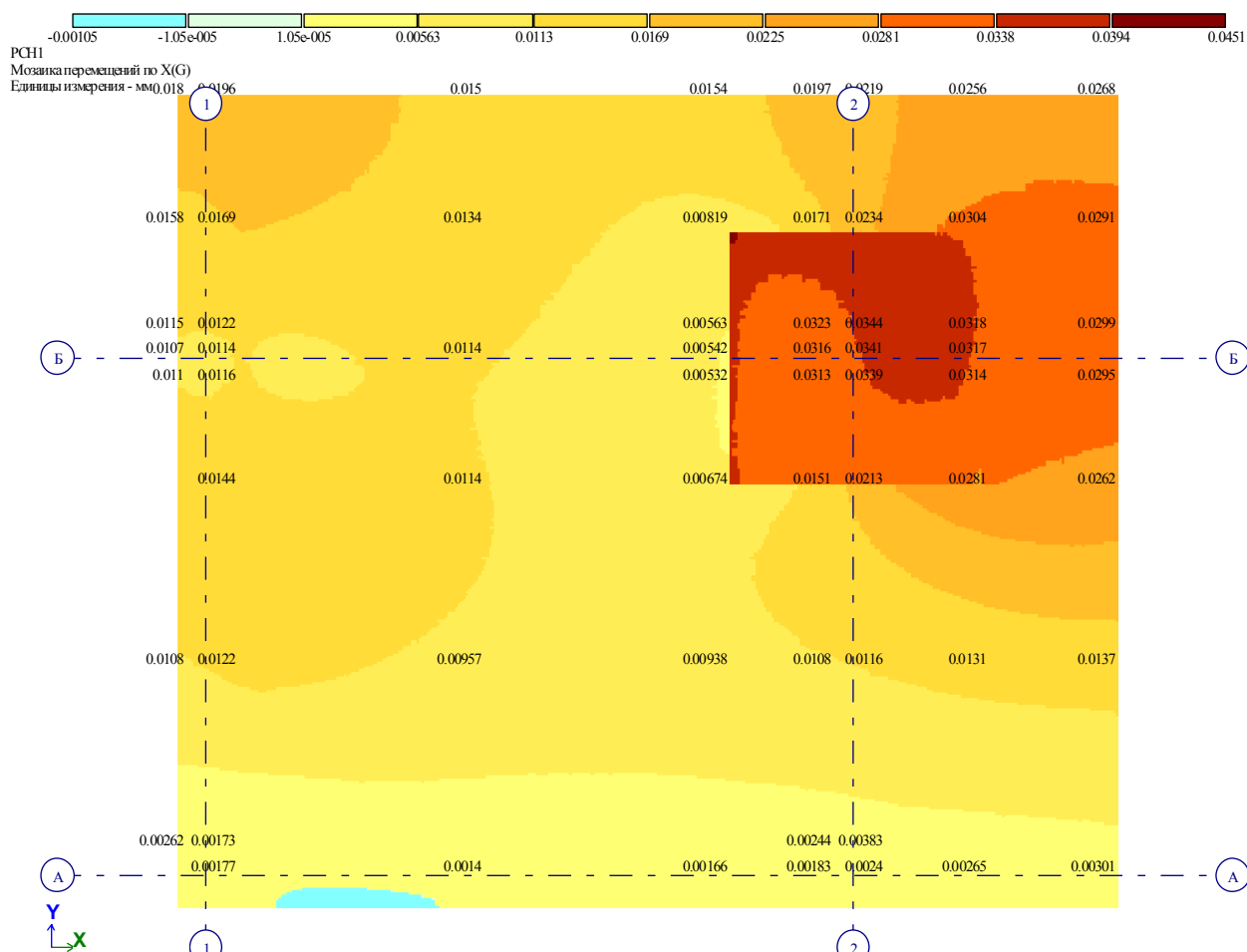


Рис. 1.5 Мозаика перемещений по X(G) срединной плоскости плиты и капители

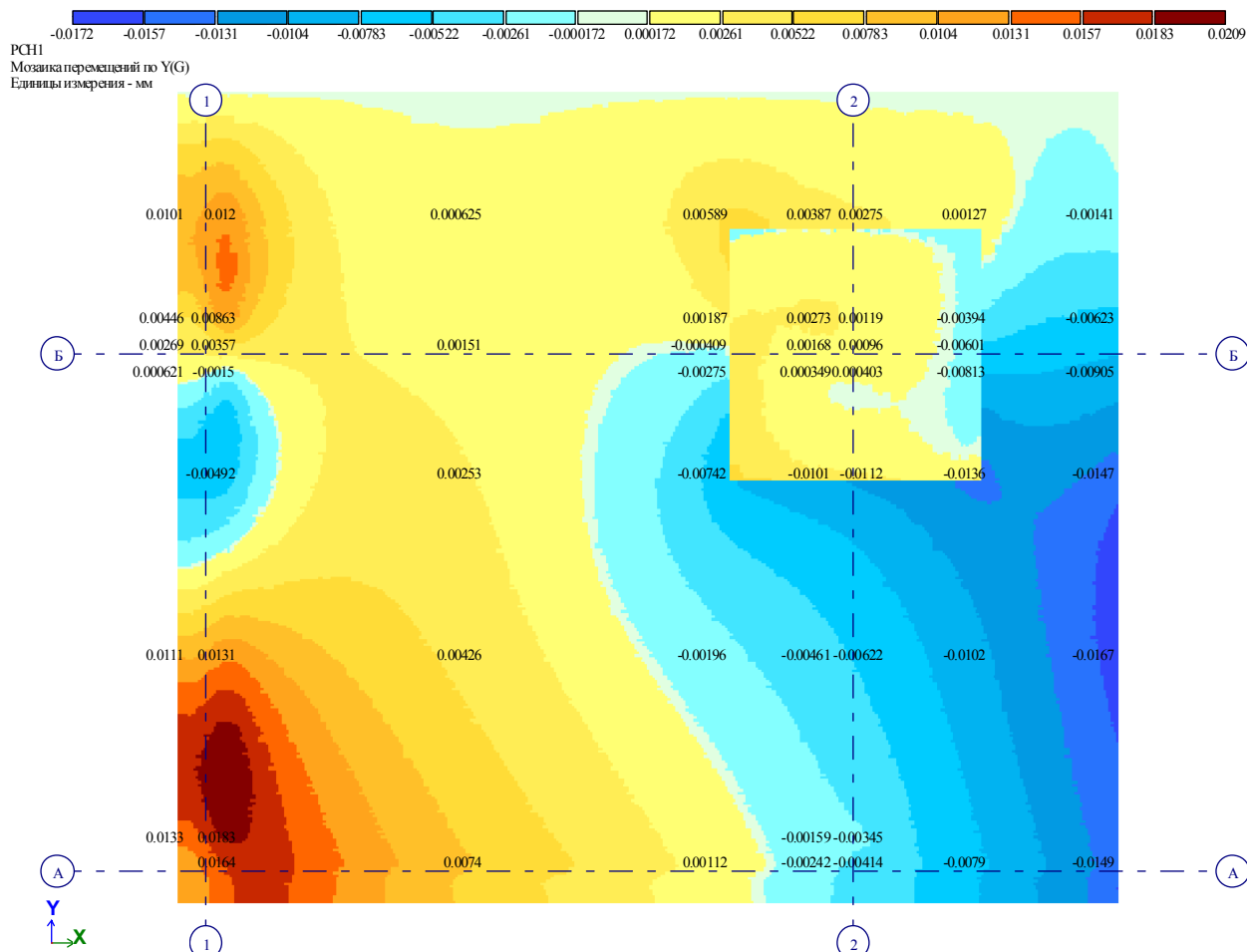


Рис. 1.6 Мозаика перемещений по Y(G) срединной плоскости плиты и капители

2 Перемещения модели из стержней и пластин

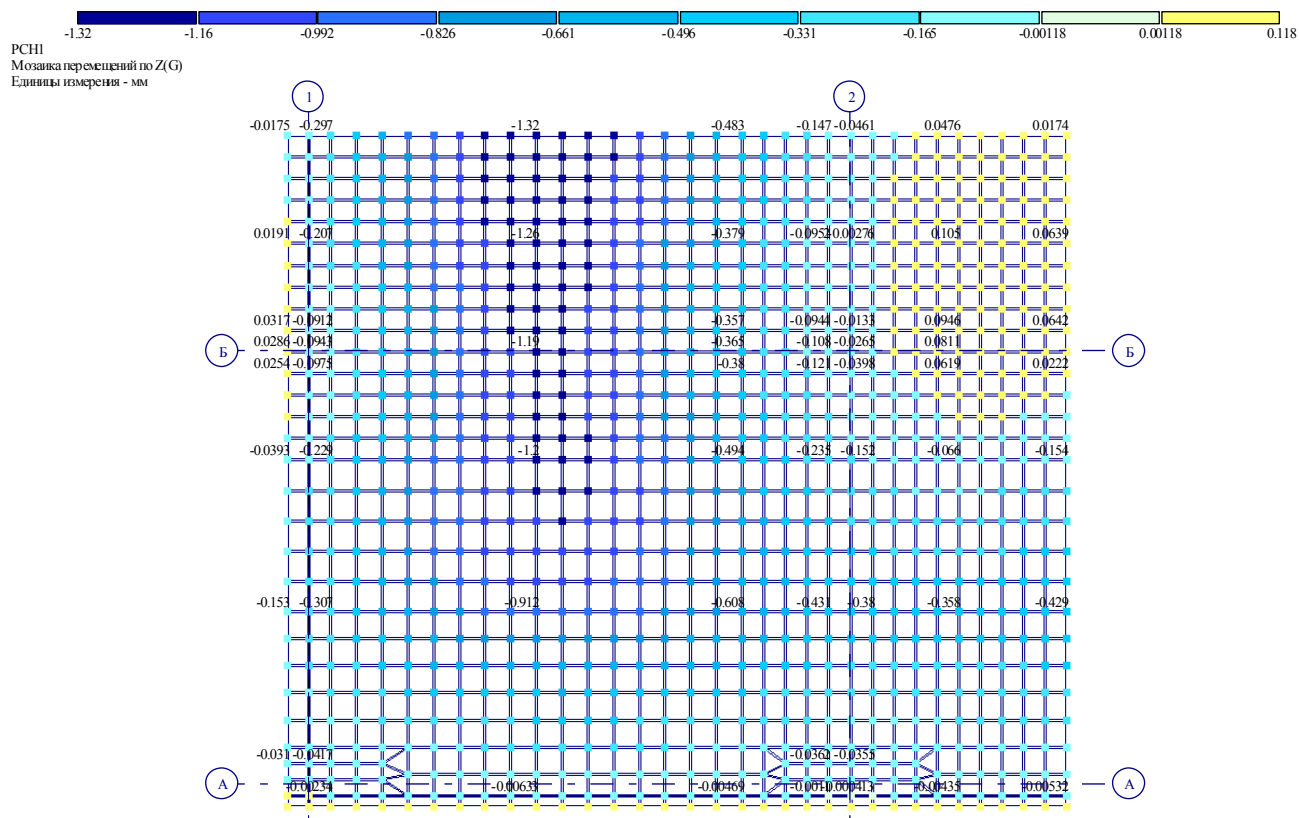


Рис. 2.1 Мозаика перемещений по Z(G) плиты и капители

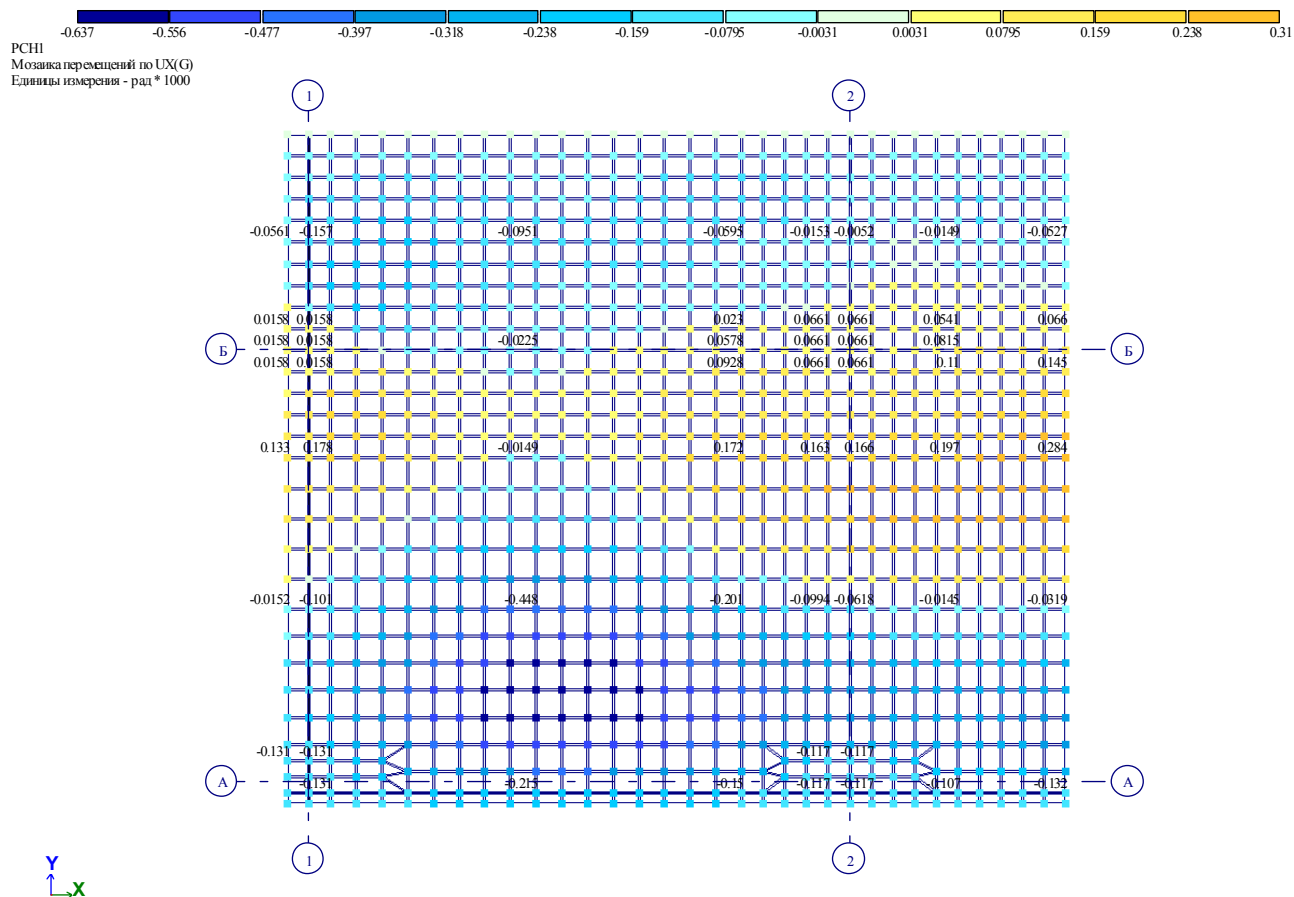


Рис. 2.2 Мозаика перемещений по UX(G) плиты и капители

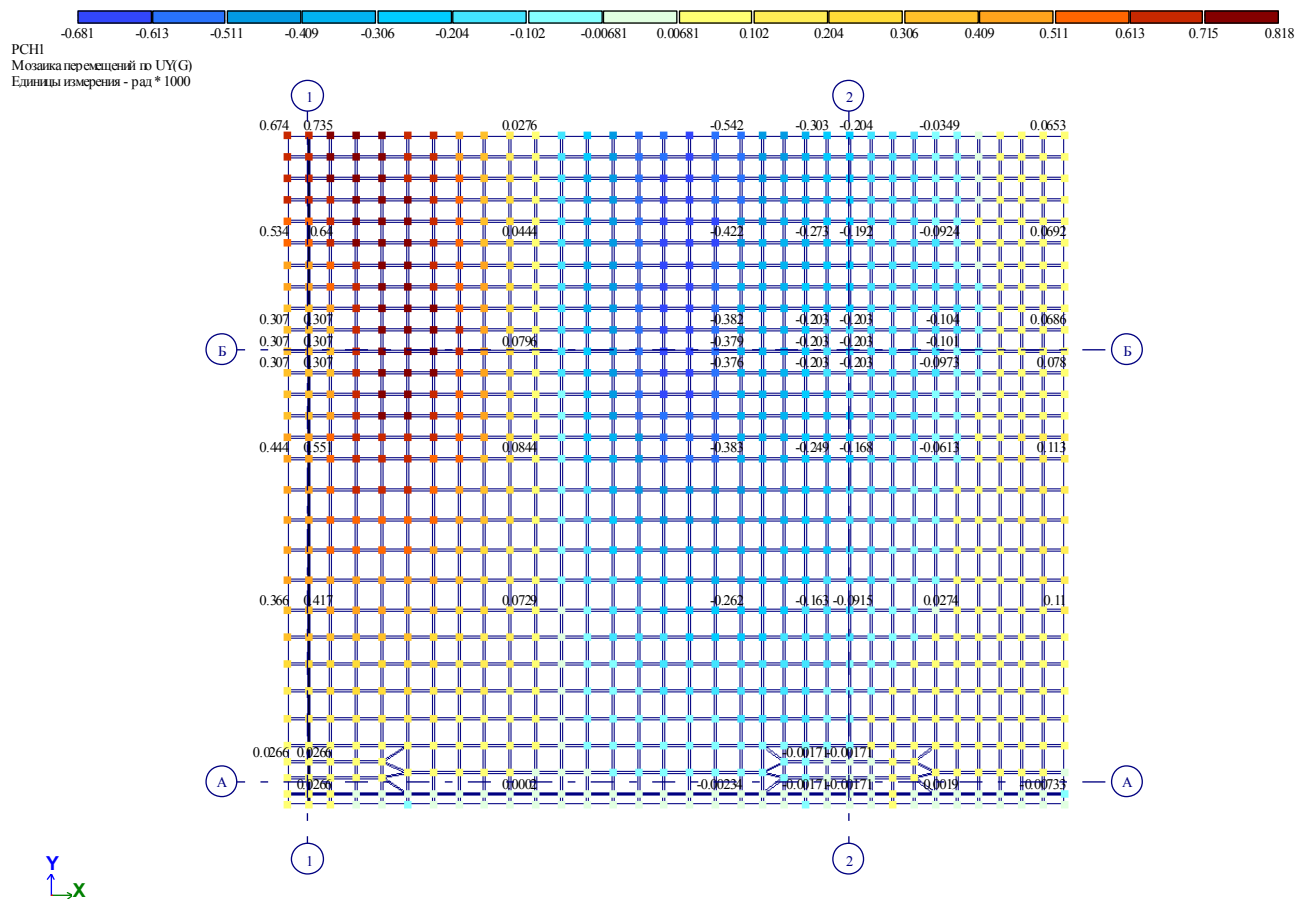


Рис. 2.3 Мозаика перемещений по UY(G) плиты и капители

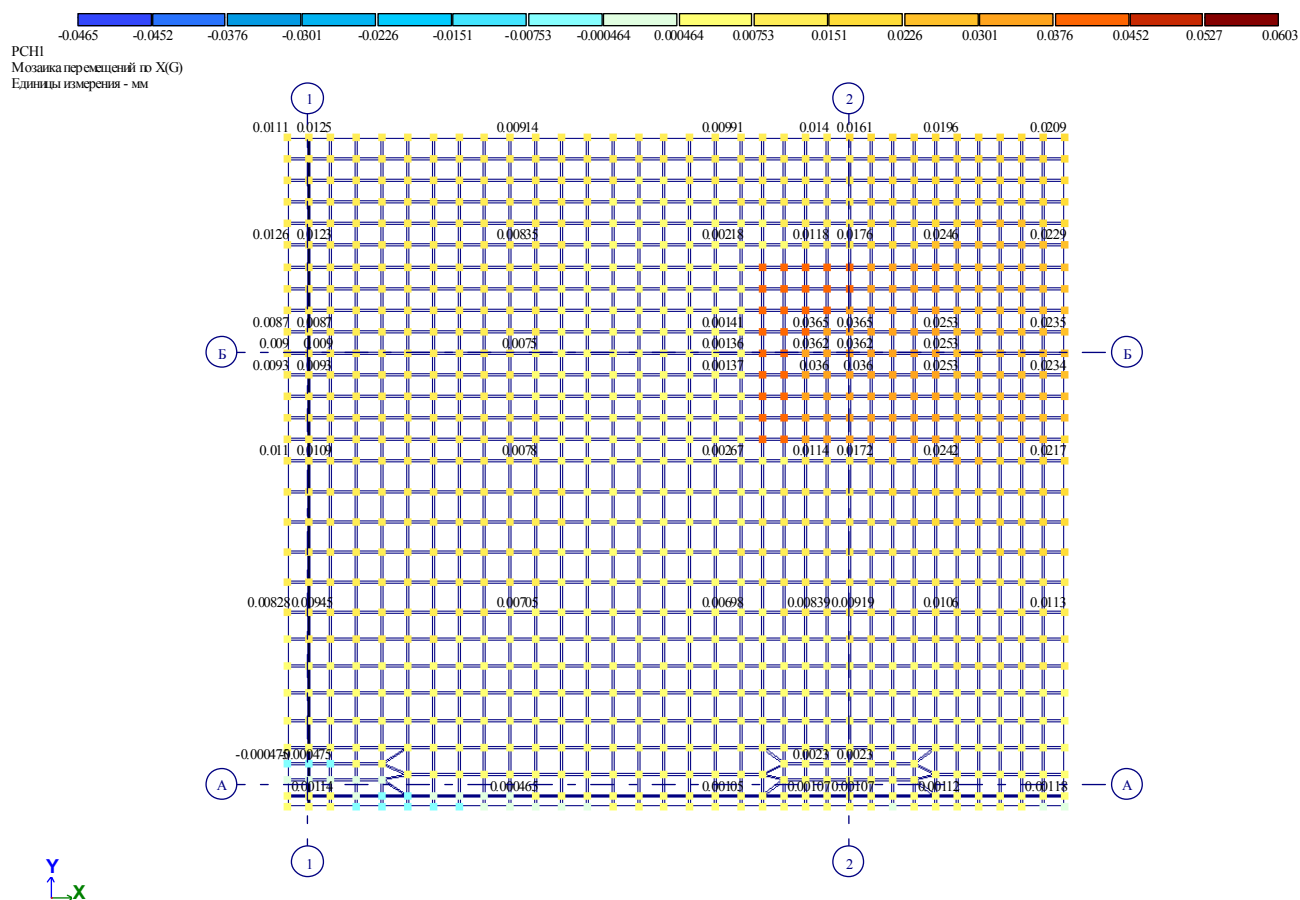


Рис. 2.4 Мозаика перемещений по X(G) плиты и капители

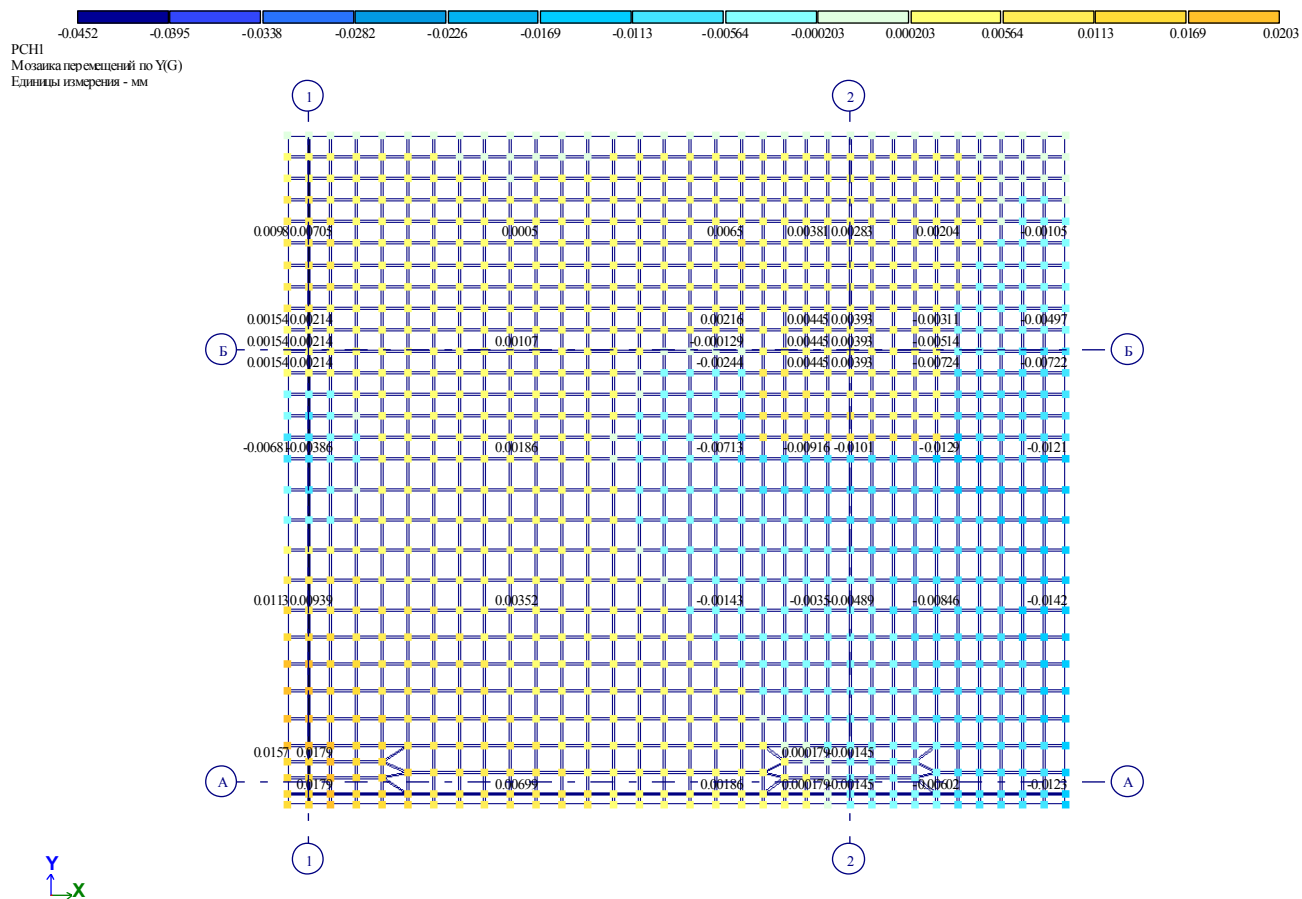


Рис. 2.5 Мозаика перемещений по Y(G) плиты и капители

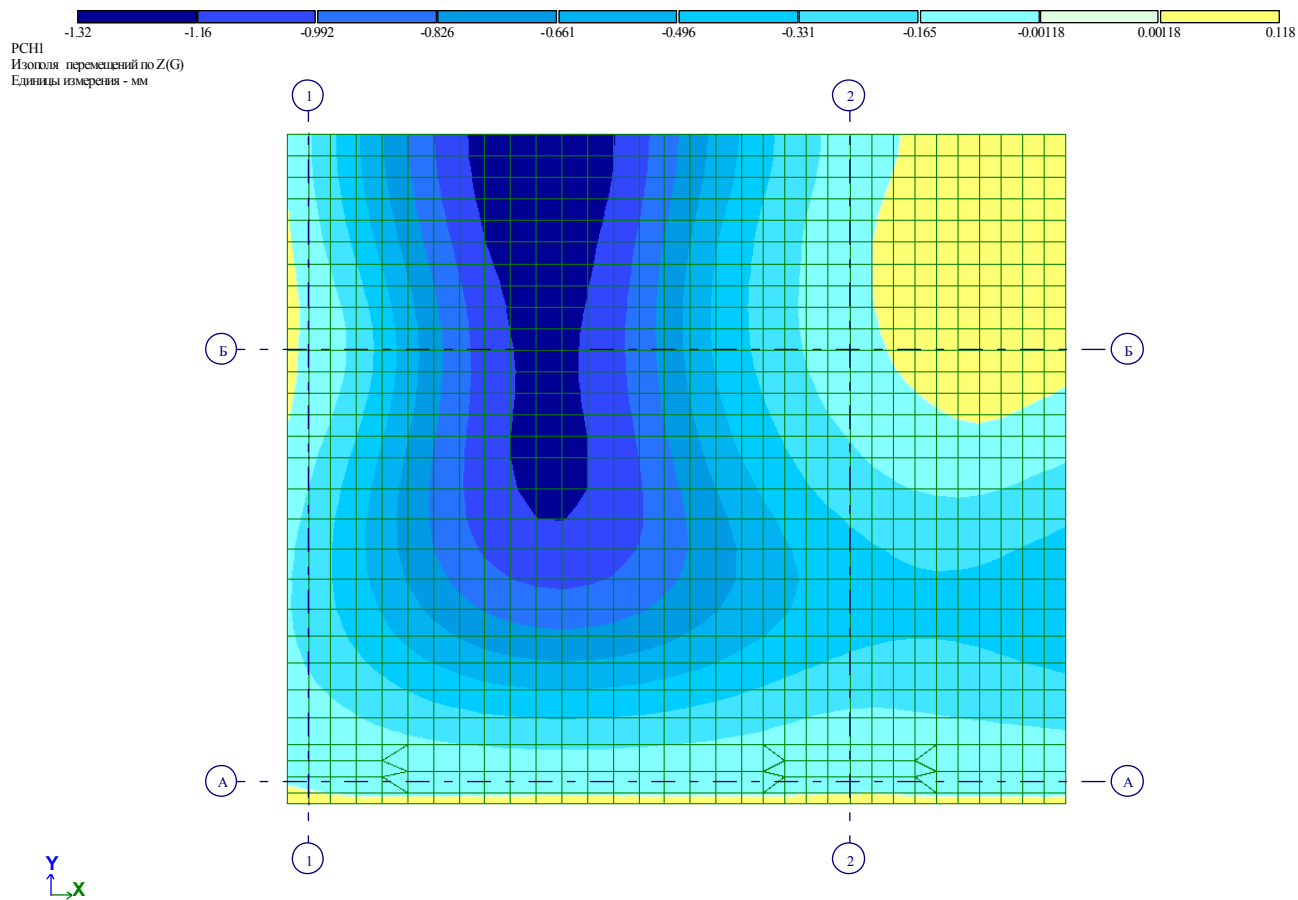


Рис. 2.6 Изополя перемещений по Z(G) плиты и капители

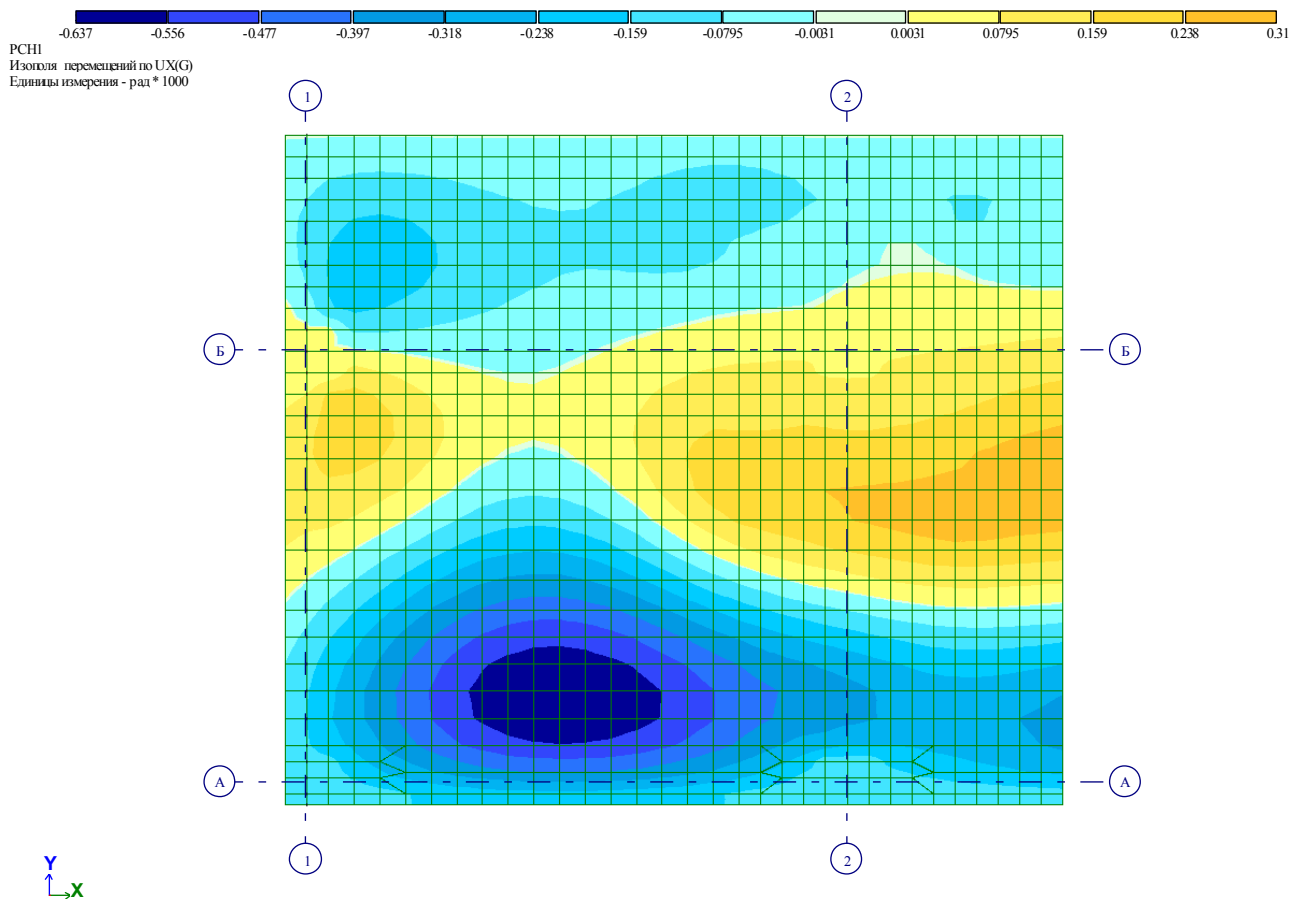


Рис. 2.7 Изополя перемещений по UX(G) плиты и капители

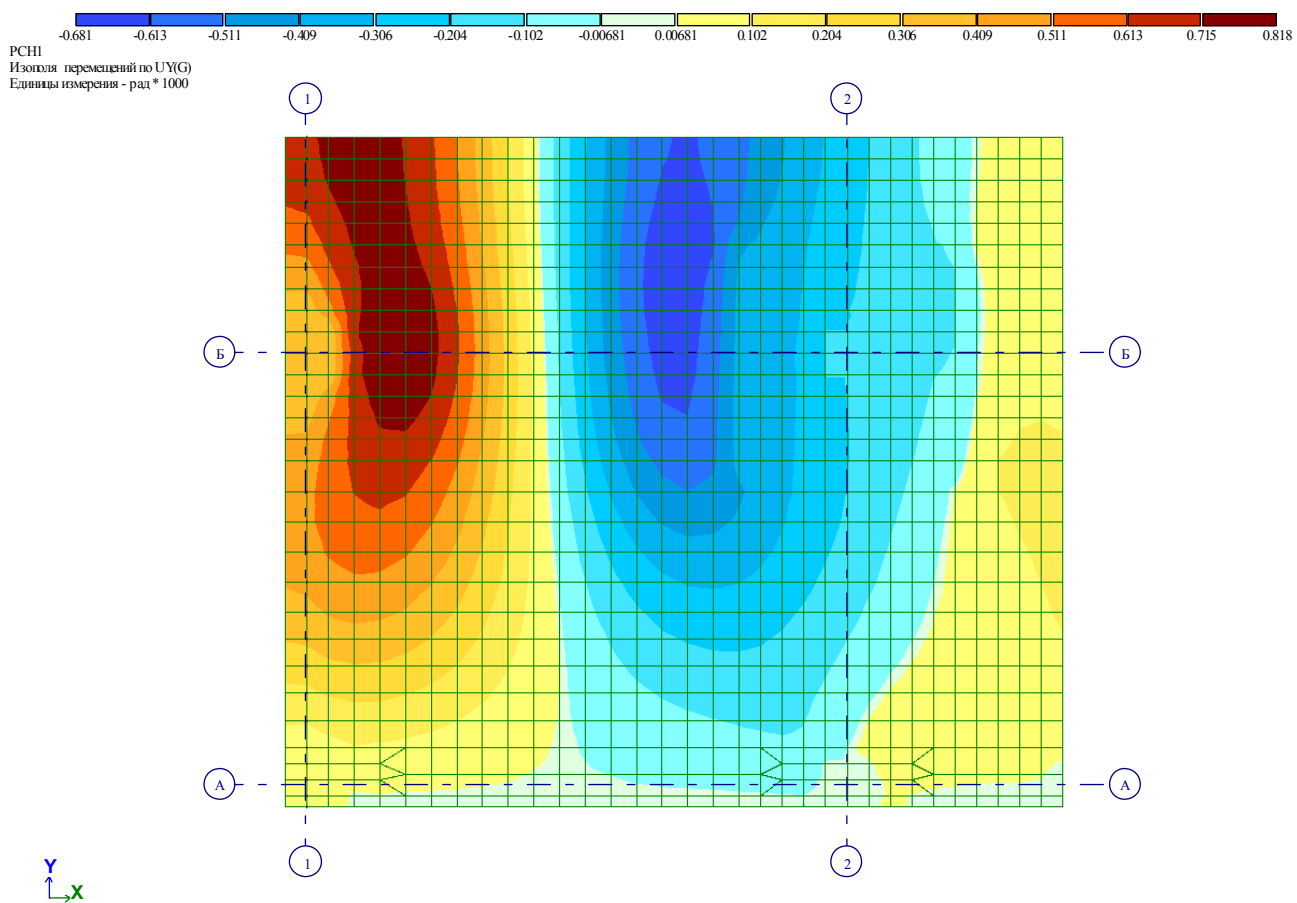


Рис. 2.8 Изополя перемещений по UY(G) плиты и капители

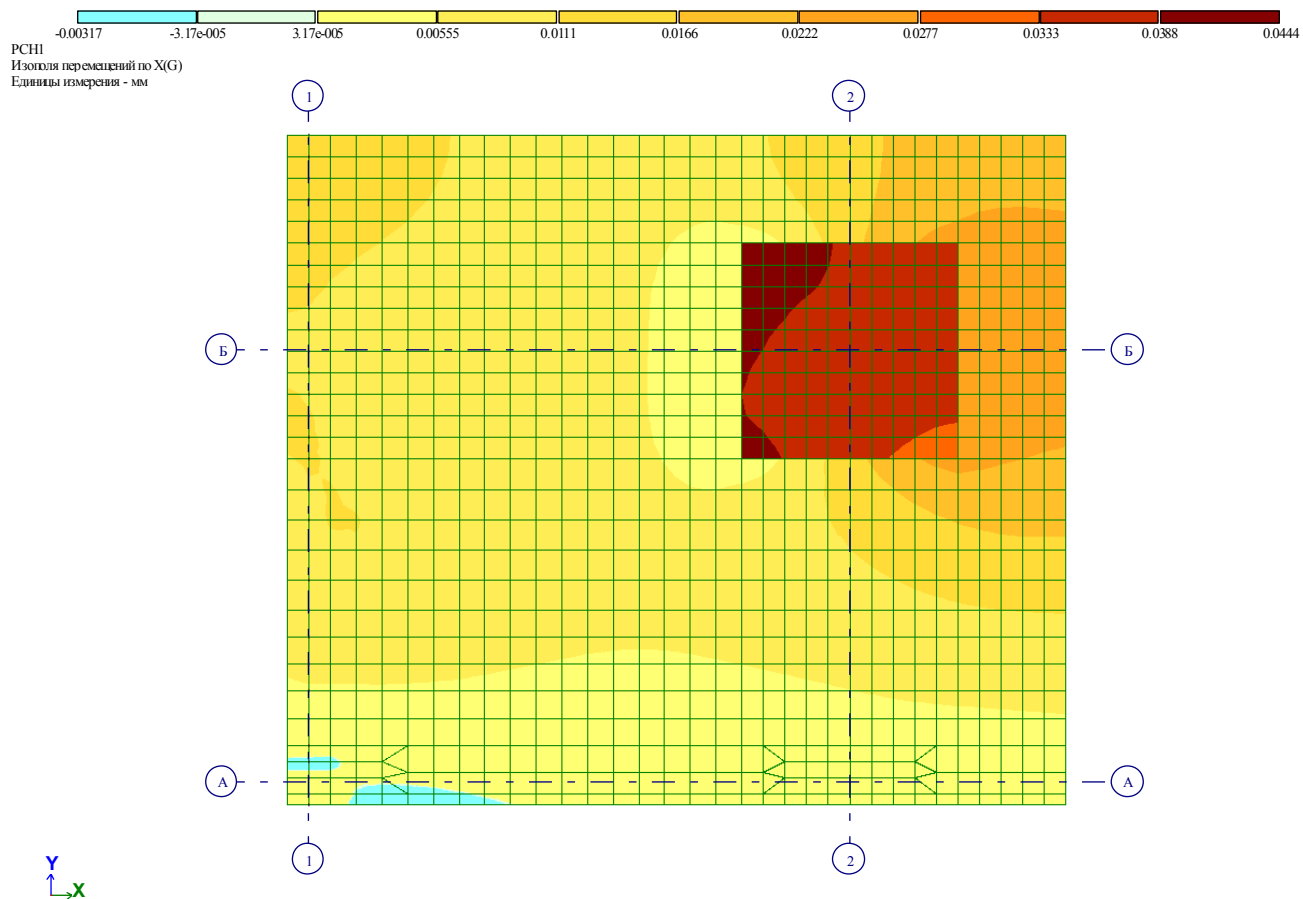


Рис. 2.9 Изополя перемещений по X(G) плиты и капители

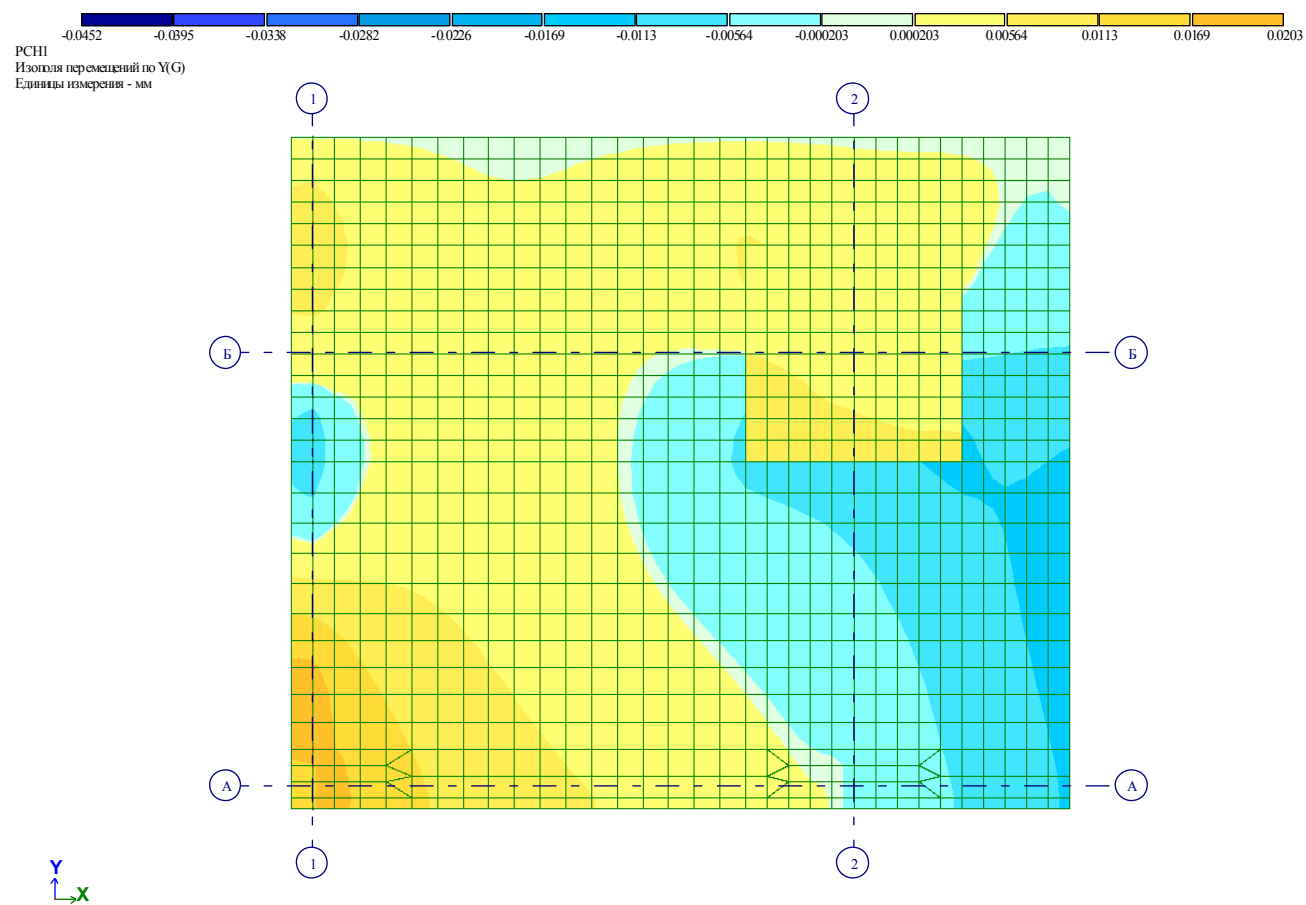


Рис. 2.10 Изополя перемещений по Y(G) плиты и капители

3 Напряжения по верхним фибрам в модели из объемных КЭ

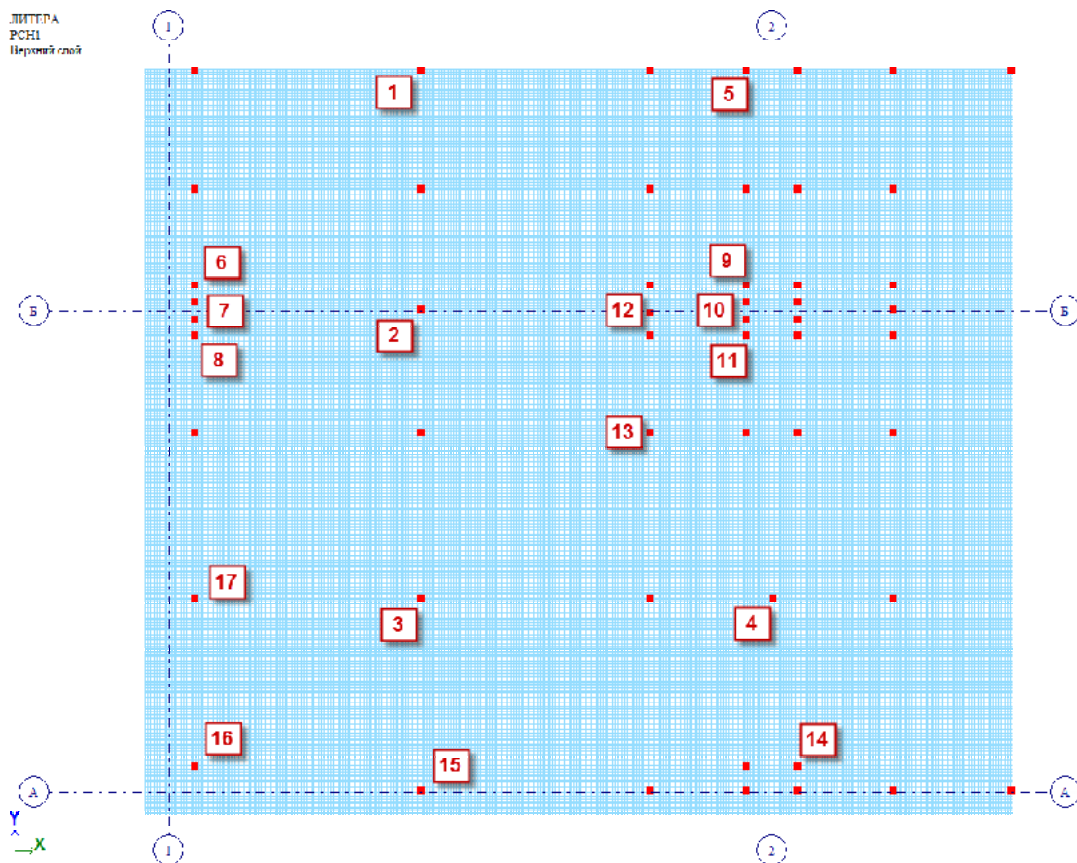


Рис. 3.1 точки вывода значений напряжений на верхних фибрах

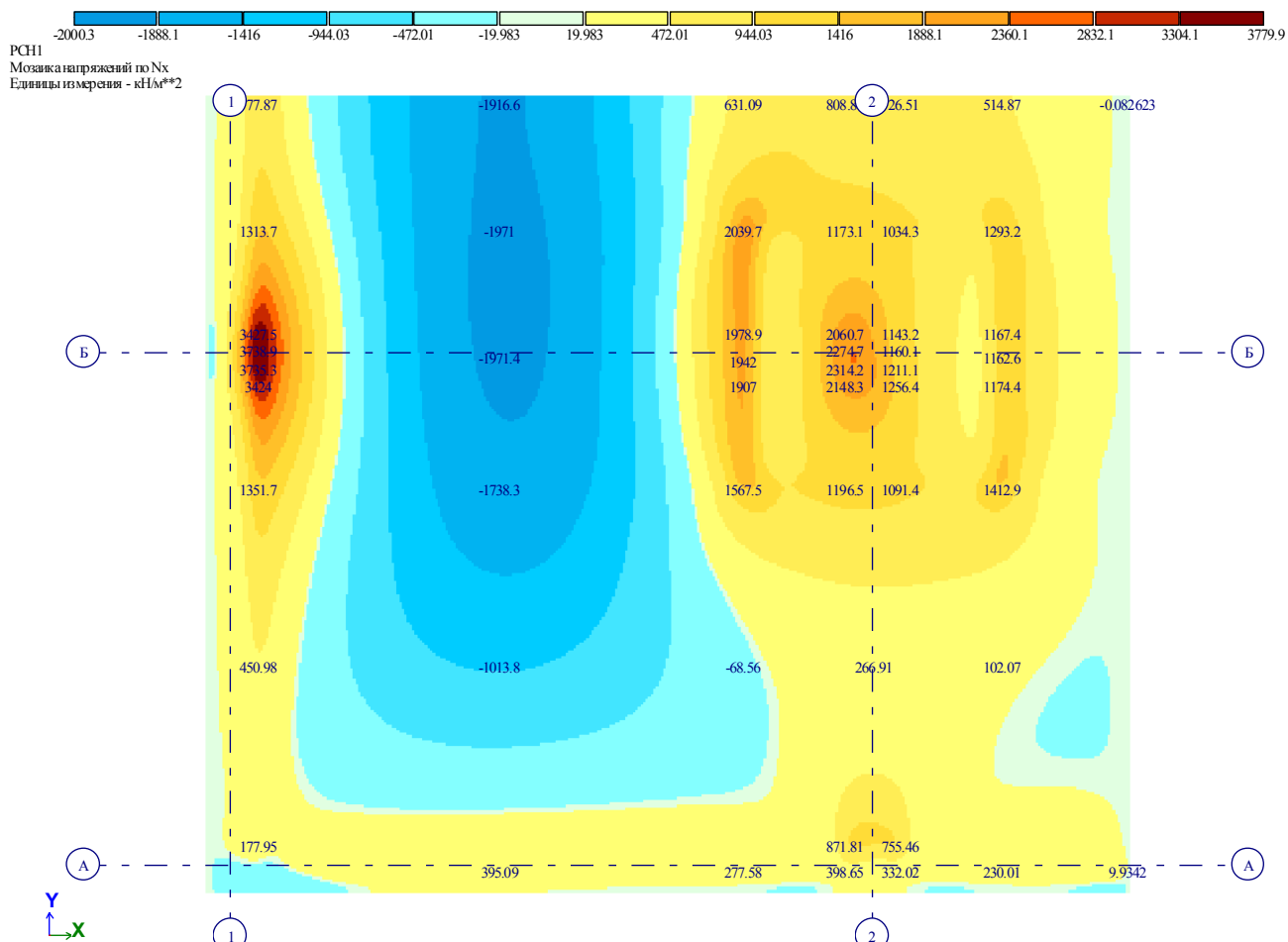


Рис. 3.2 Мозаика напряжений по N_x верхние фибры плиты и капители

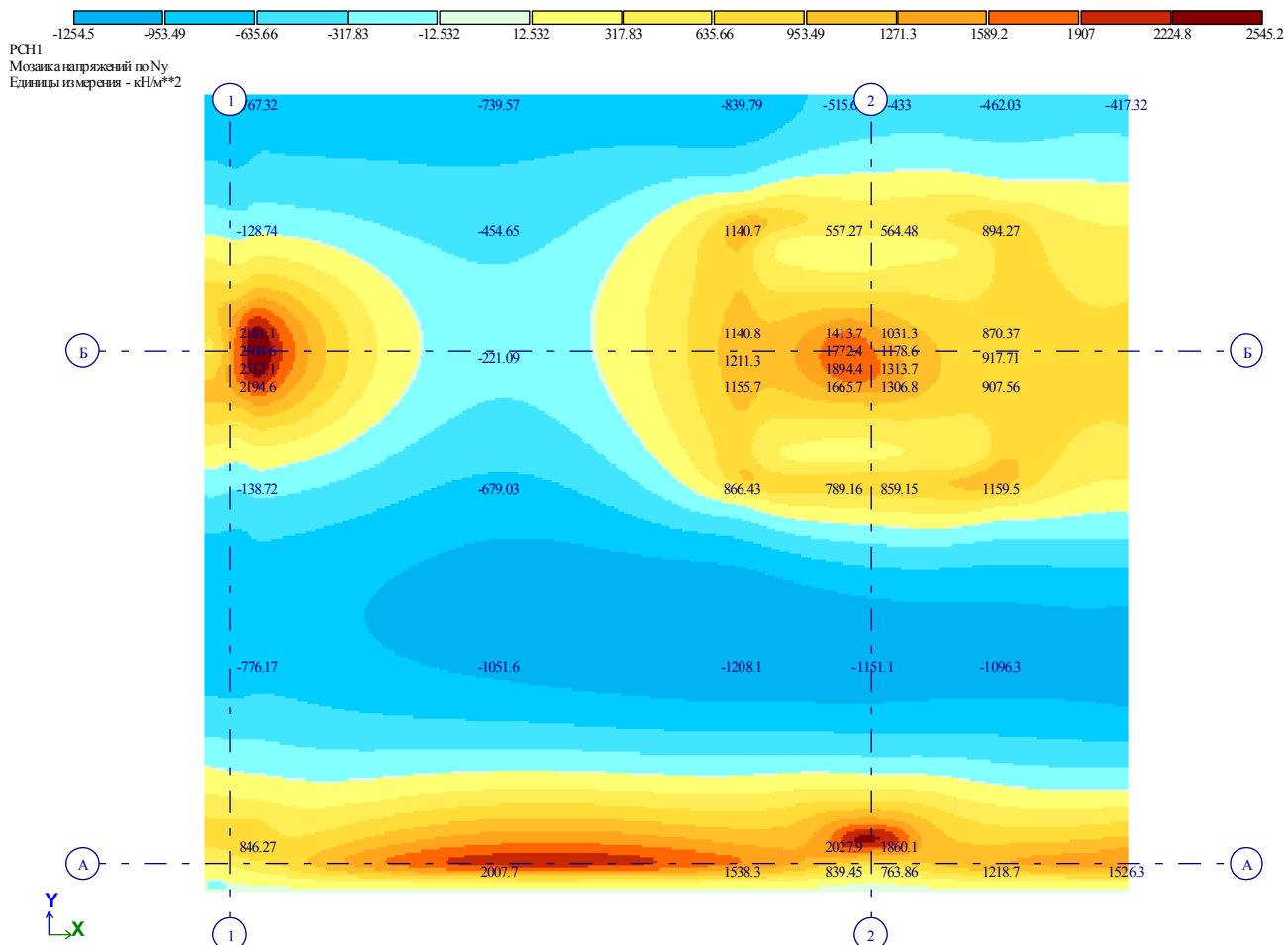


Рис. 3.3 Мозаика напряжений по N_y верхние фибры плиты и капители

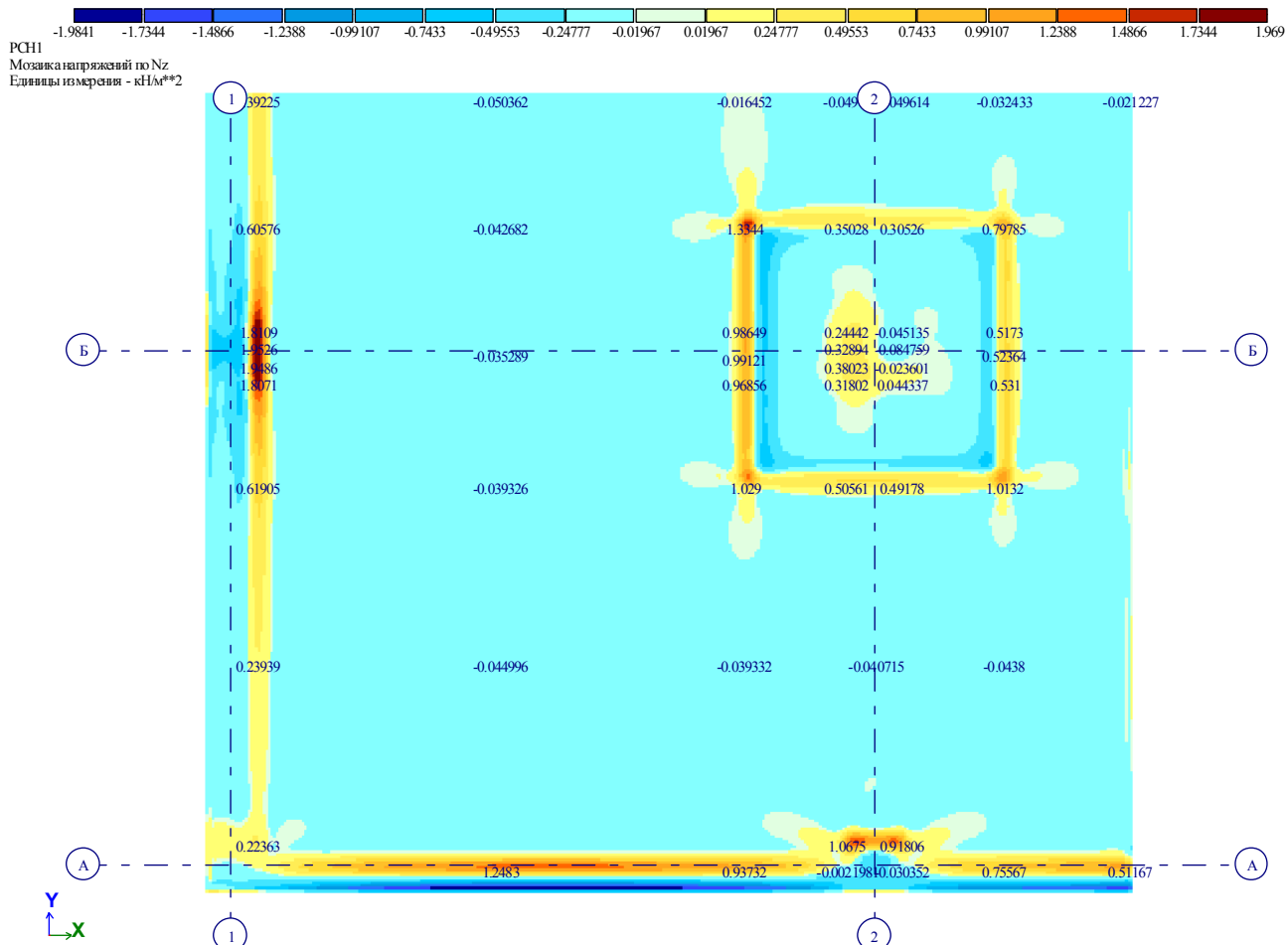
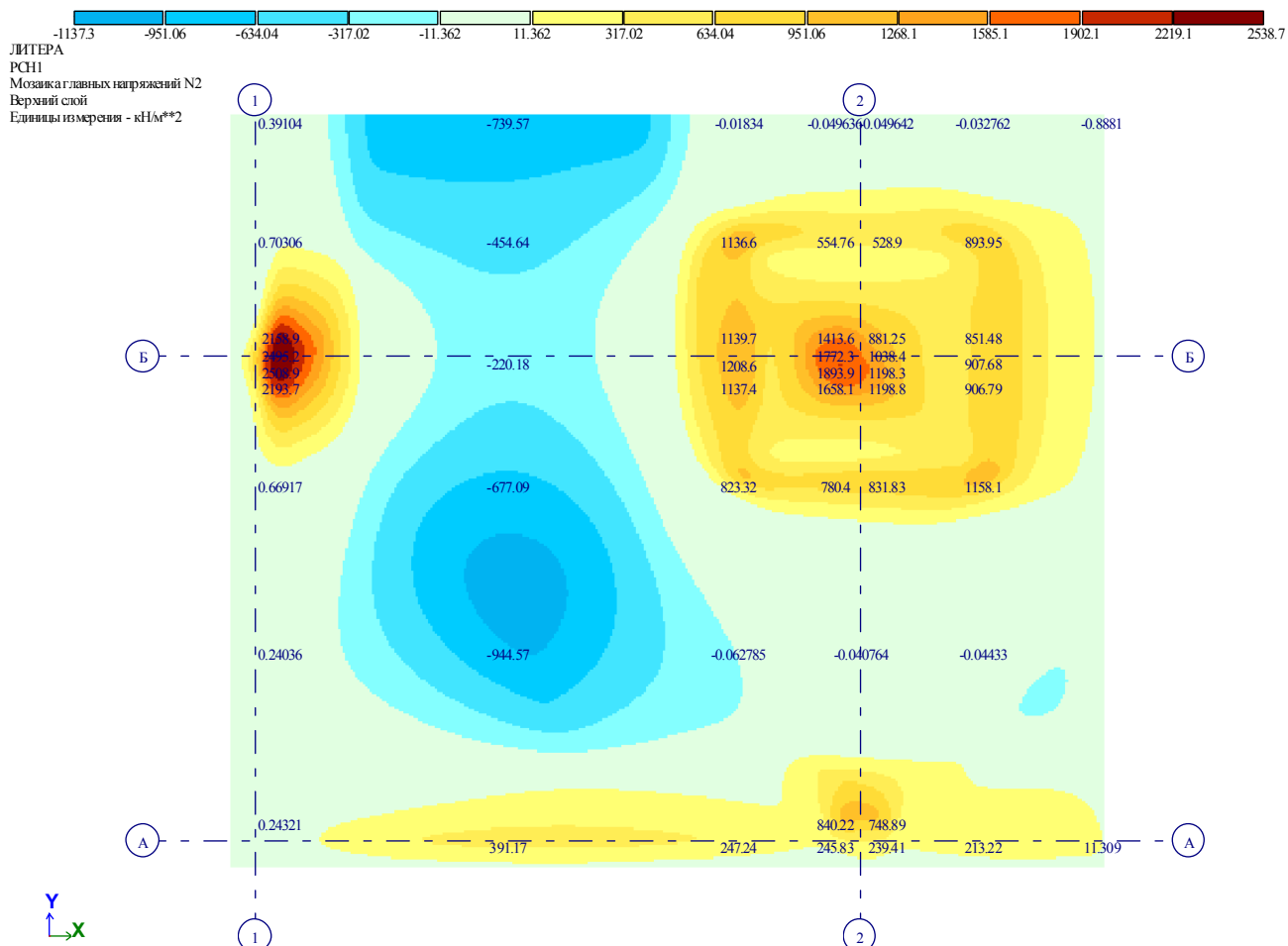
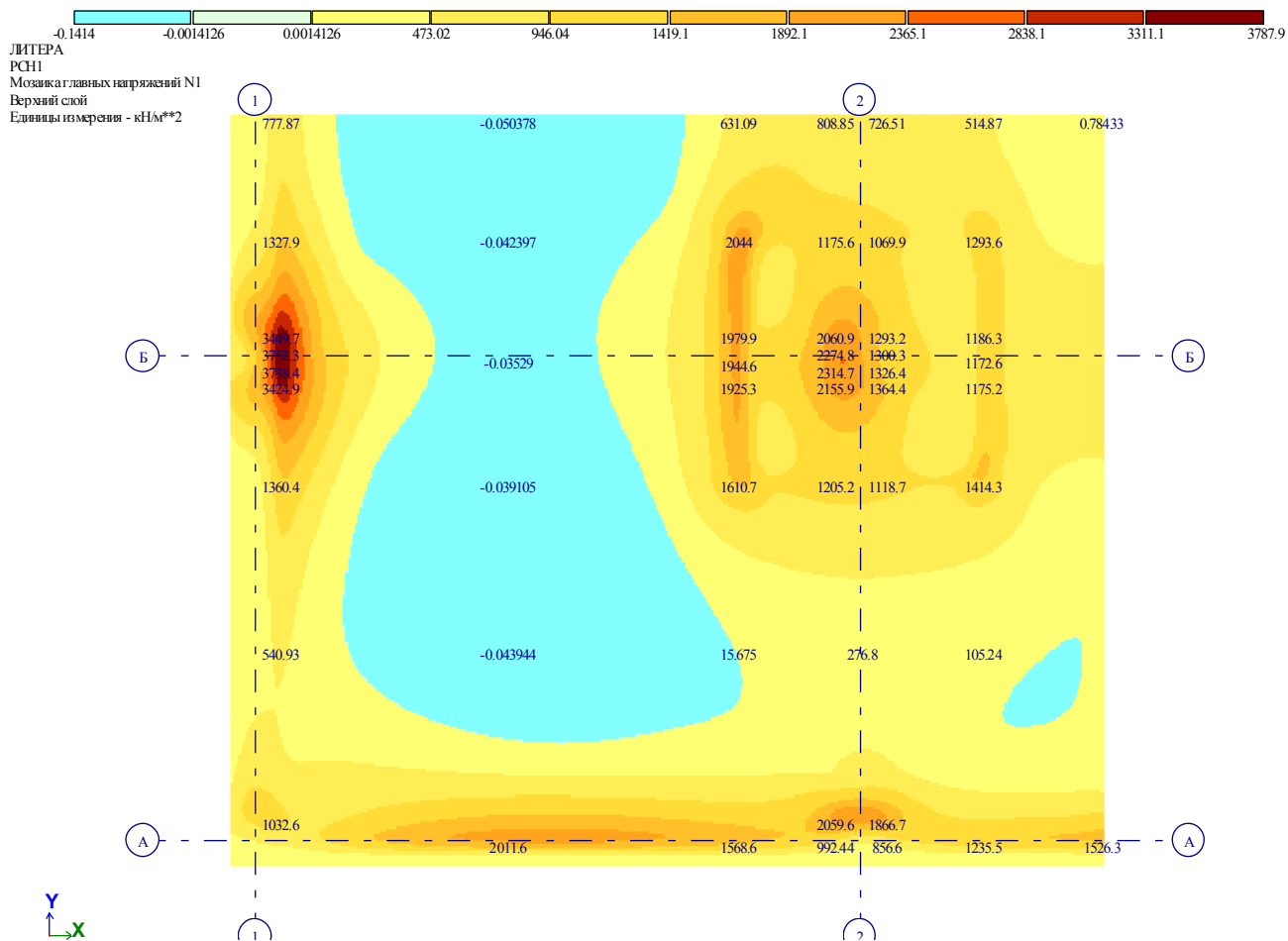
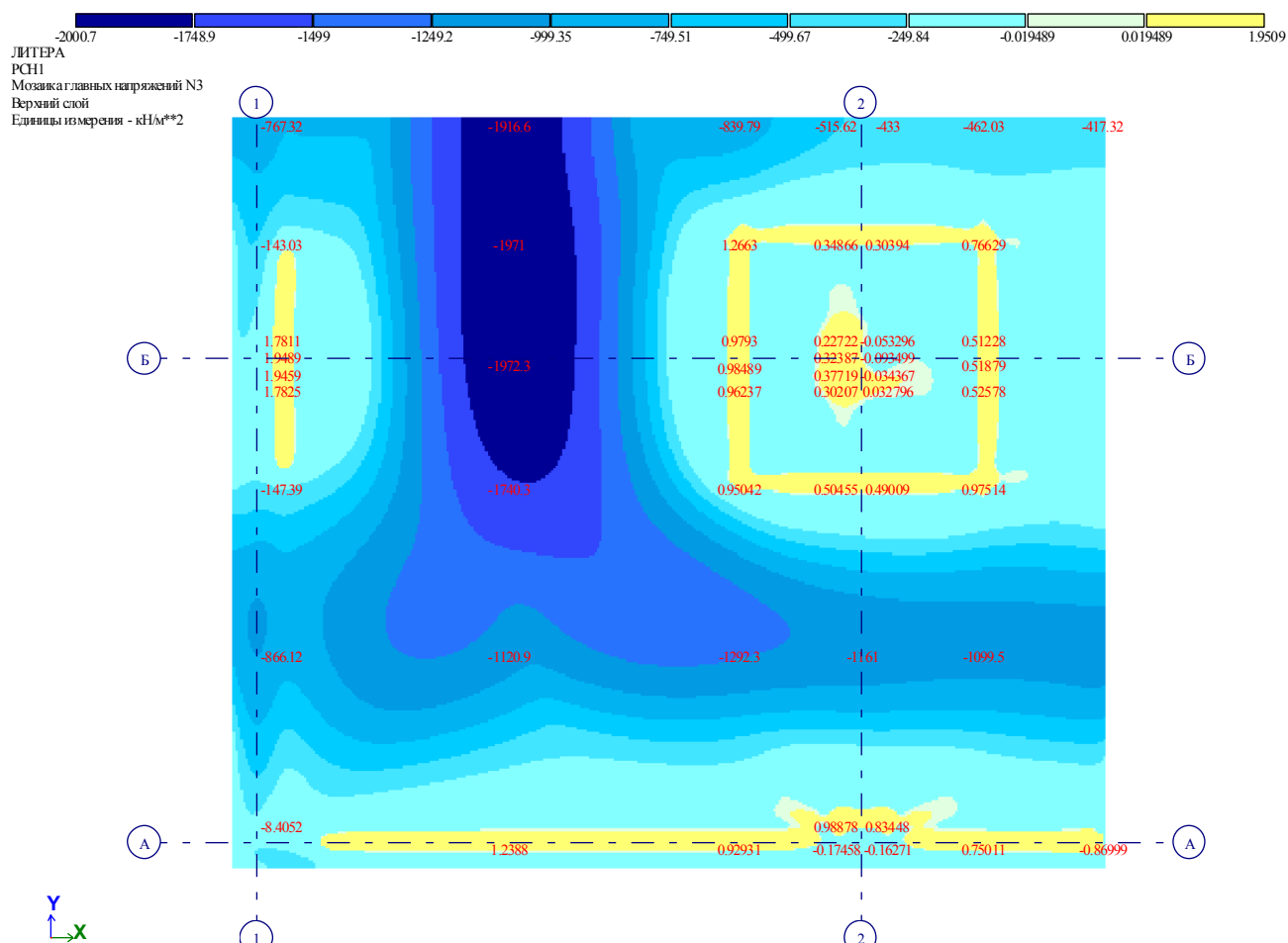
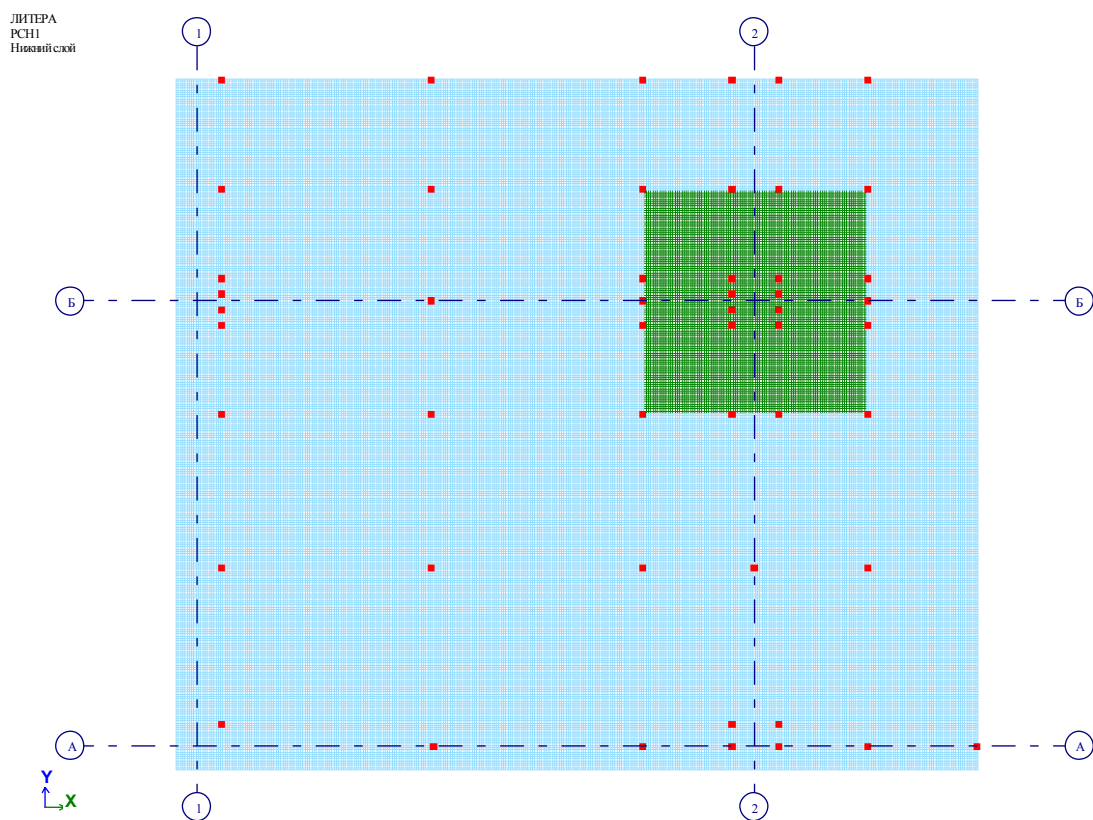


Рис. 3.4 Мозаика напряжений по N_z верхние фибры плиты и капители





4 Напряжения по нижним фибрам в модели из объемных КЭ



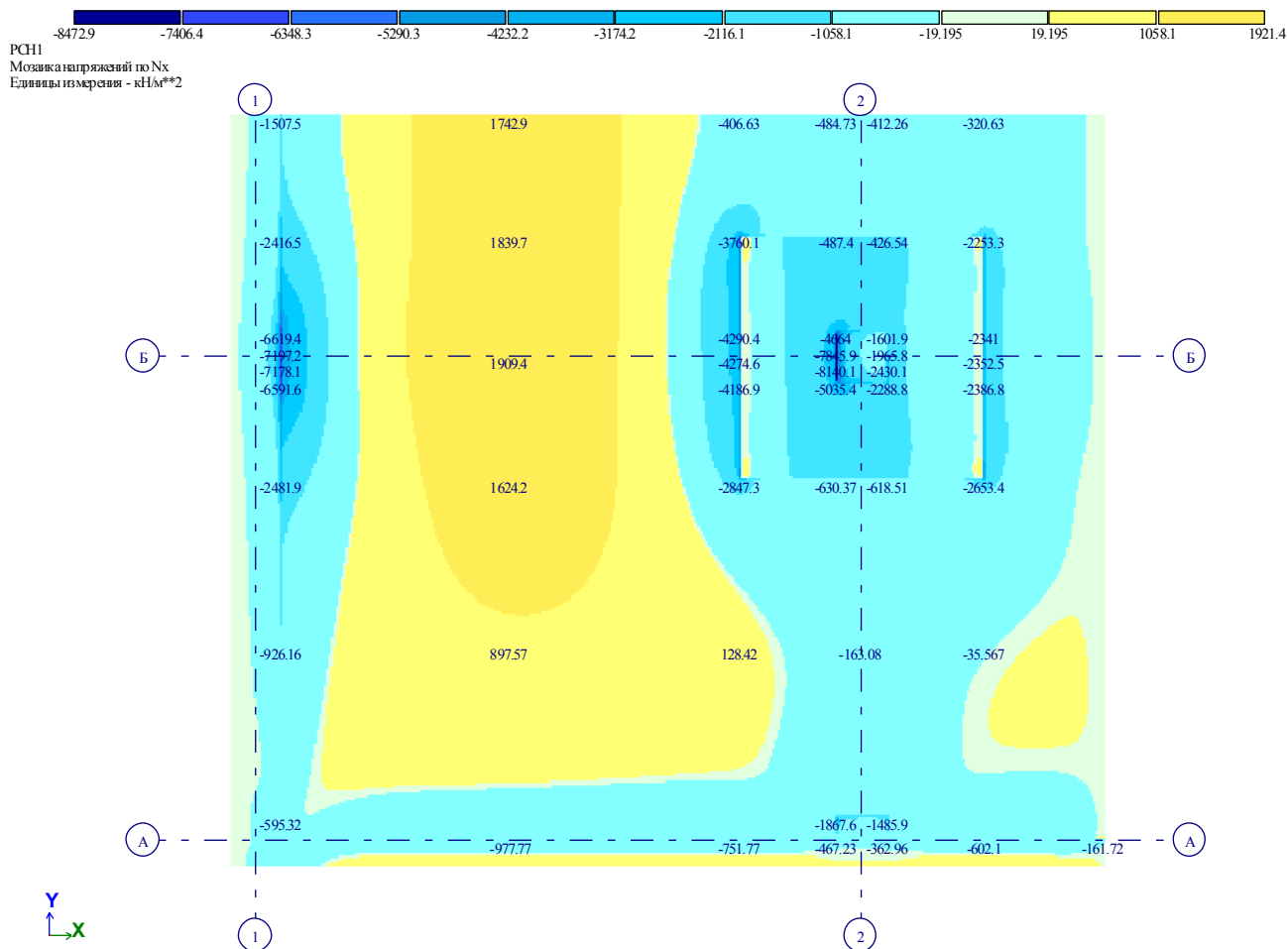


Рис. 4.2 Мозаика напряжений по Nx нижние фибры плиты и капители

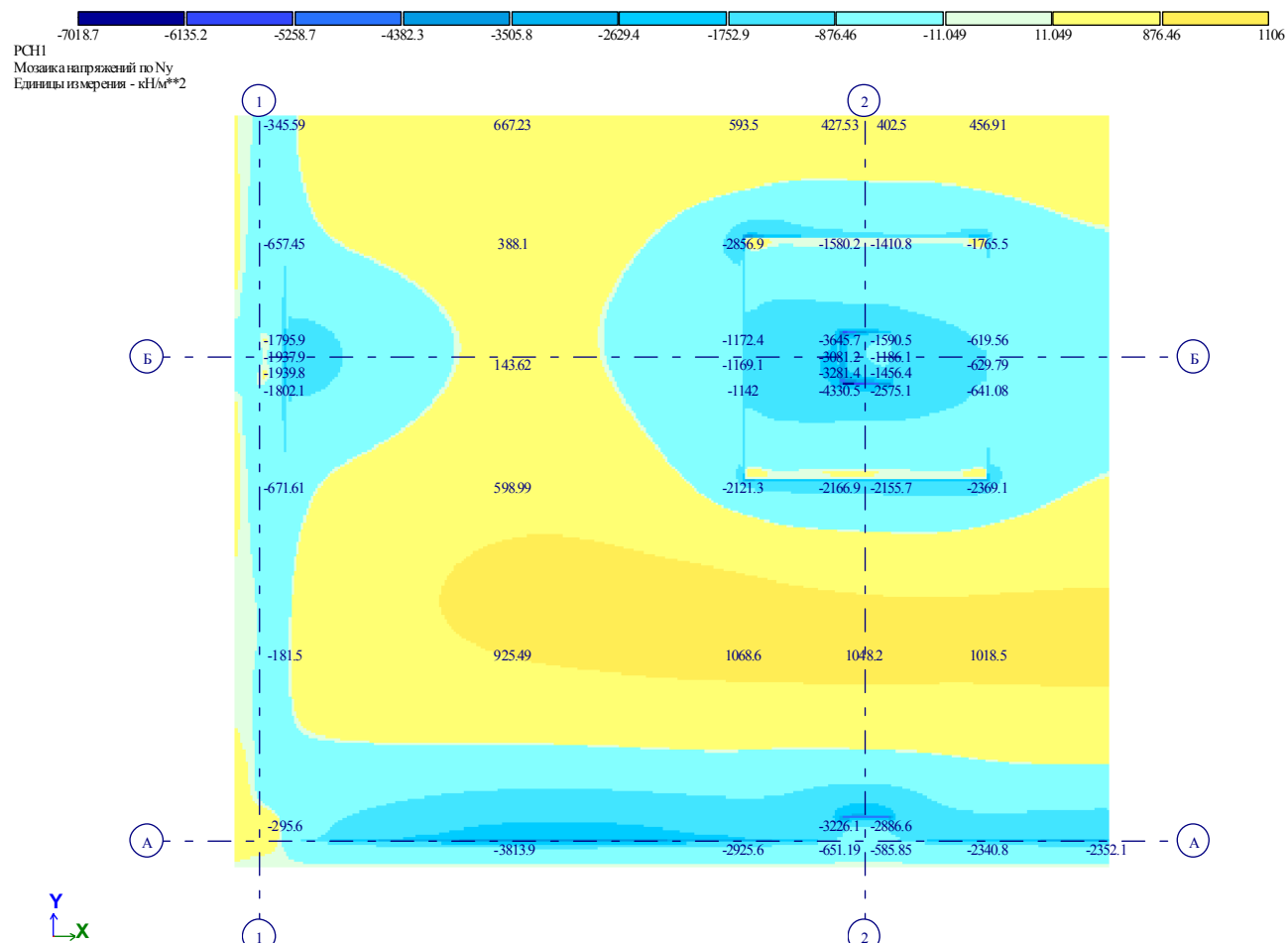


Рис. 4.3 Мозаика напряжений по Ny нижние фибры плиты и капители

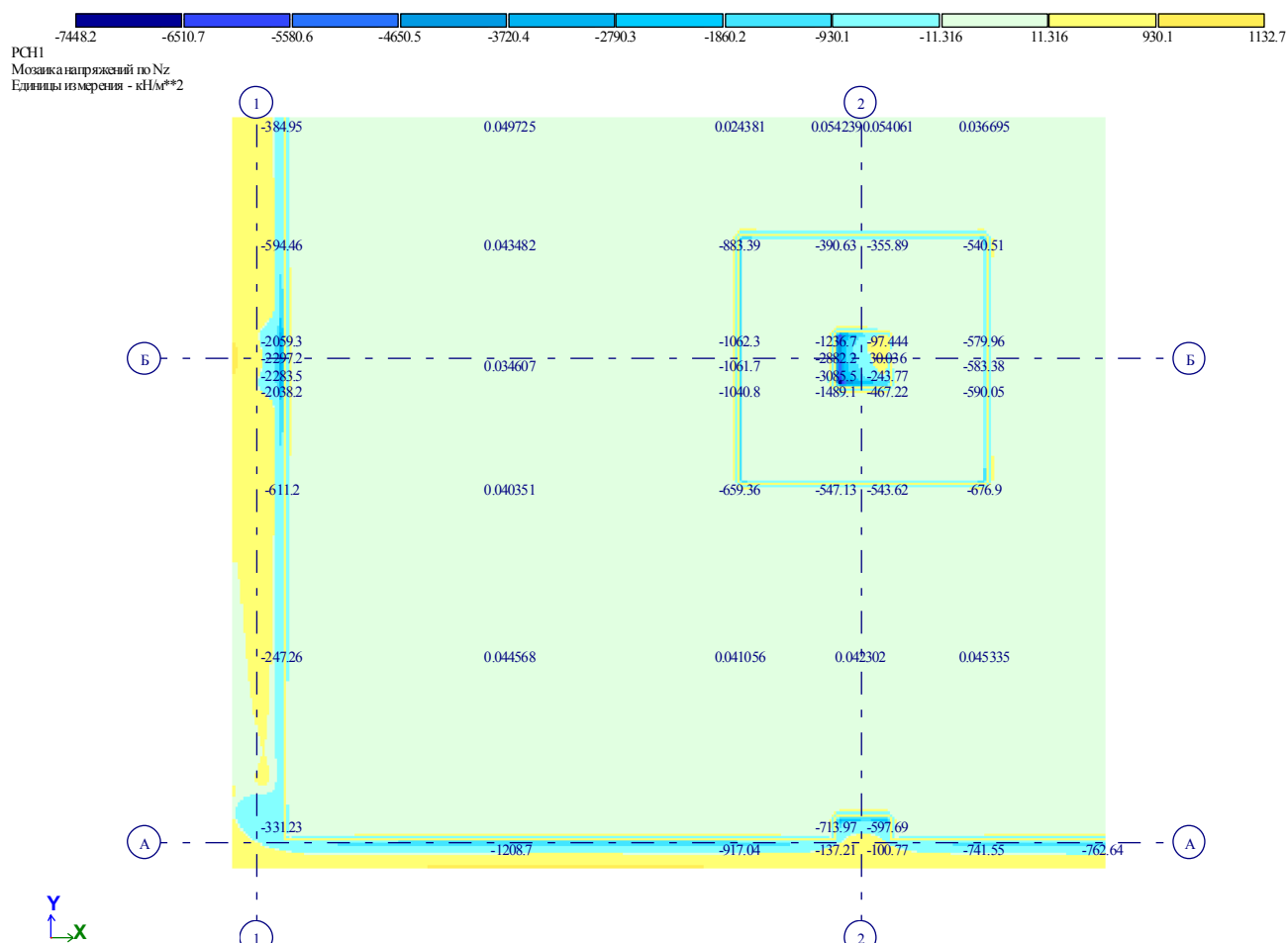


Рис. 4.4 Мозаика напряжений по Nz нижние фибры плиты и капители

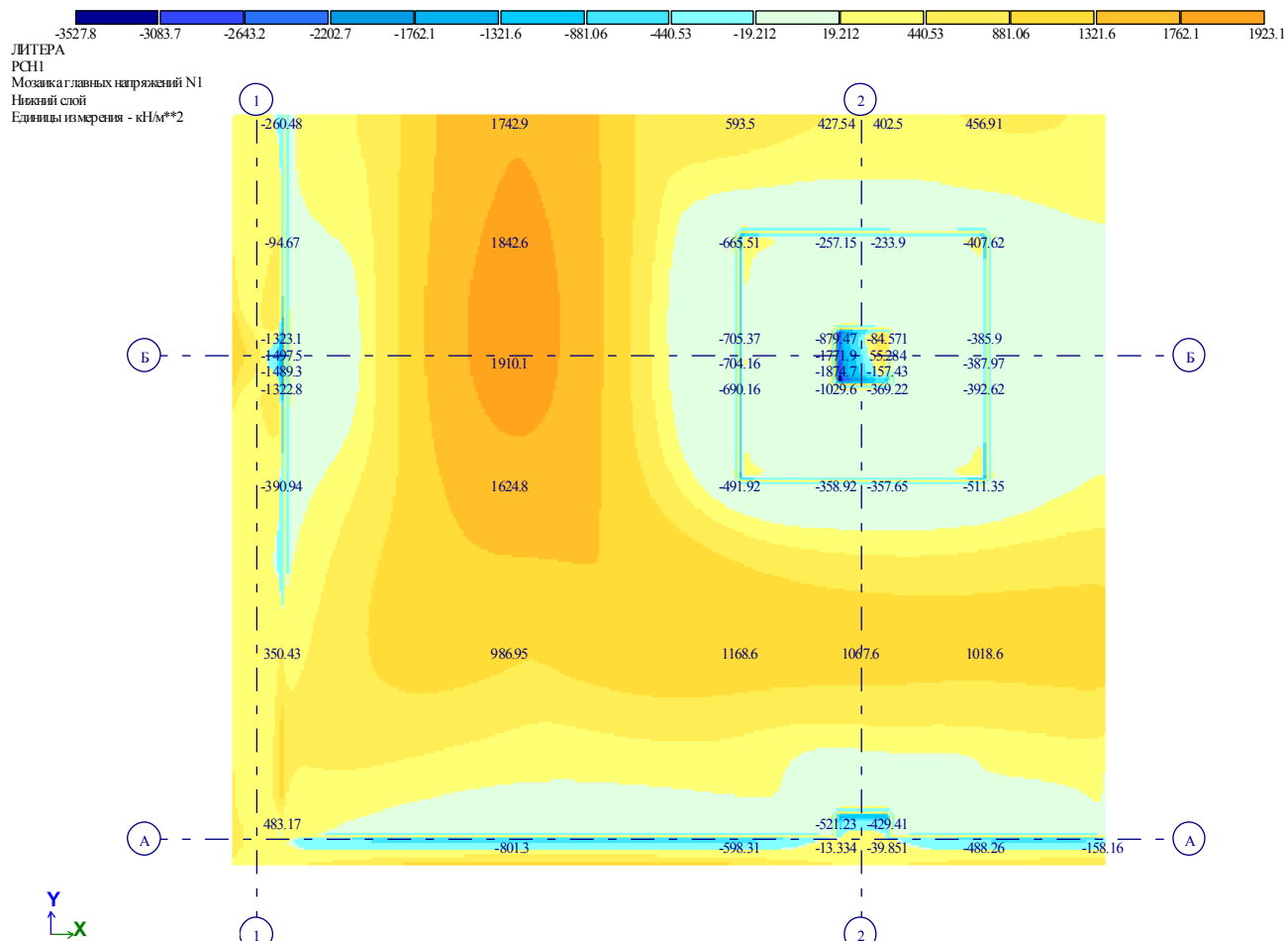


Рис. 4.5 Мозаика главных напряжений N1 нижние фибры плиты и капители

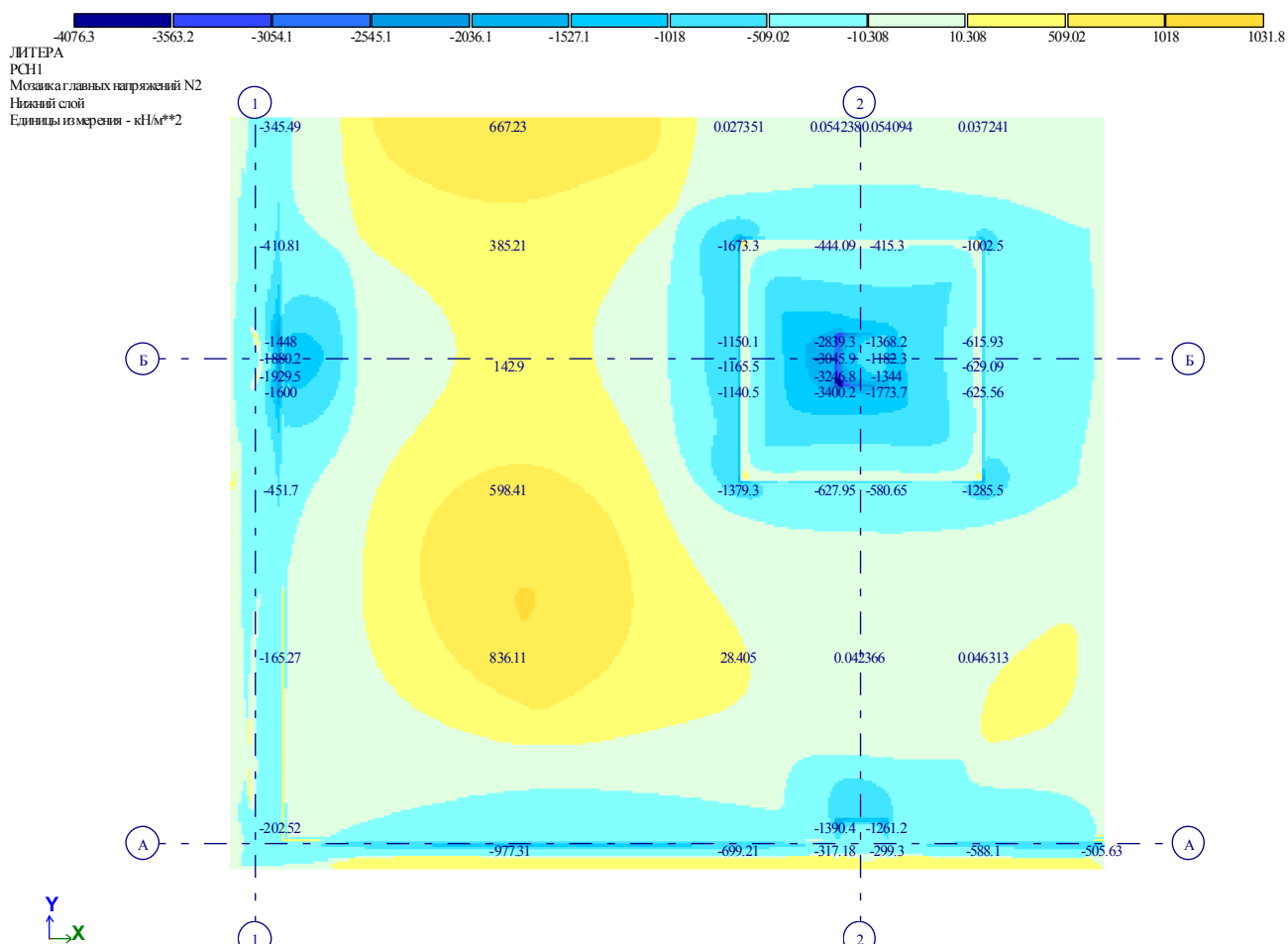


Рис. 4.6 Мозаика главных напряжений N2 нижние фибры плиты и капители

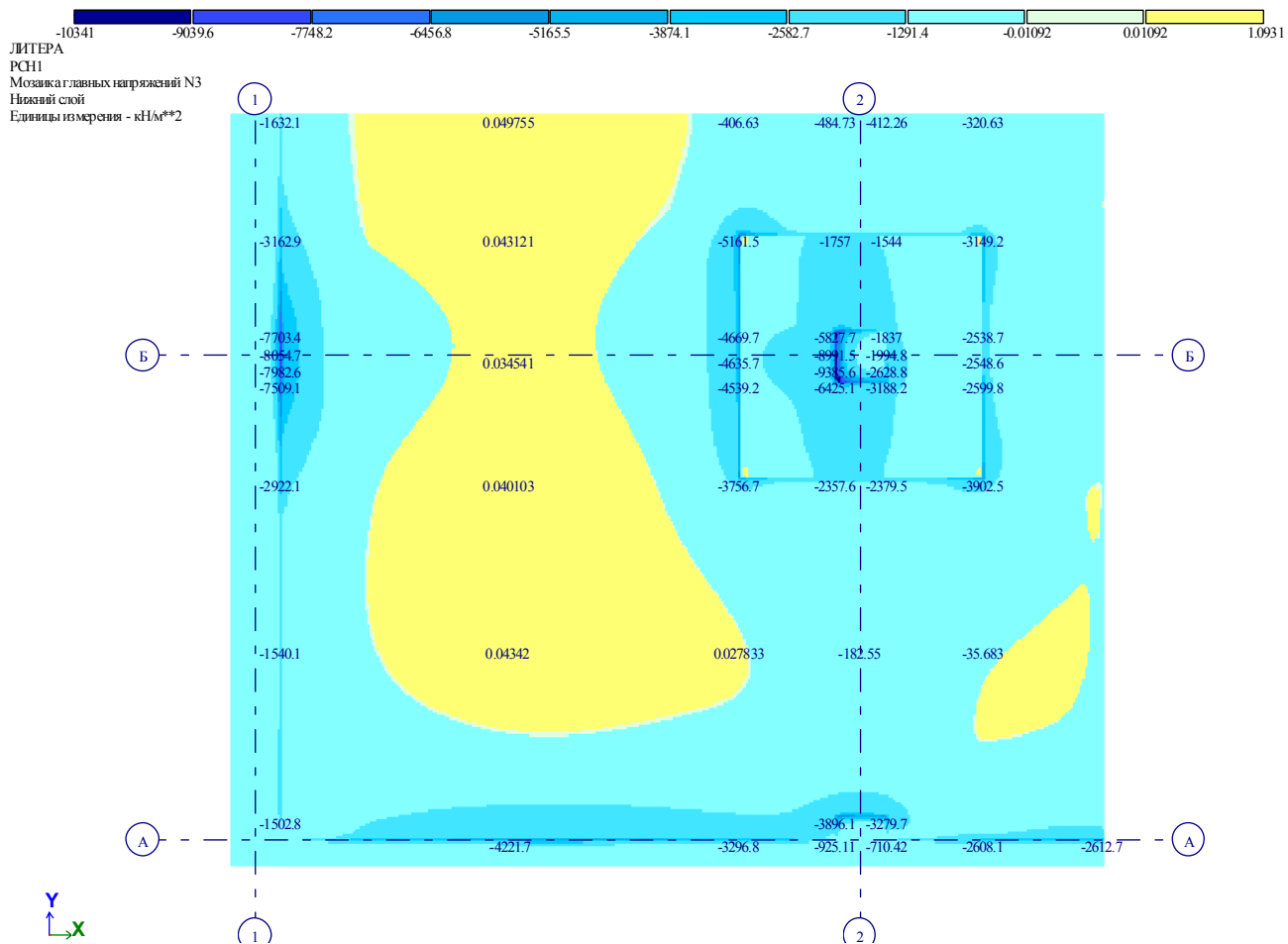


Рис. 4.7 Мозаика главных напряжений N3 нижние фибры плиты и капители

5 Напряжения в модели из стержней и пластин

Заружение 1

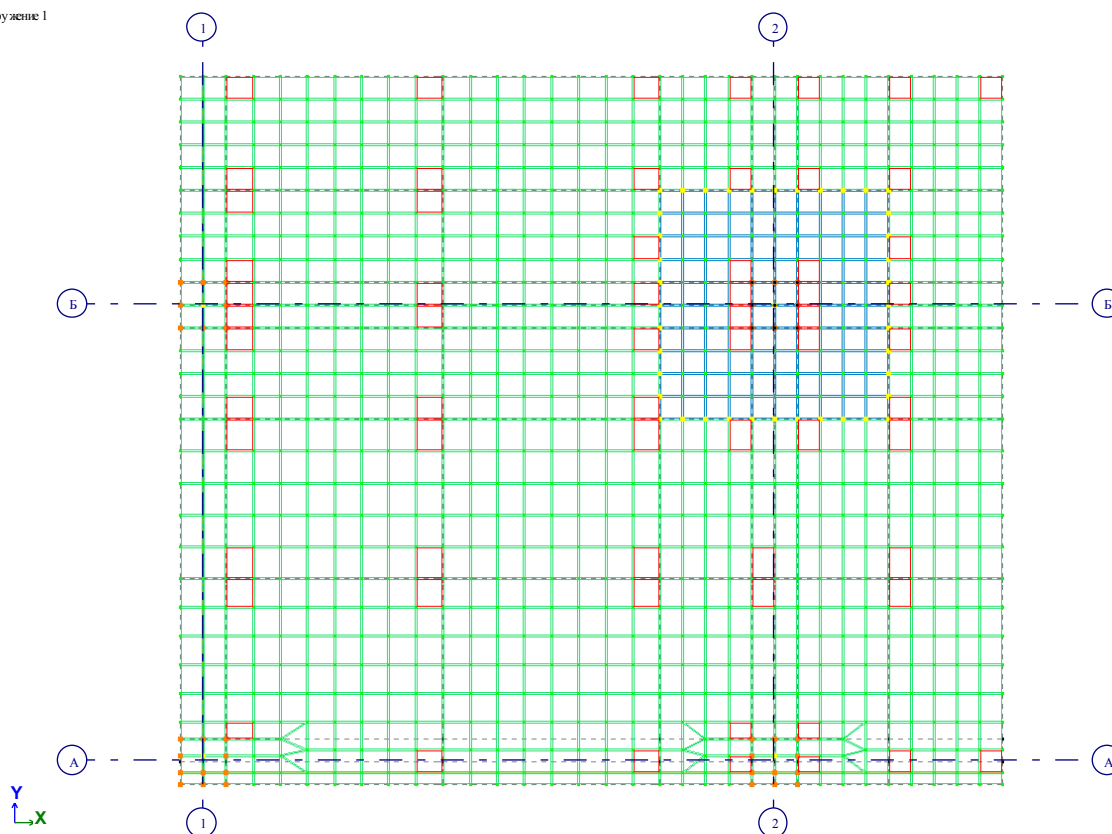


Рис. 5.1 элементы в которых выводятся значения напряженного состояния

PCN1
Мозаика напряжений по Mx
Единицы измерения - (кН*м)/м

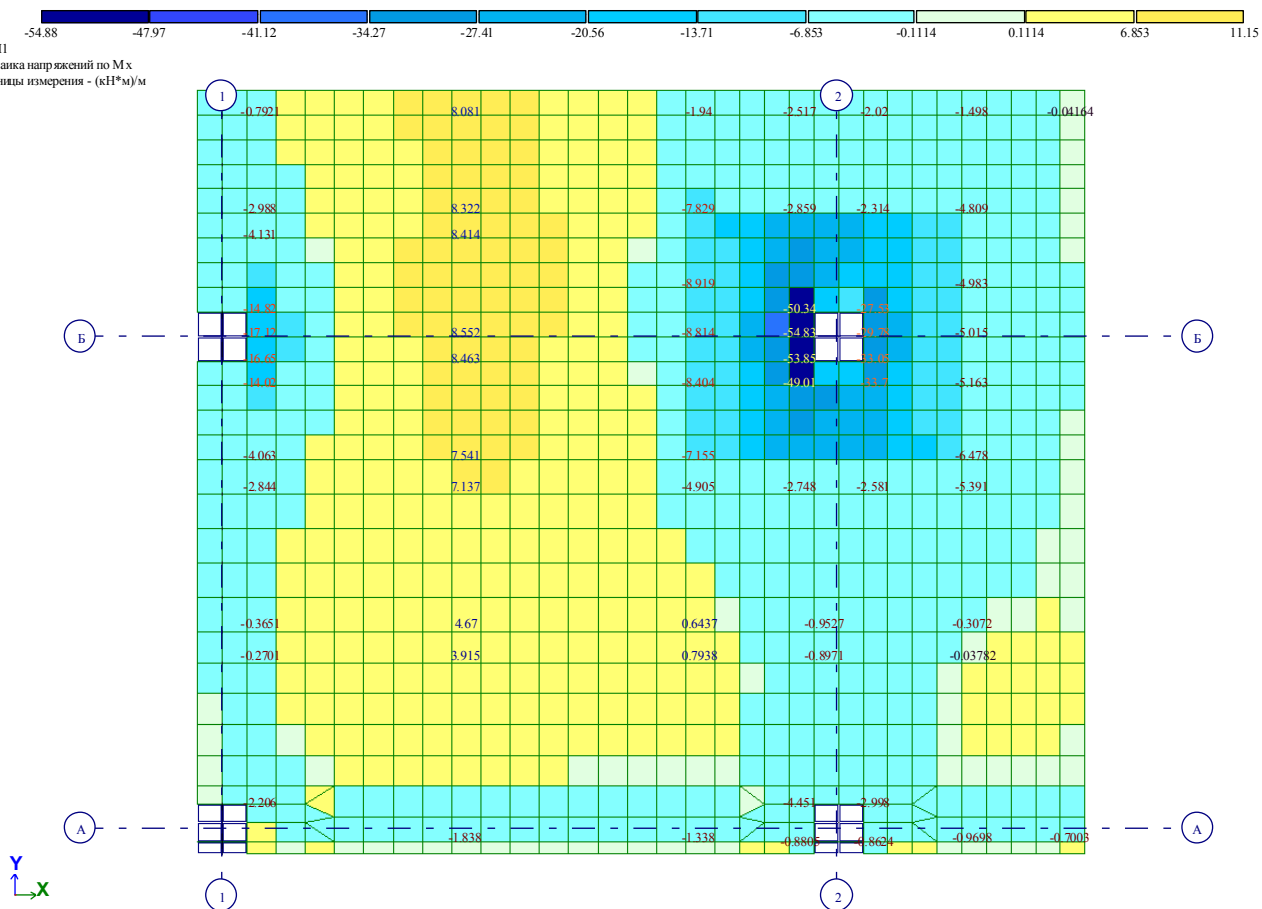


Рис. 5.2 Мозаика напряжений по Mx

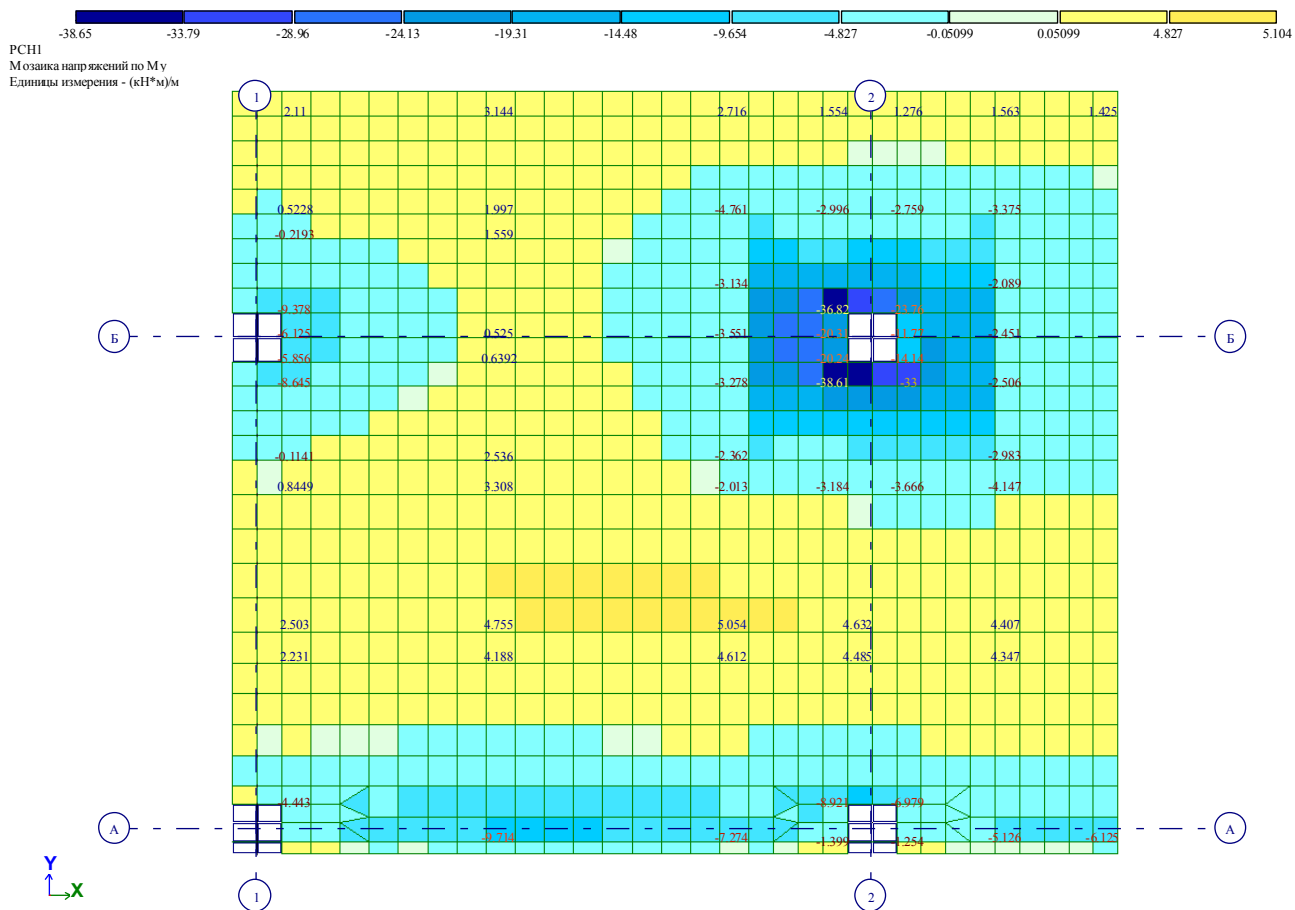


Рис. 5.3 Мозаика напряжений по M_y

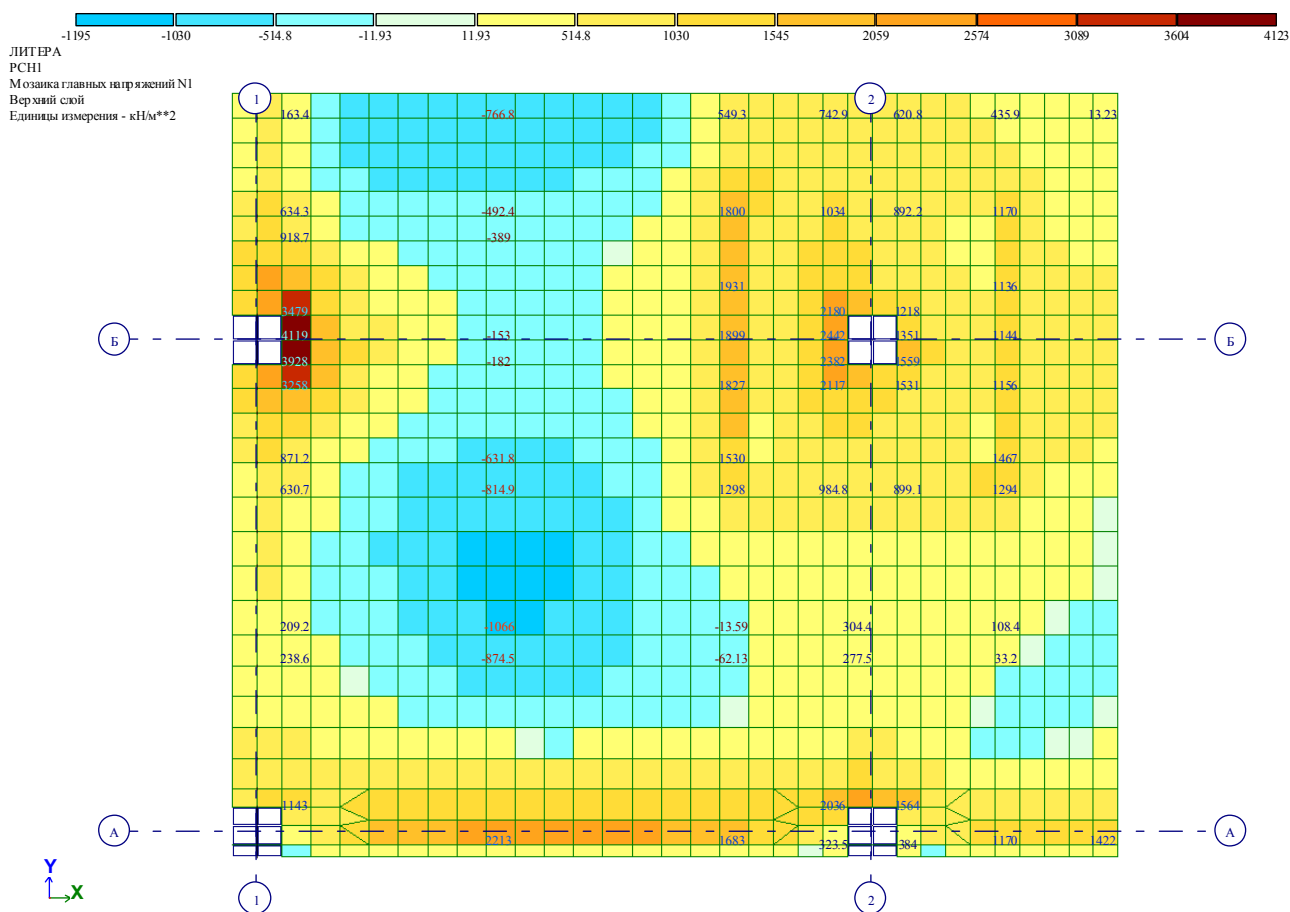
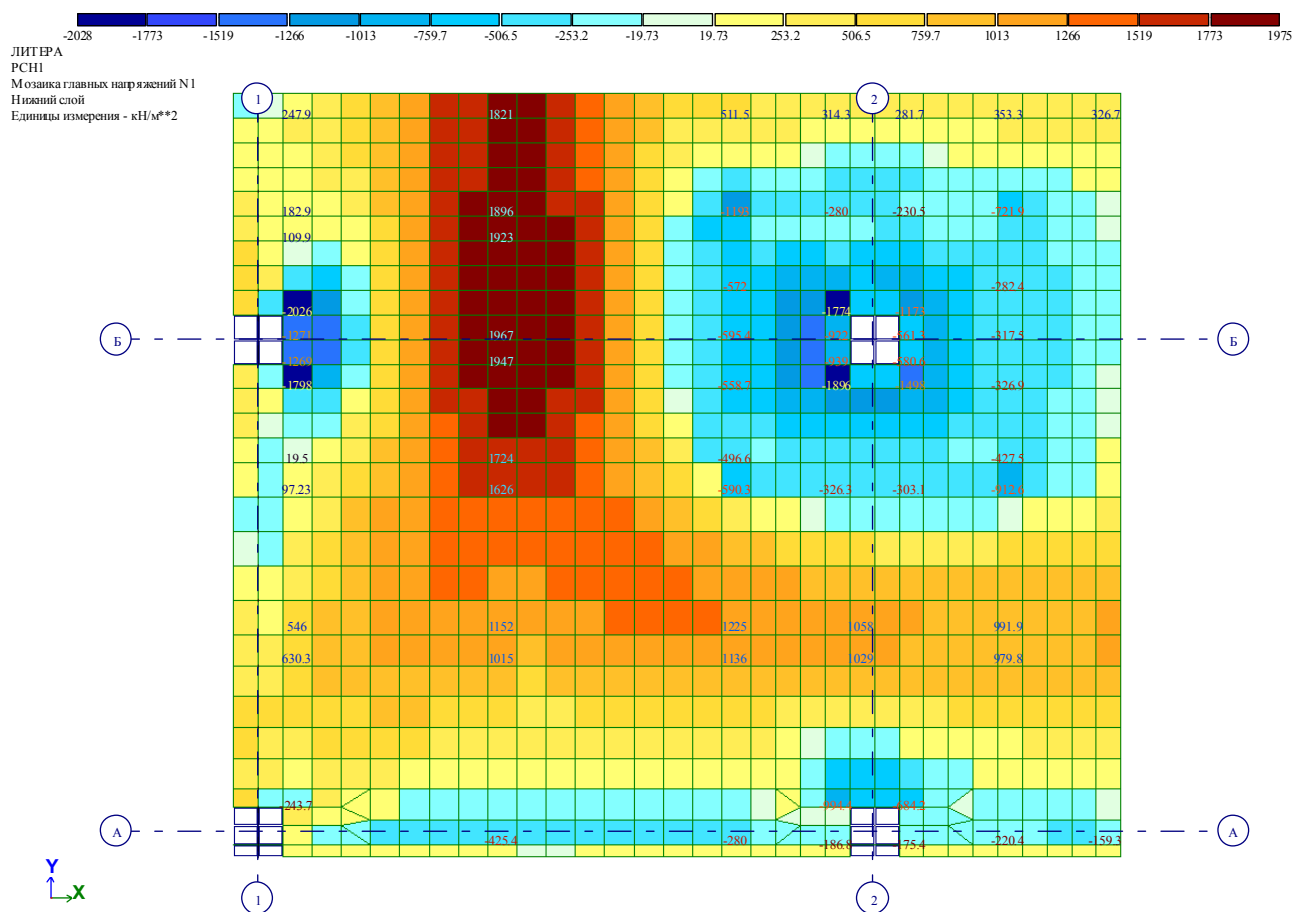
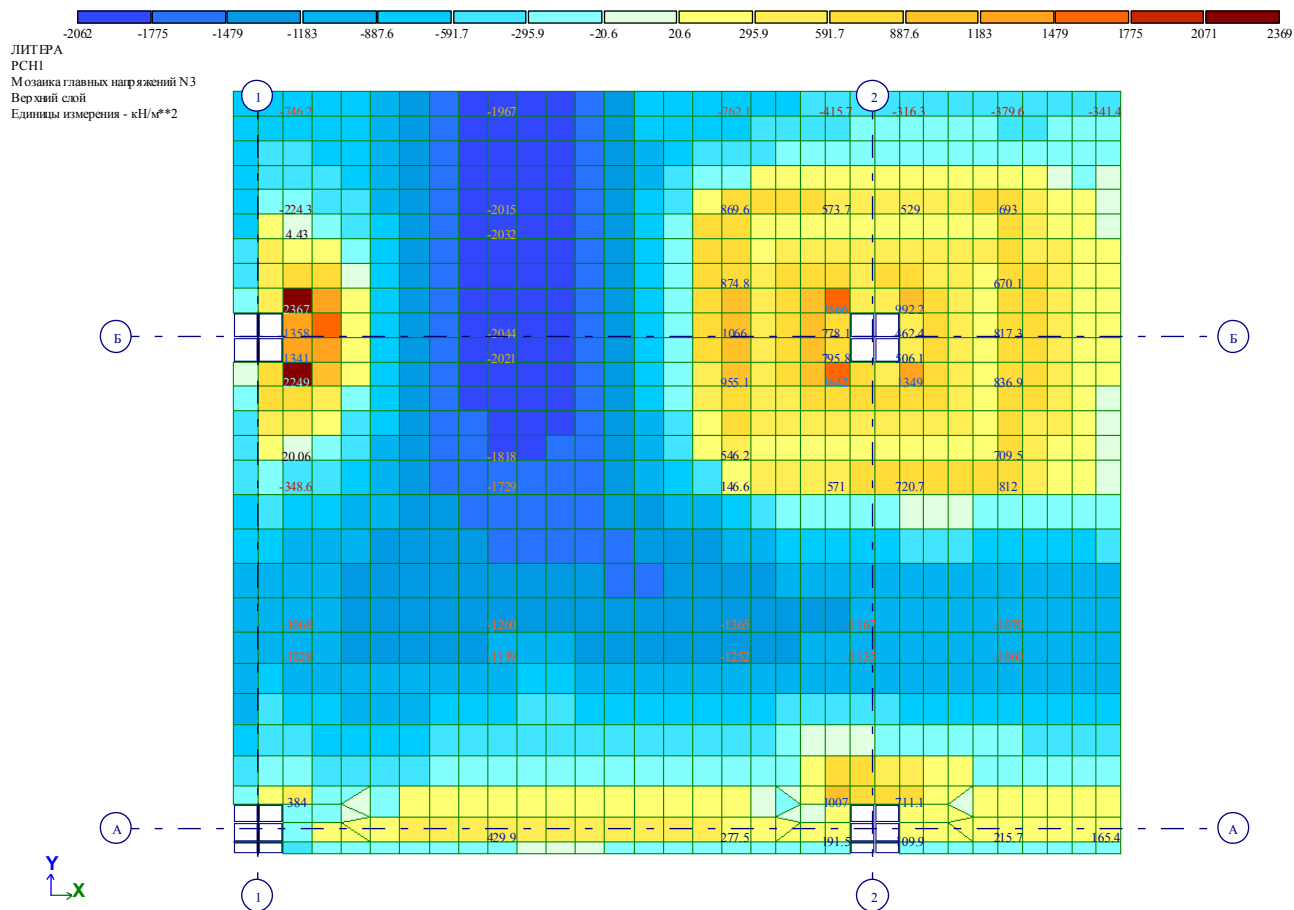
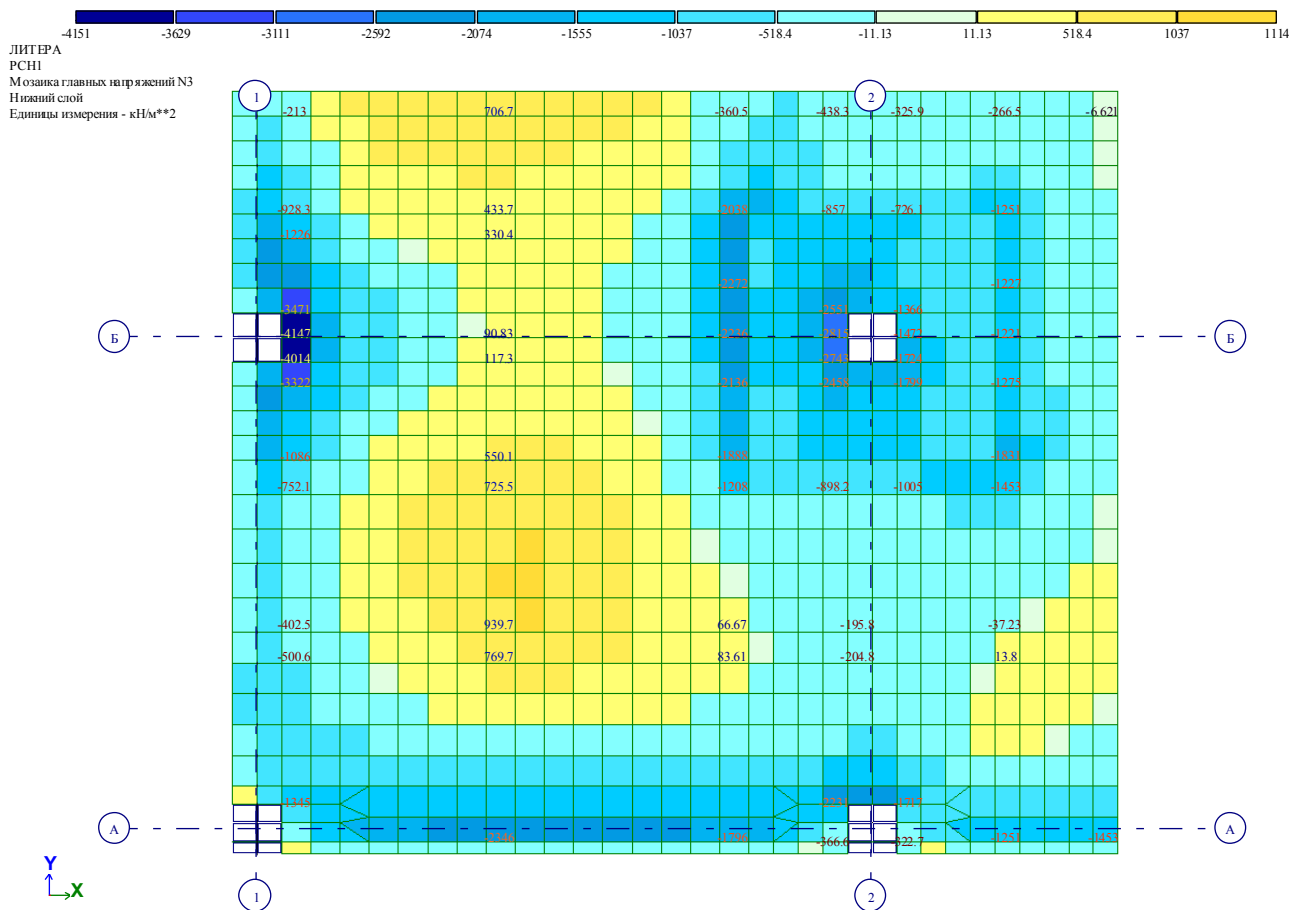
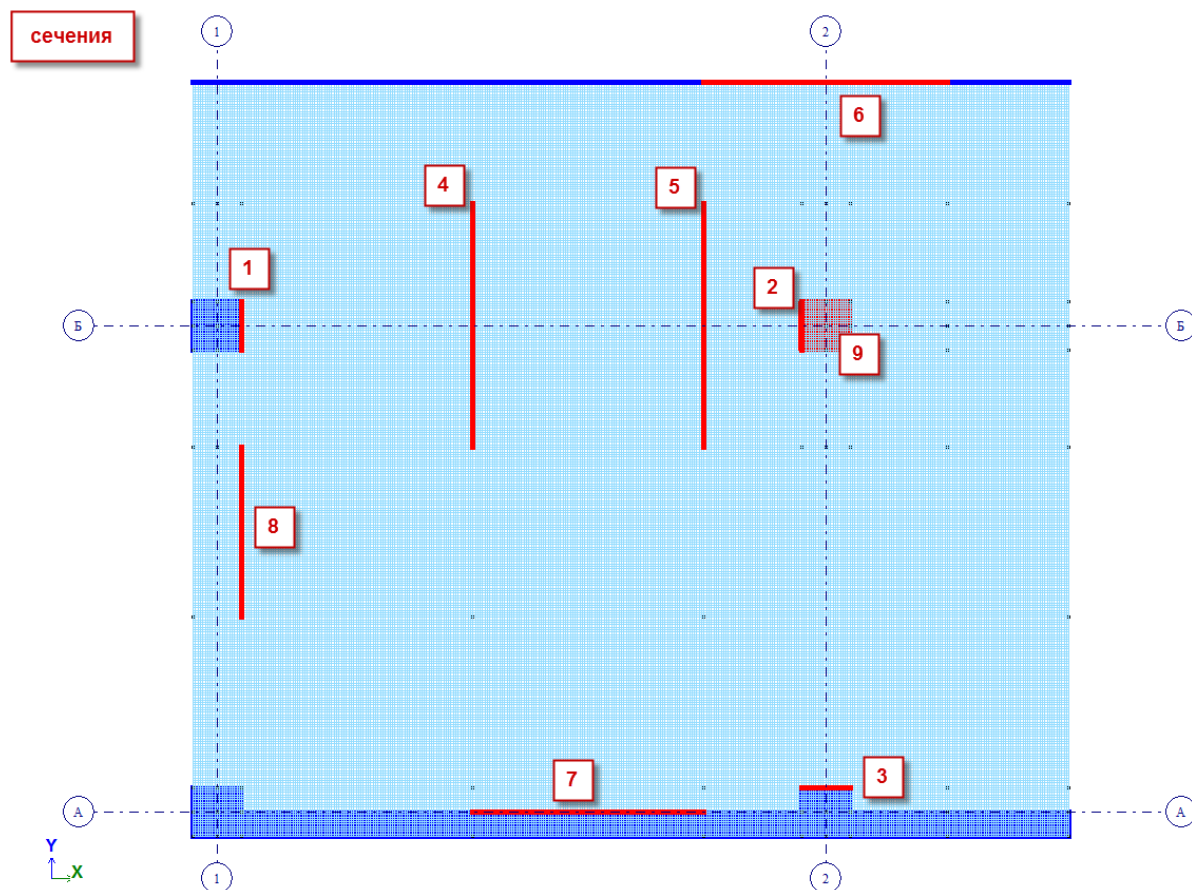


Рис. 5.4 Мозаика главных напряжений N1 верхние фибры плиты и капители





6 Внутренние силовые факторы в модели из объемных КЭ



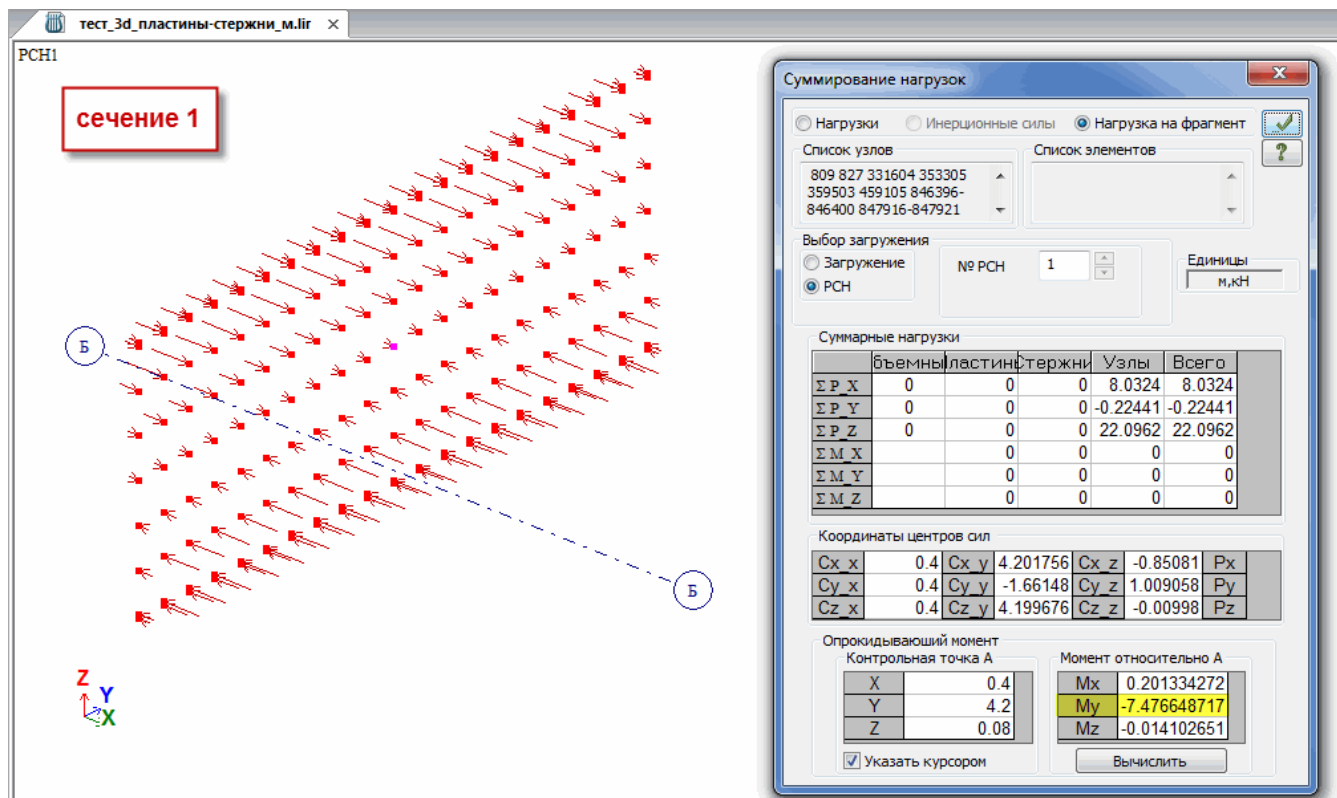


Рис. 6.2 Сечение 1

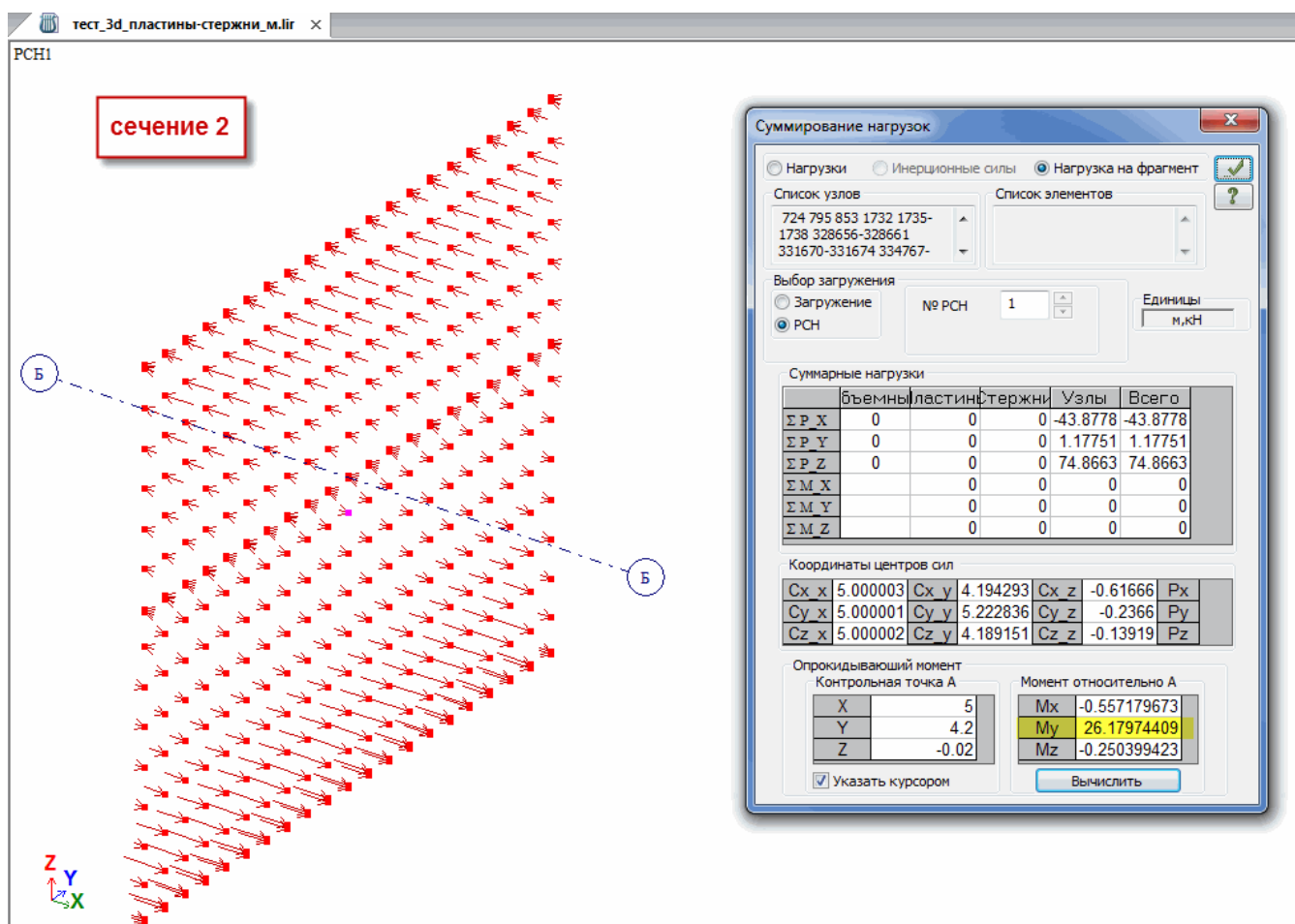


Рис. 6.3 Сечение 2

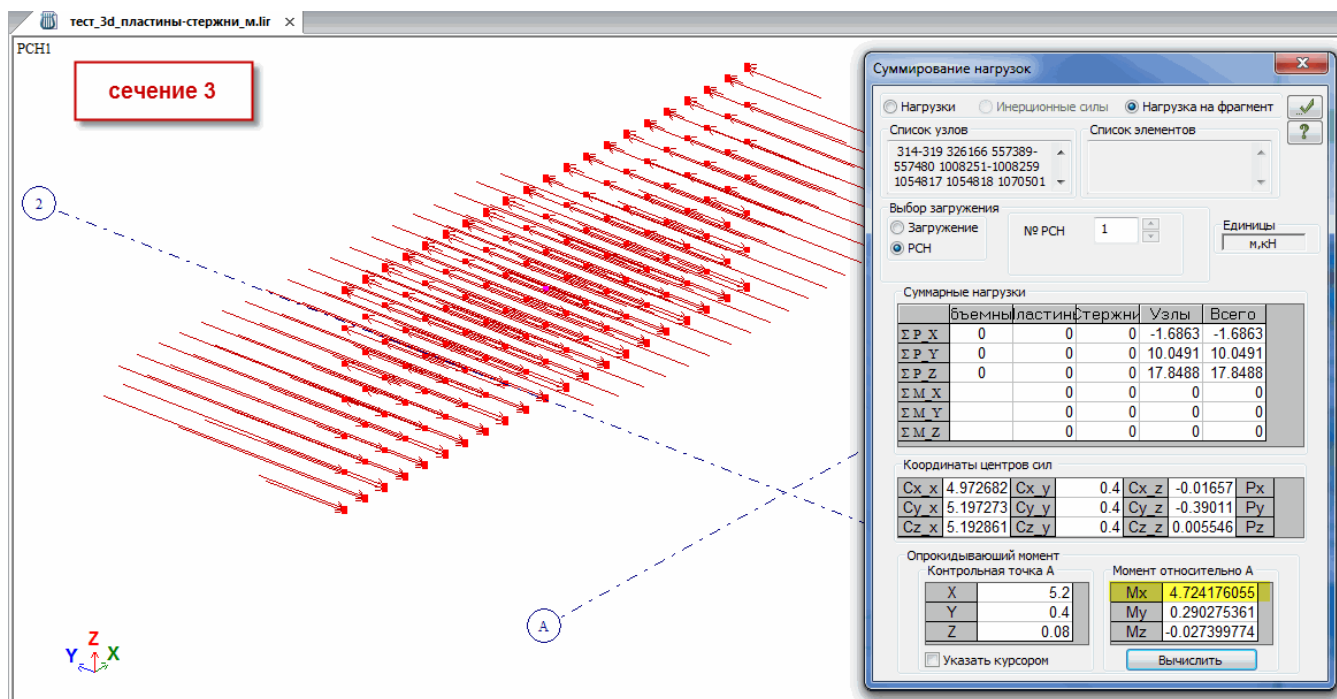


Рис. 6.4 Сечение 3

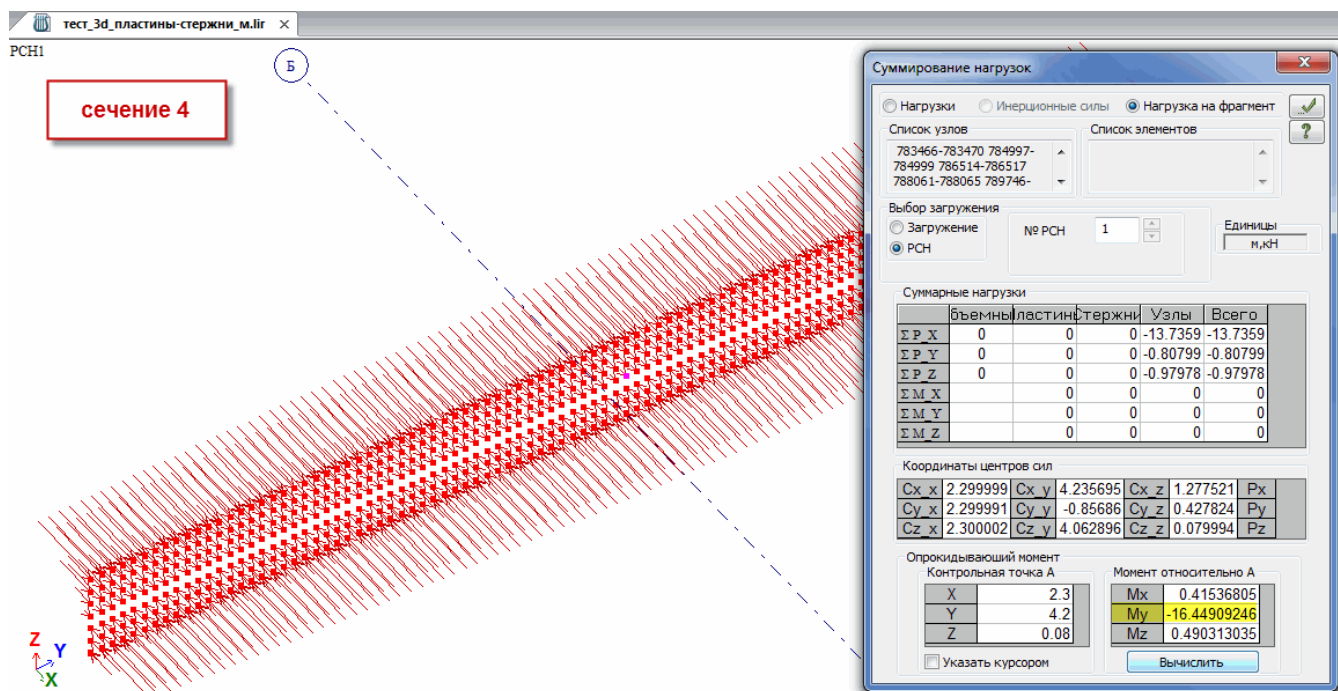


Рис. 6.5 Сечение 4

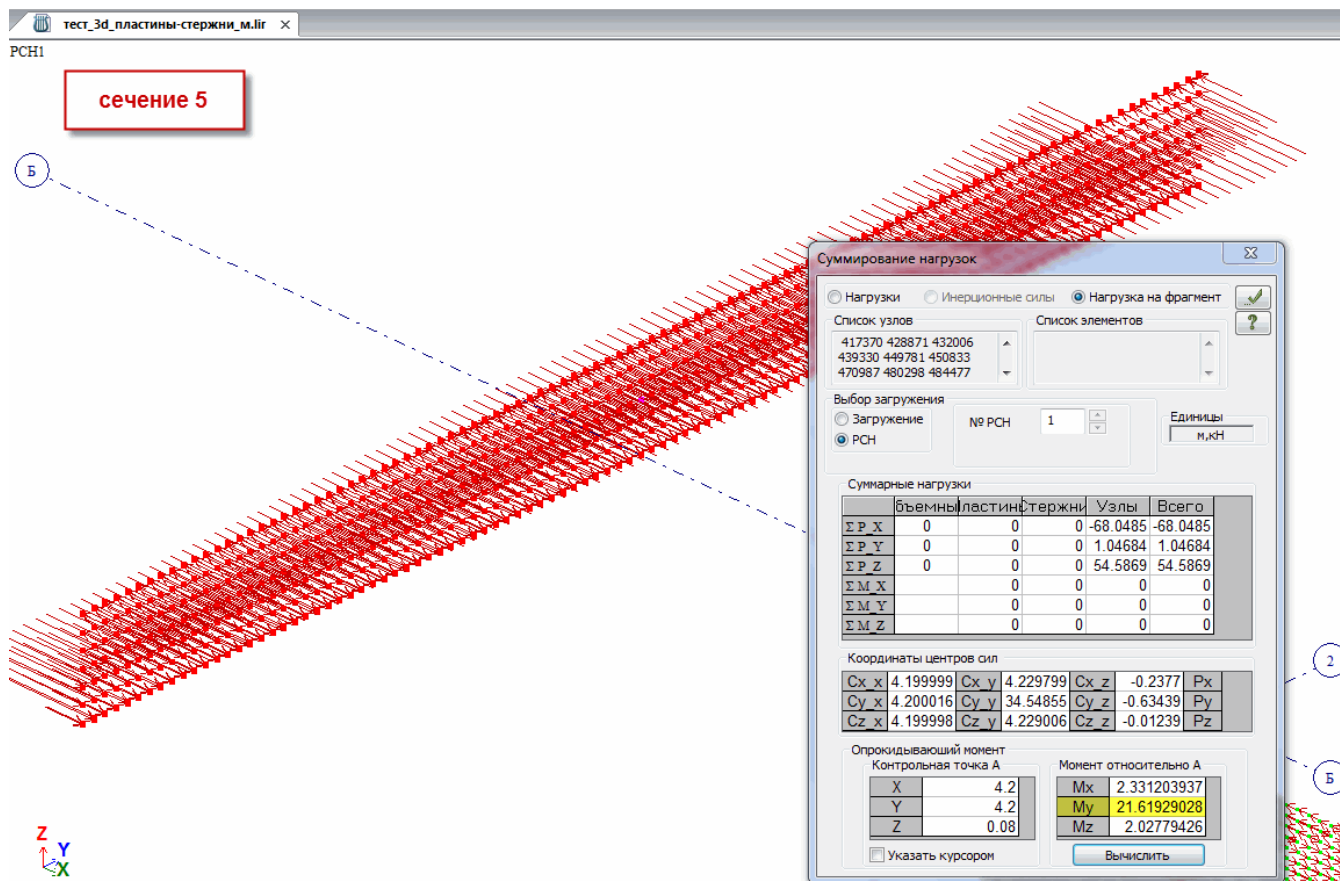


Рис. 6.6 Сечение 5

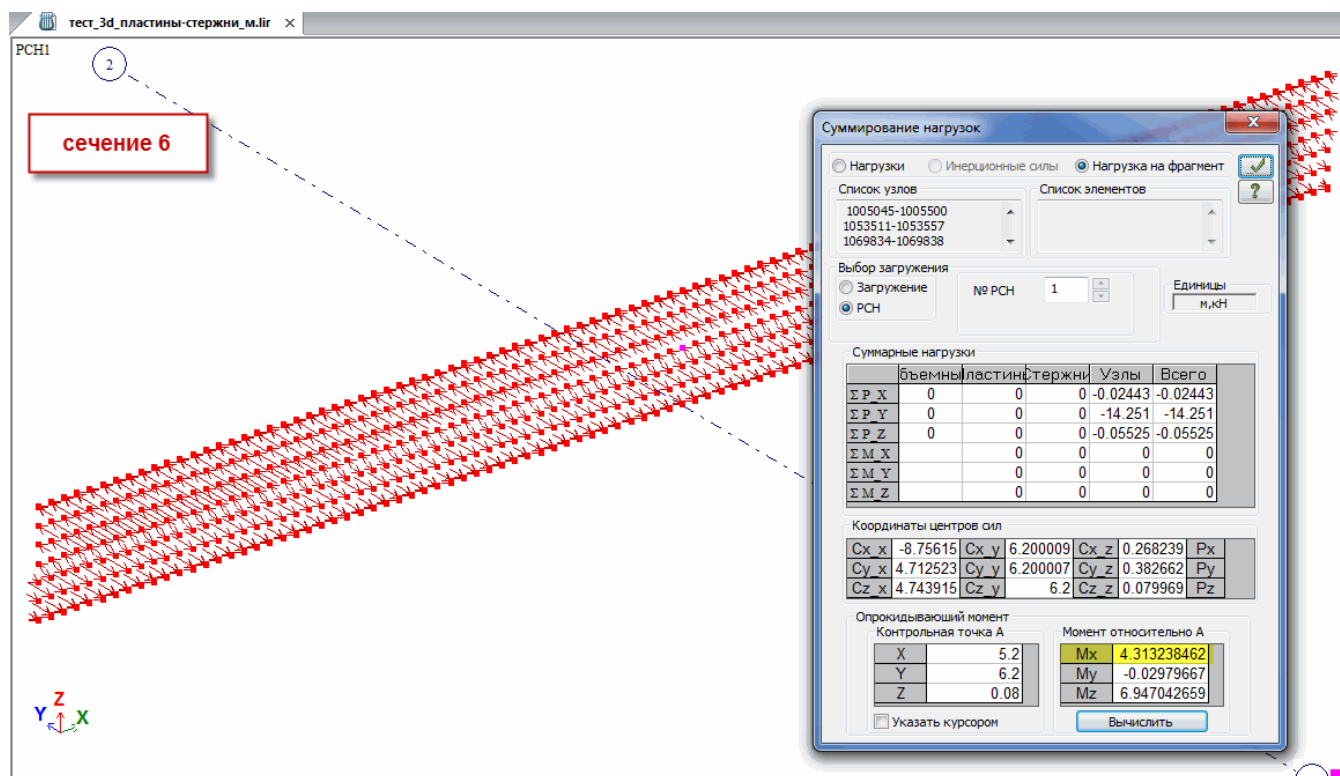


Рис. 6.7 Сечение 6

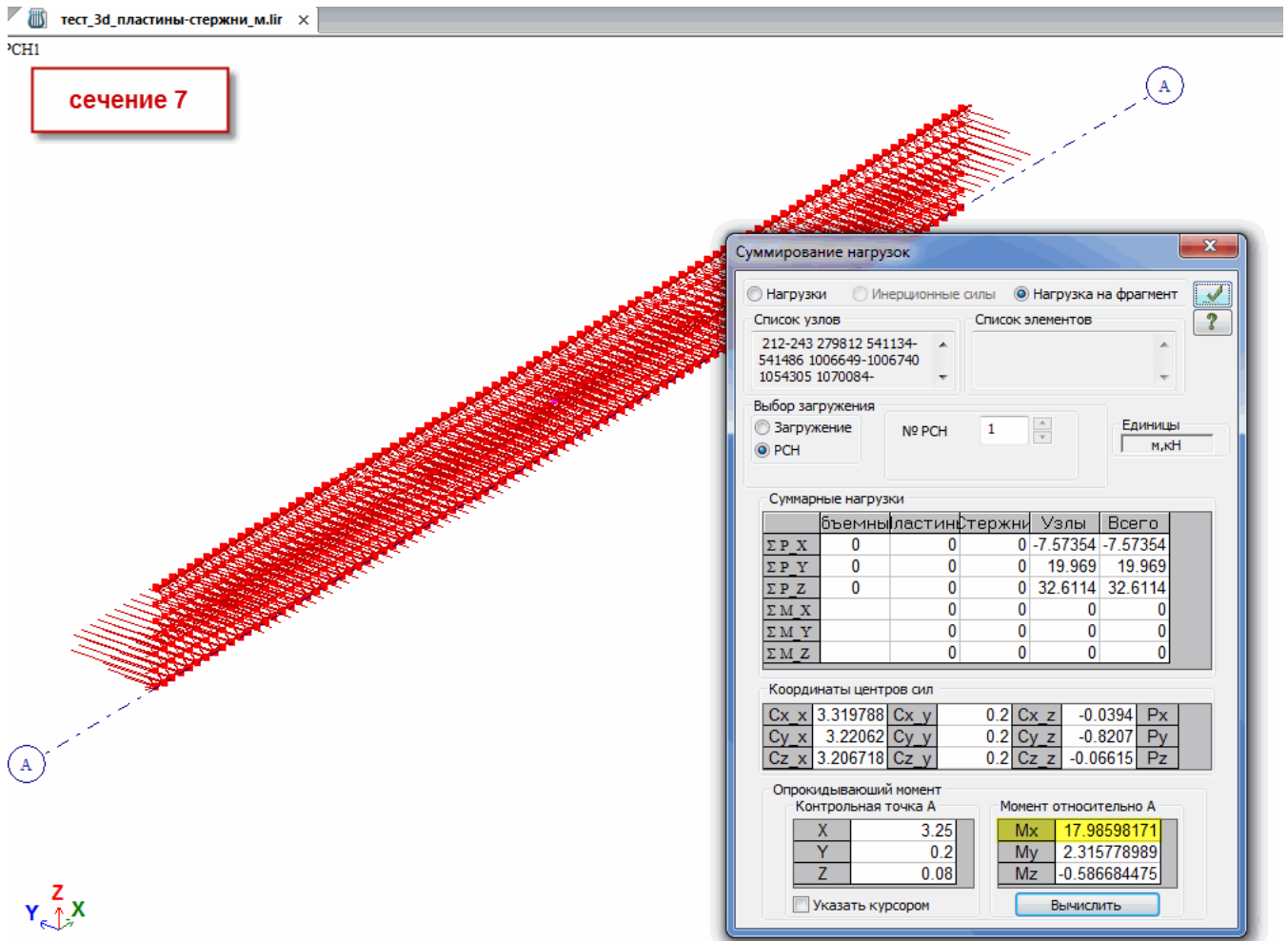


Рис. 6.8 Сечение 7

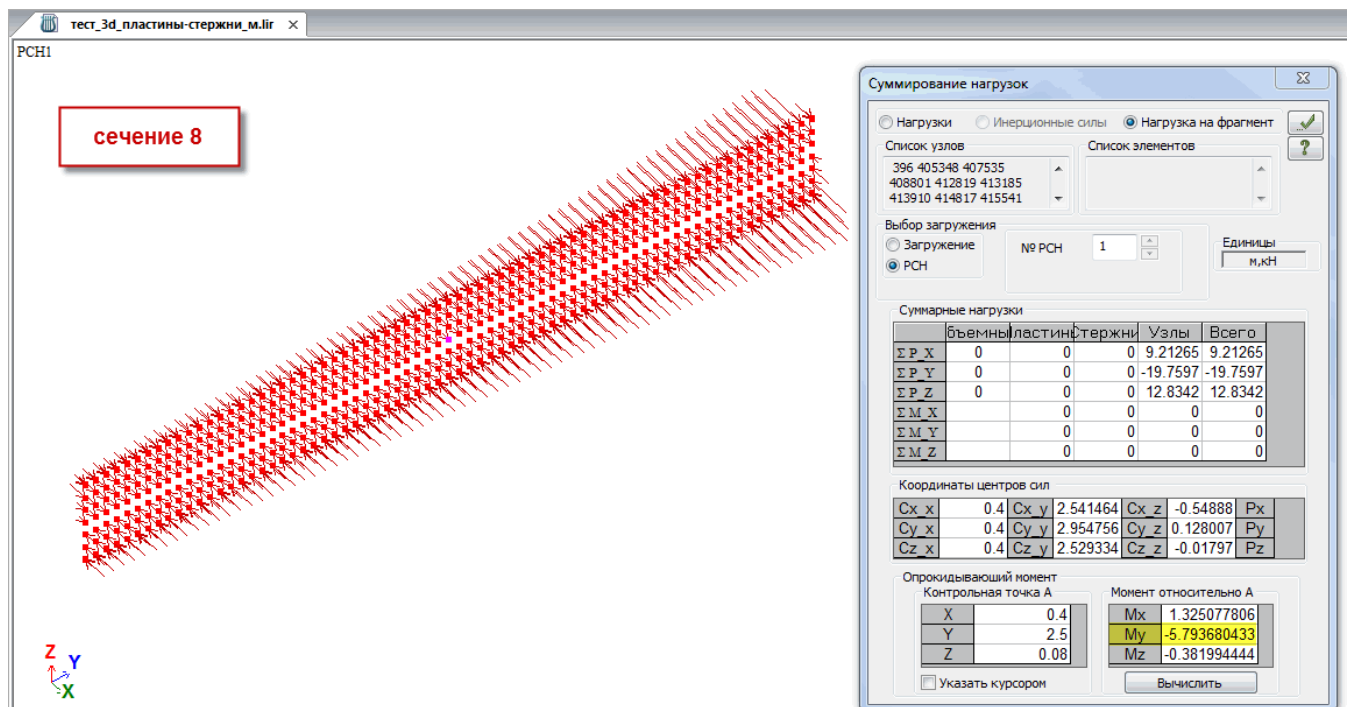


Рис. 6.9 Сечение 8

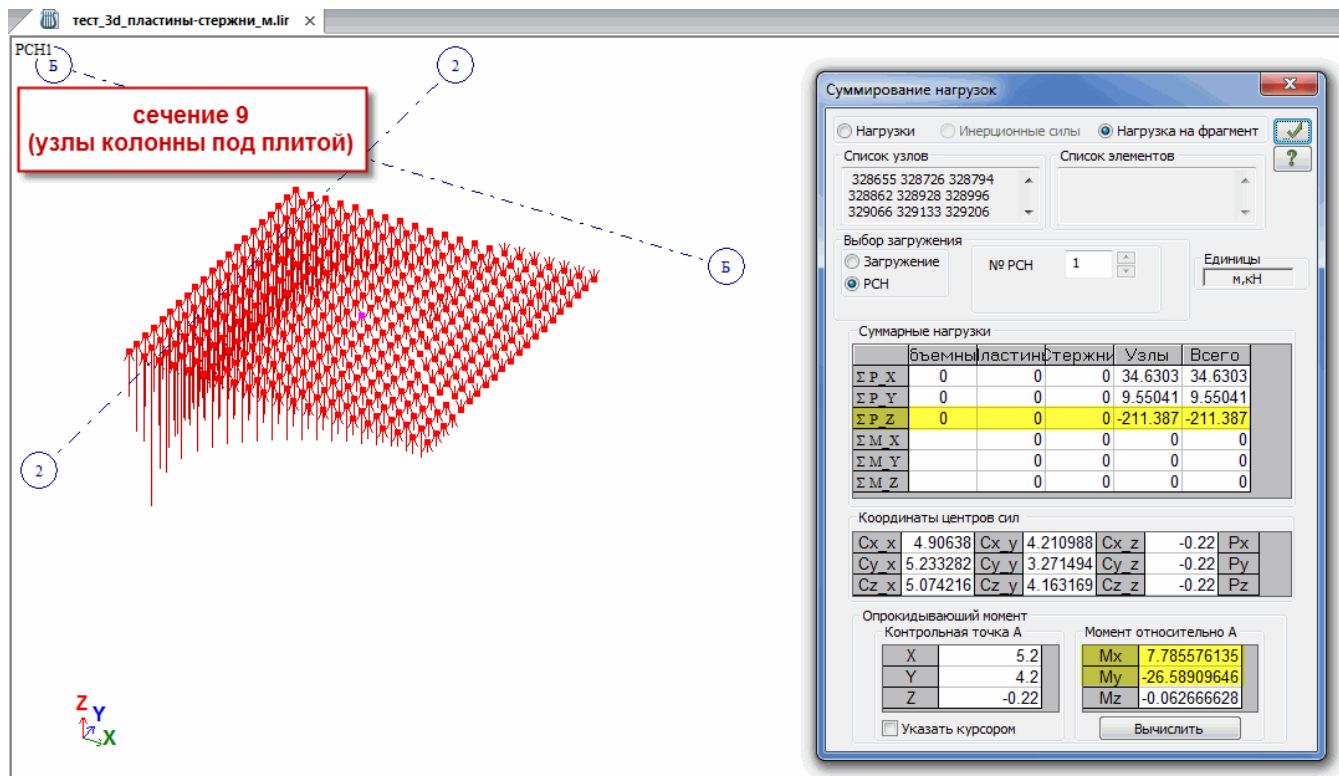
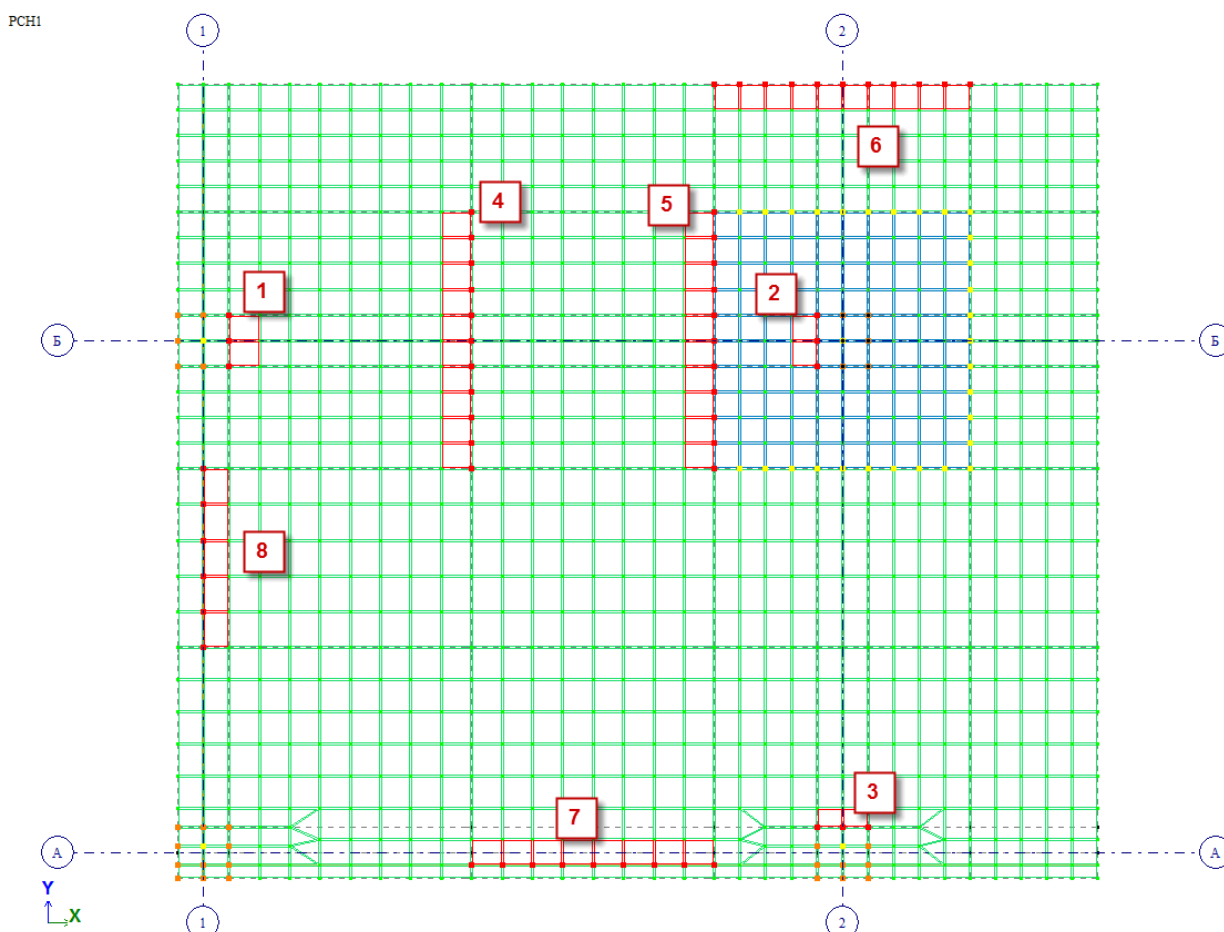


Рис. 6.10 Сечение 9

7 Внутренние силовые факторы в модели из стержней и пластин



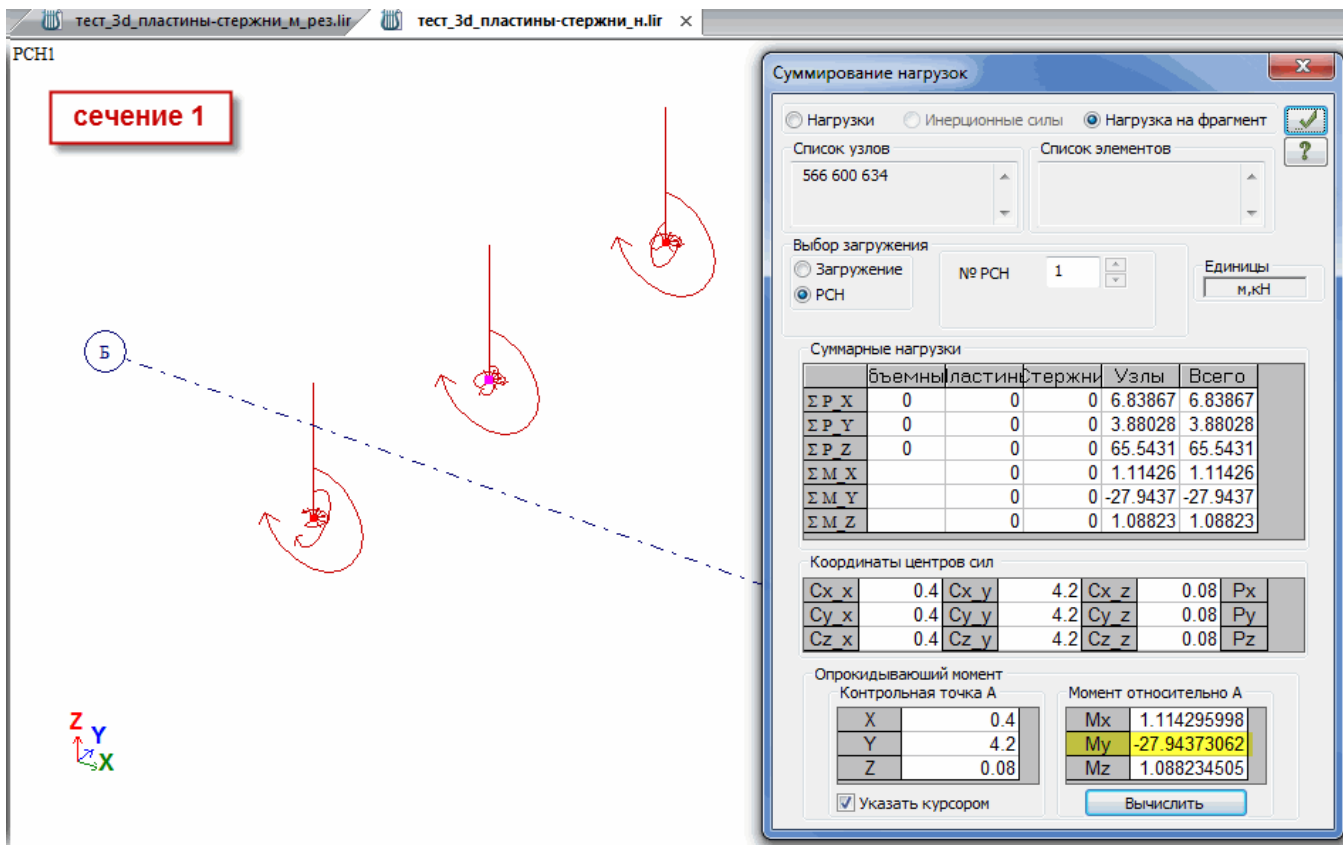


Рис. 7.2 Сечение 1

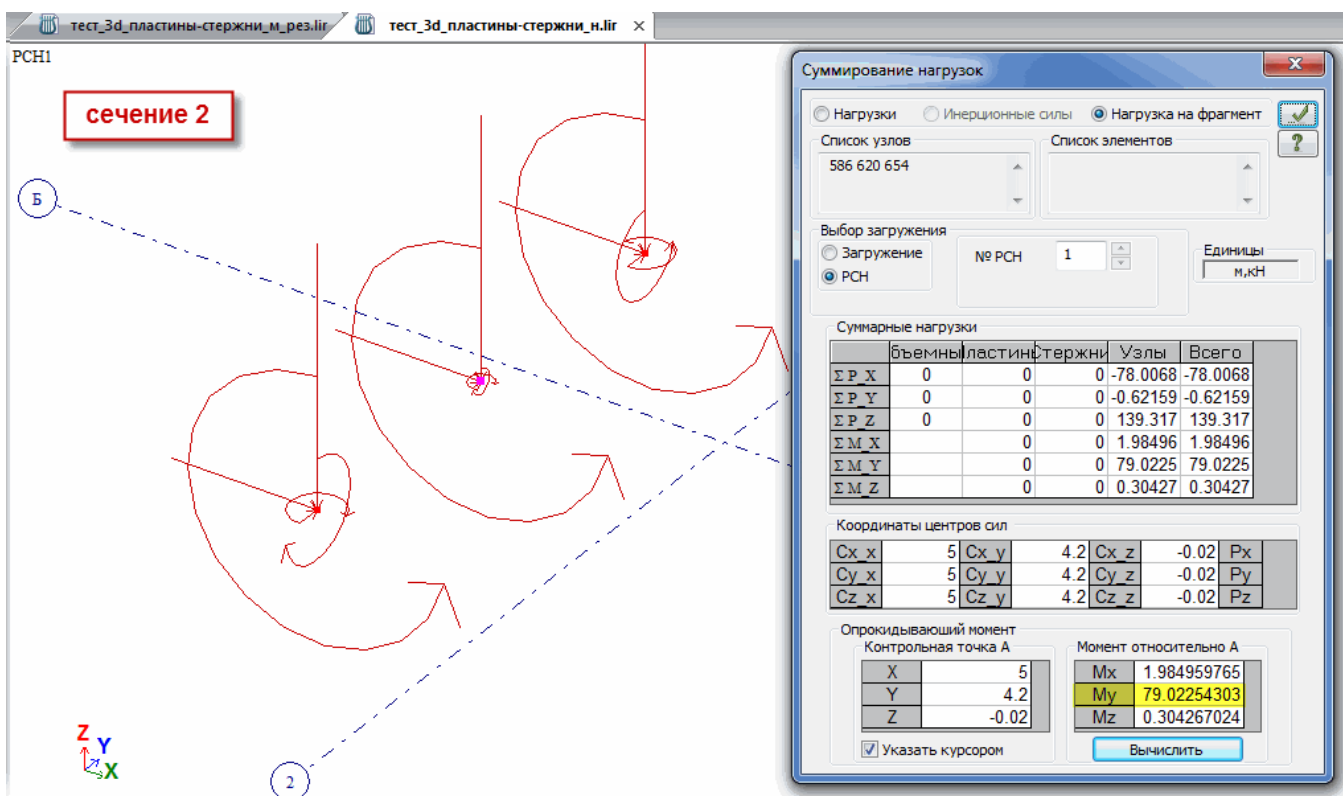


Рис. 7.3 Сечение 2

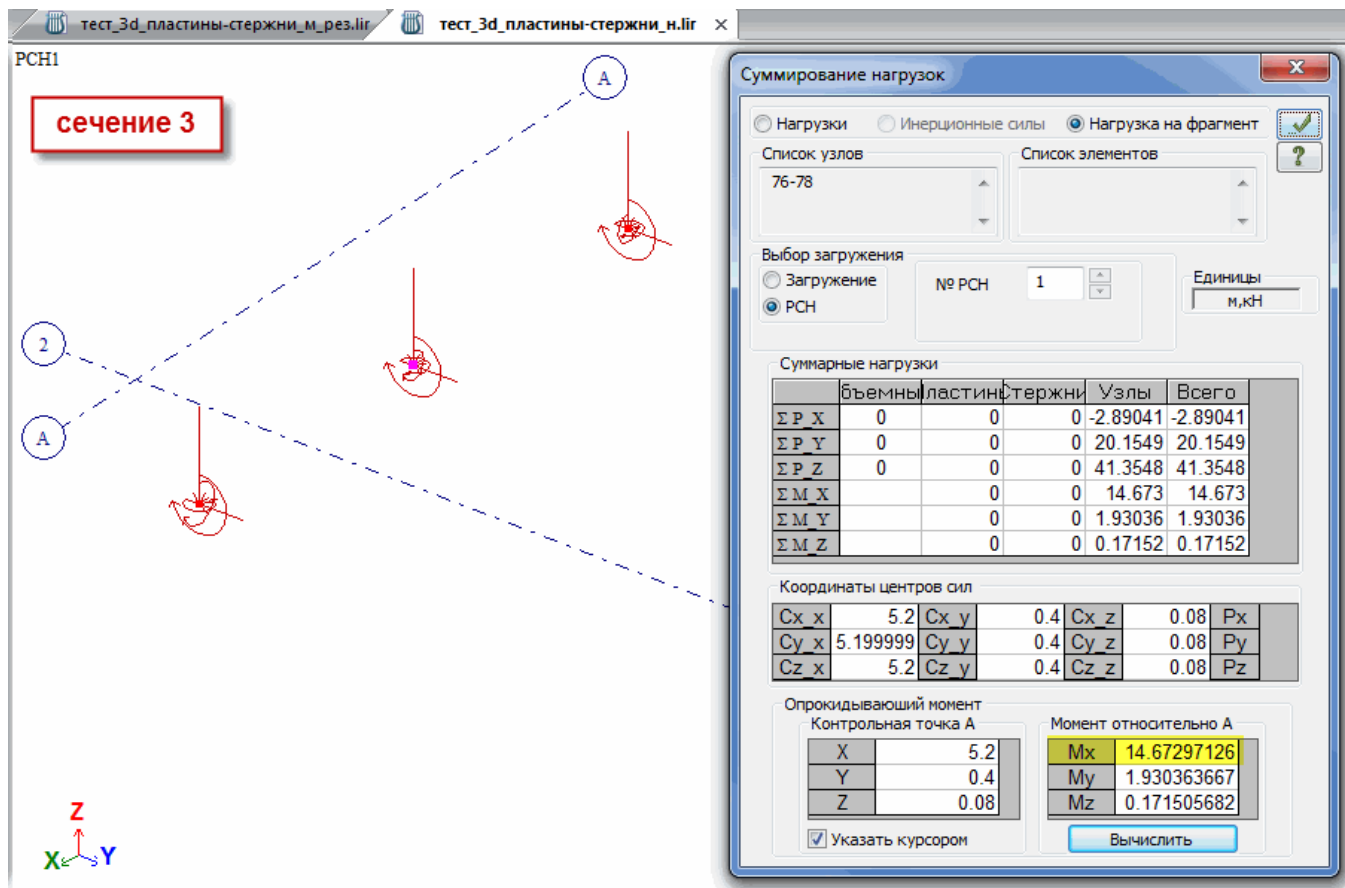


Рис. 7.4 Сечение 3

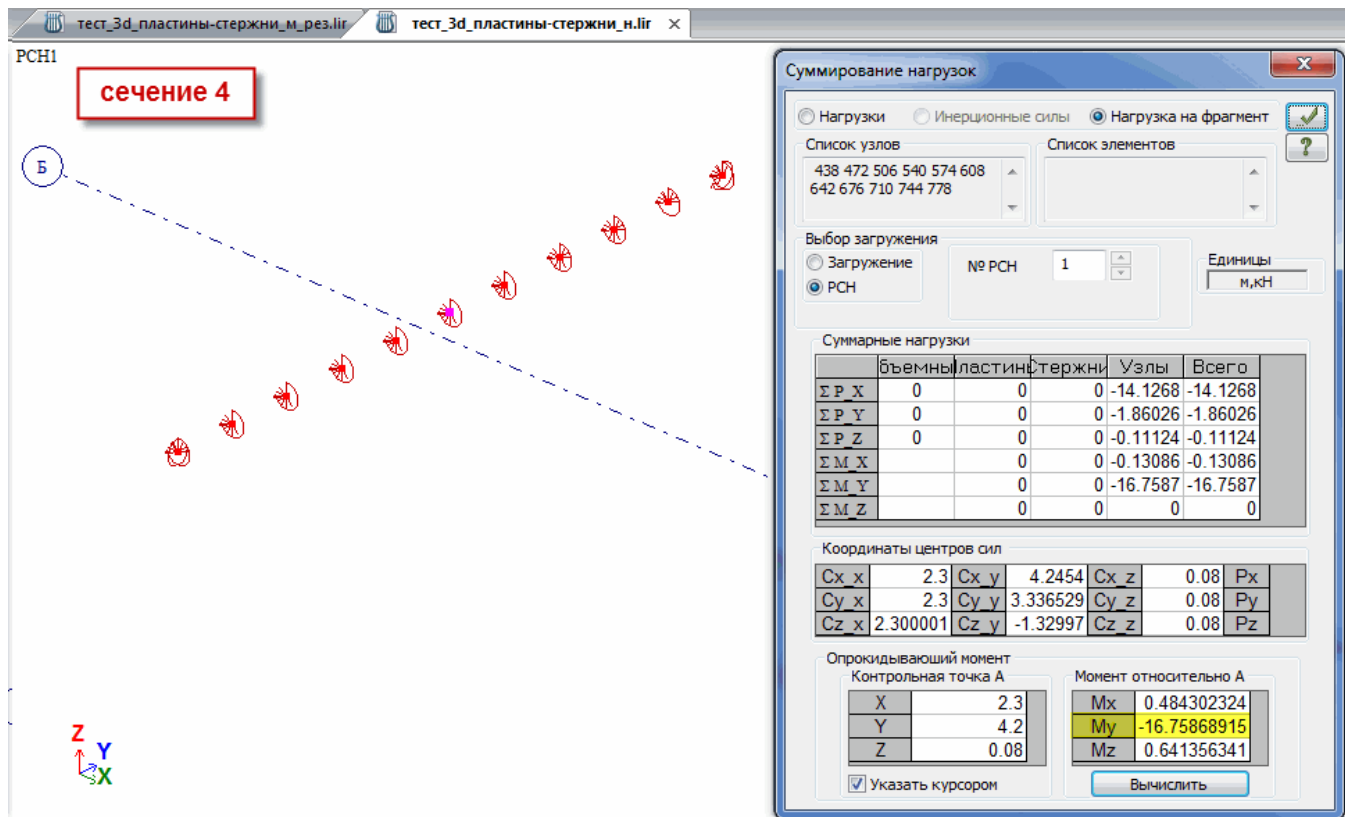


Рис. 7.5 Сечение 4

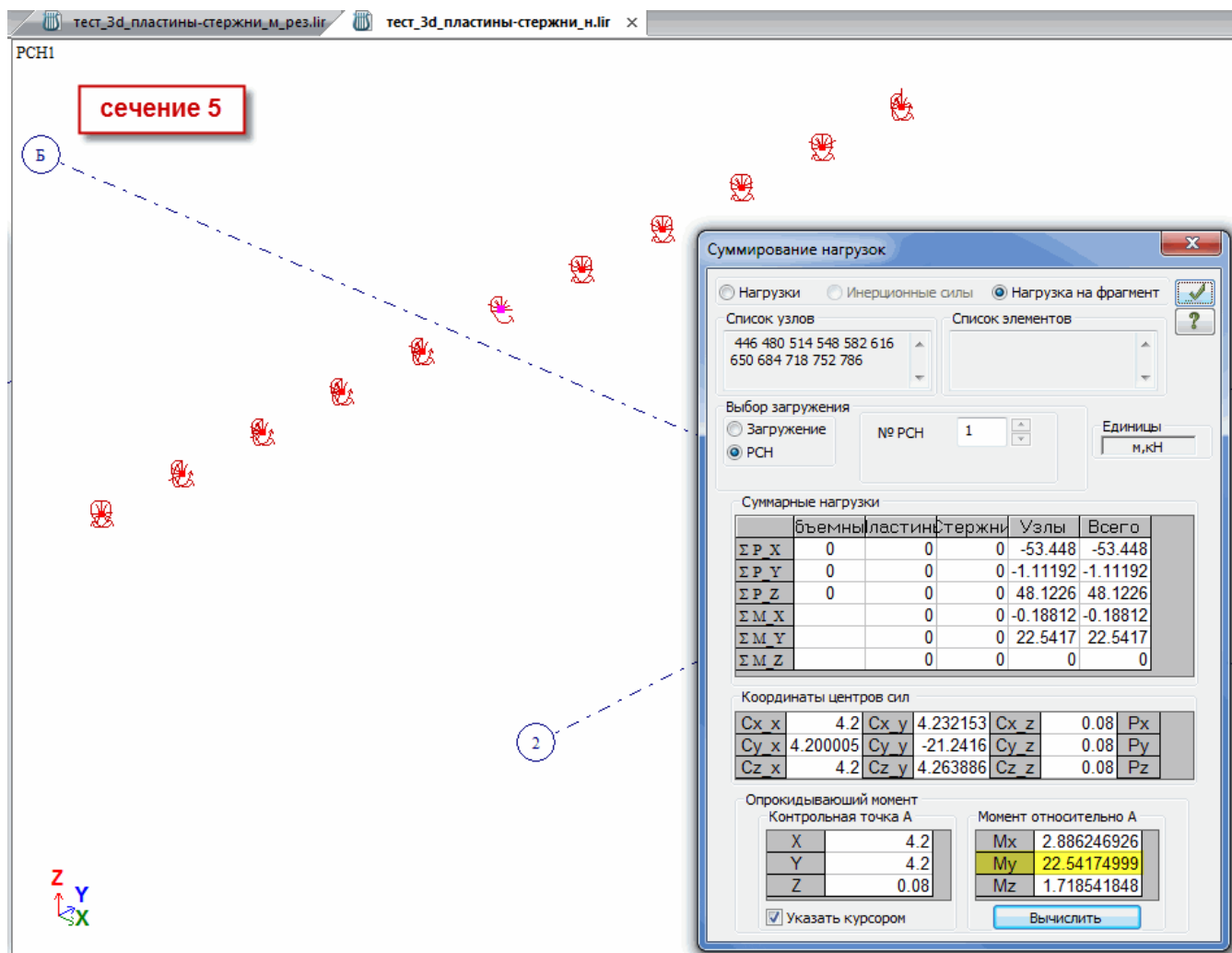


Рис. 7.6 Сечение 5

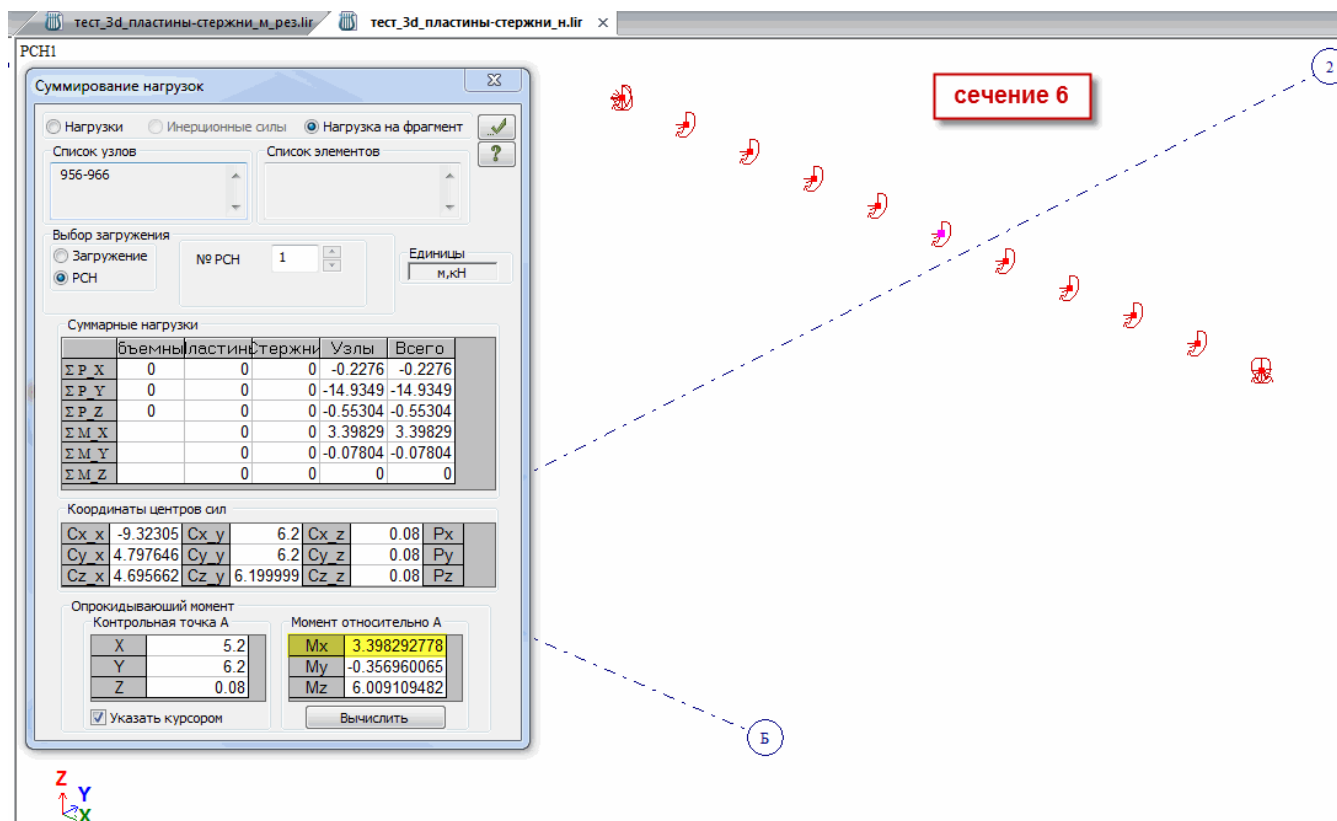


Рис. 7.7 Сечение 6

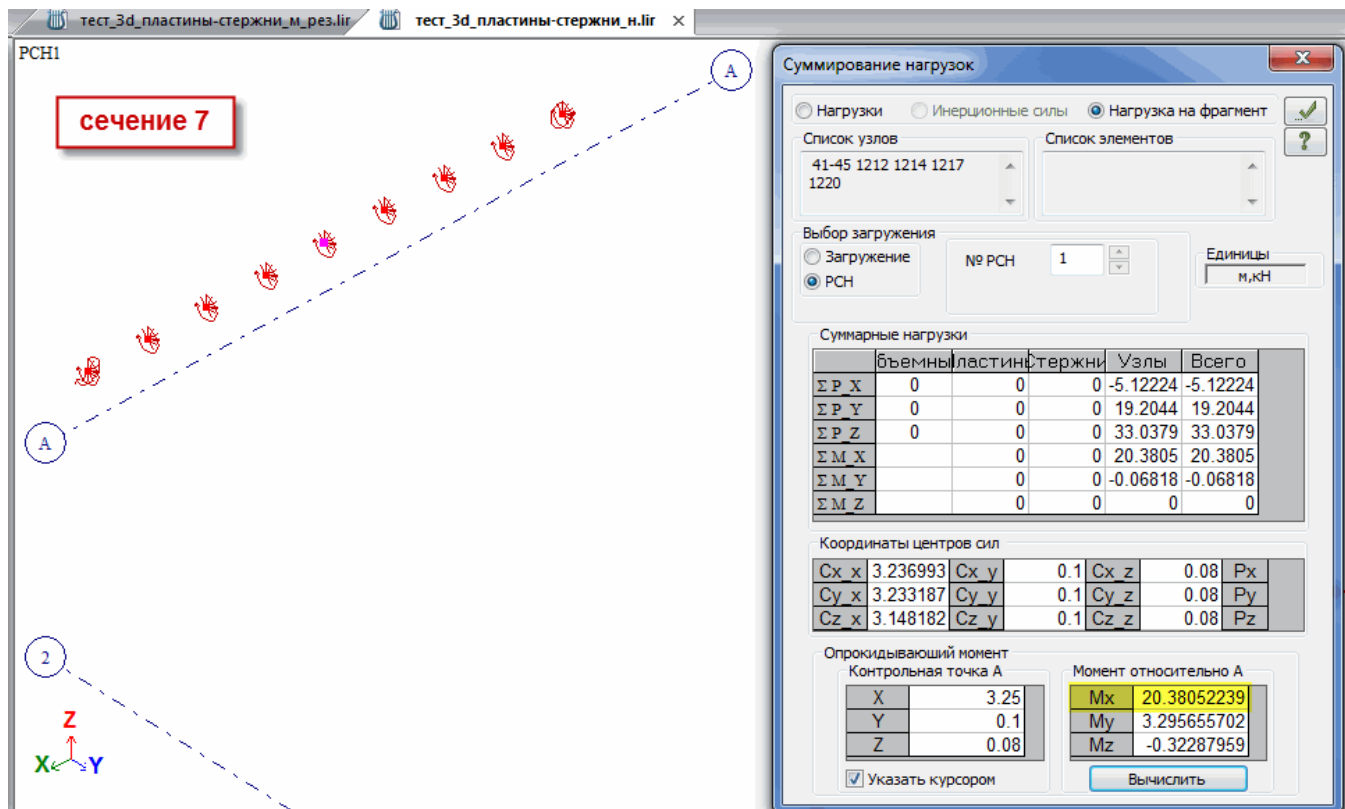


Рис. 7.8 Сечение 7

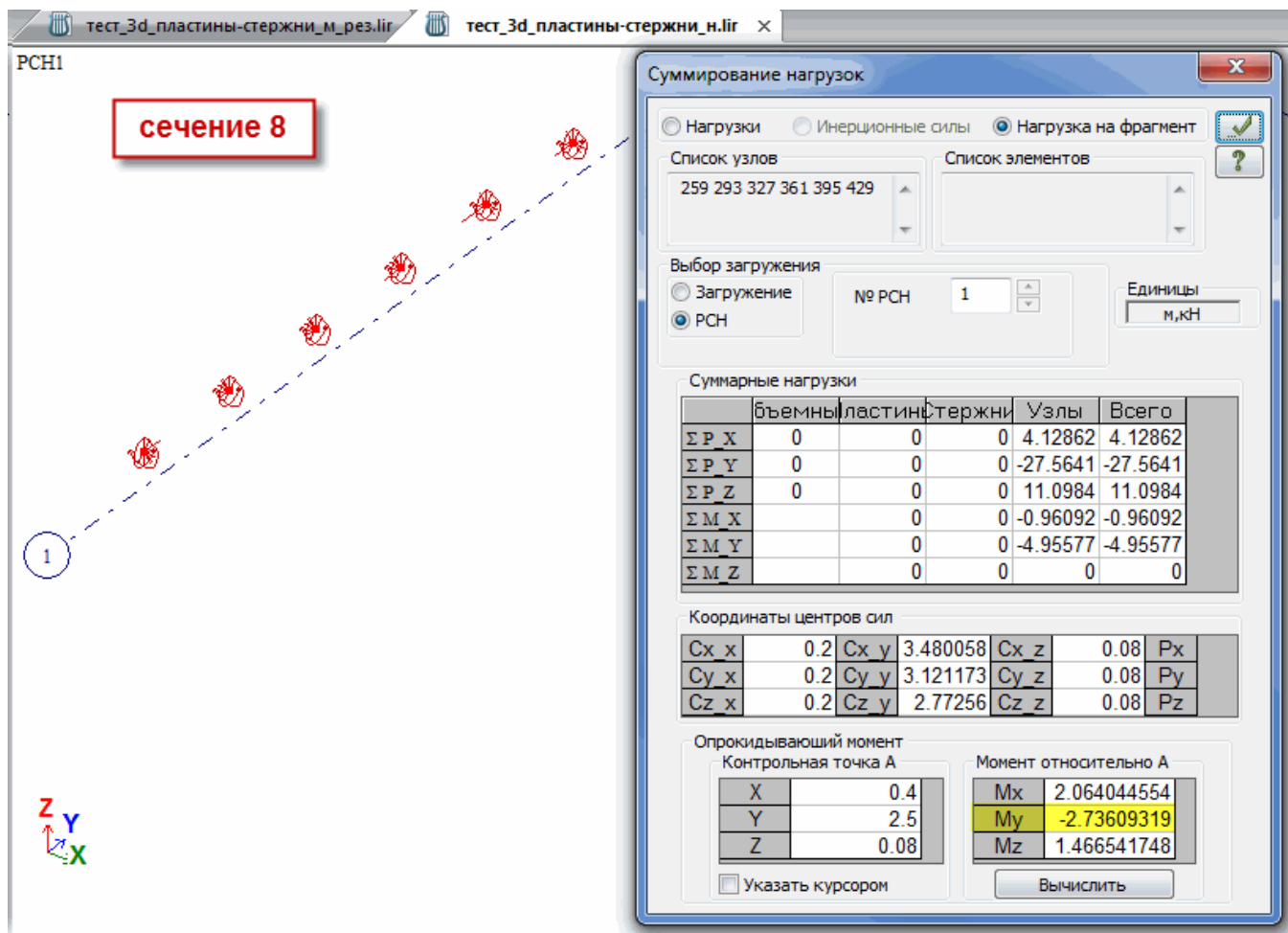


Рис. 7.9 Сечение 8

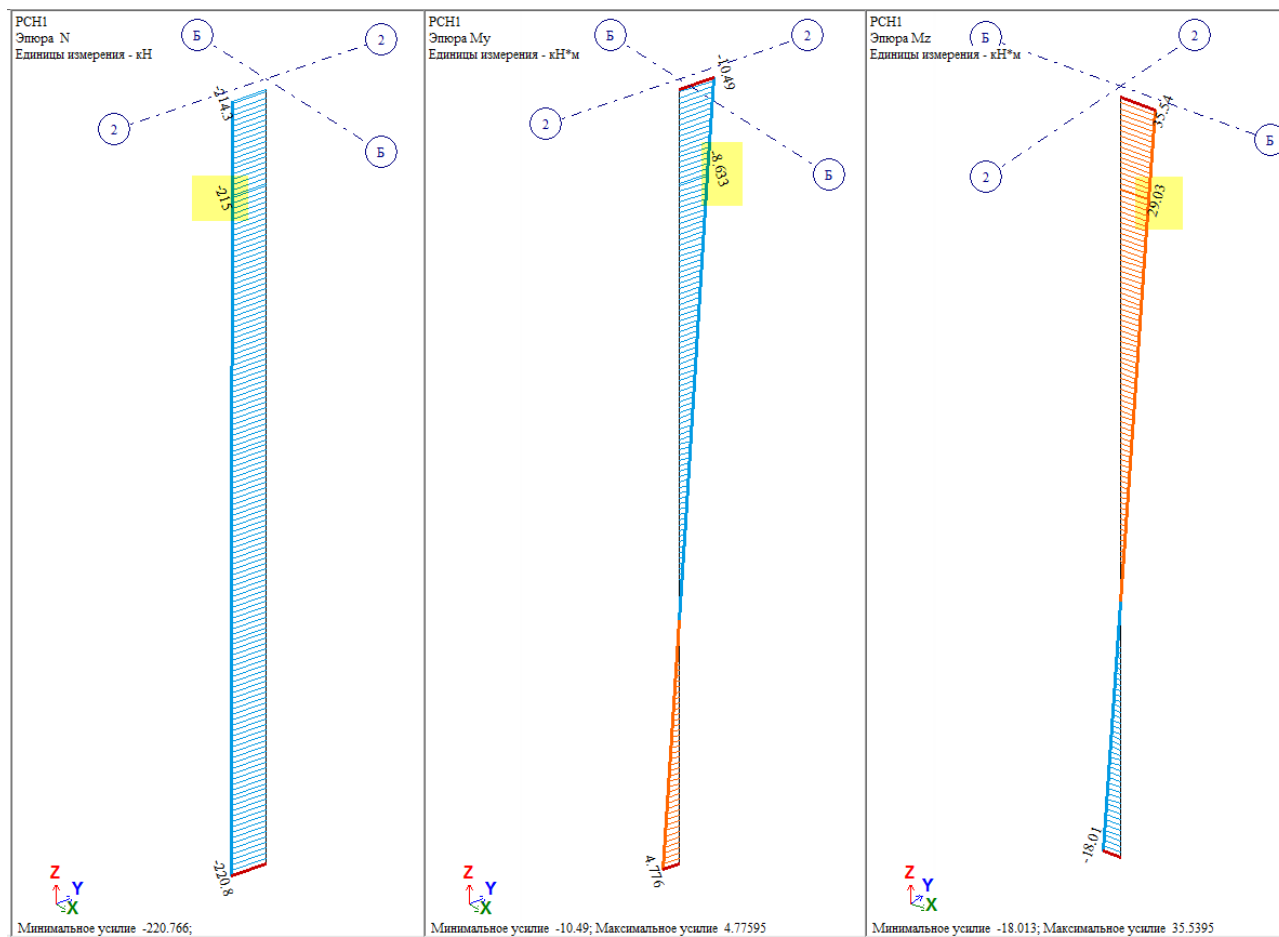


Рис. 7.10 Сечение 9 (усилия в верхнем сечении колонны)

8 Напряжения по отдельным сечениям в модели из объемных КЭ

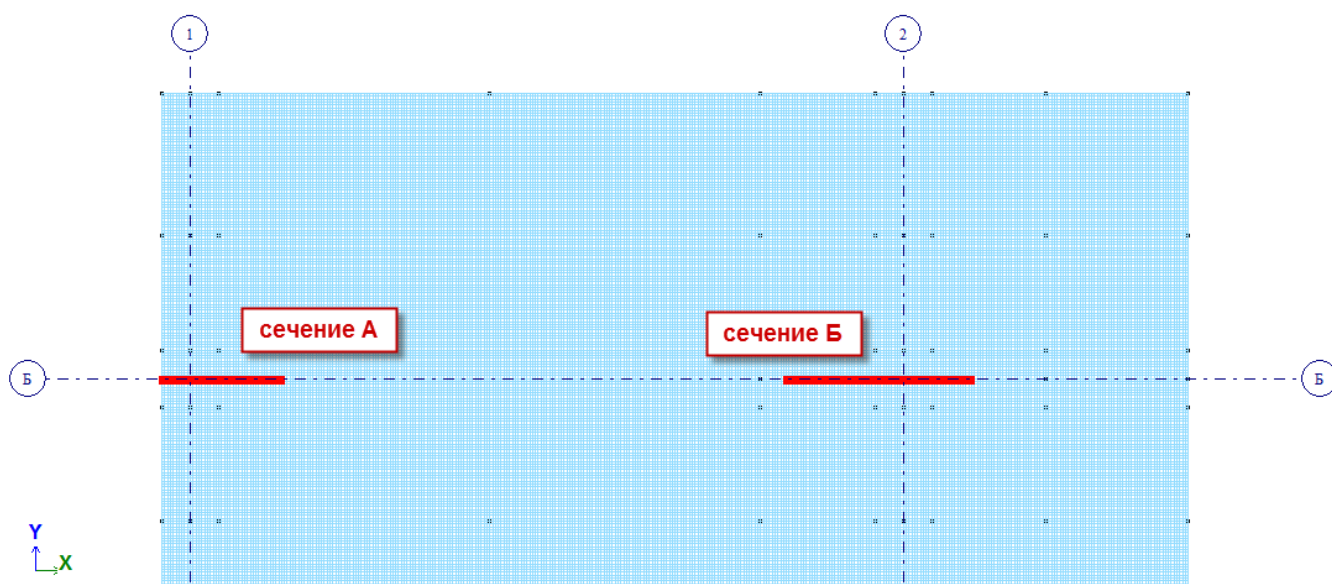


Рис. 8.1 Изображение

Загружение 1
Мозаика напряжений по Nx
Единицы измерения - кН/м²

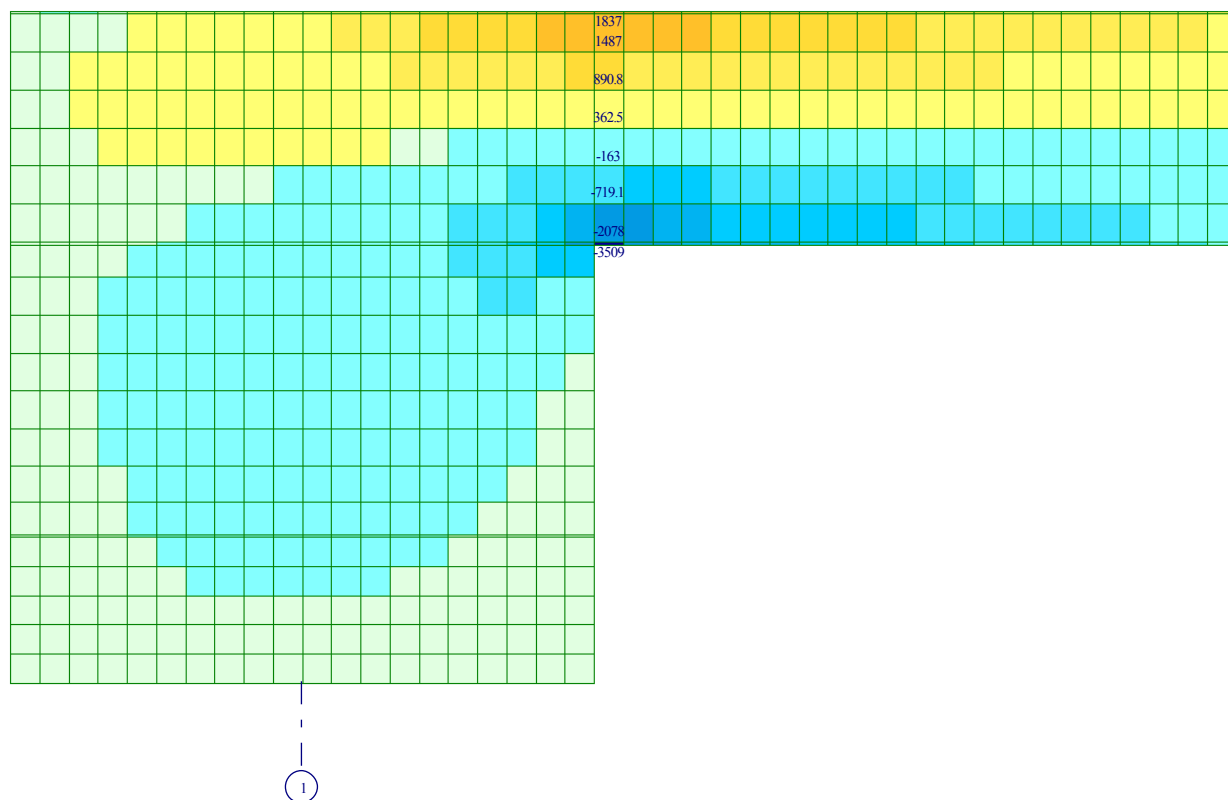


Рис. 8.2 Мозаика напряжений по Nx по сечению A

Загружение 1
Мозаика напряжений по Ny
Единицы измерения - кН/м²

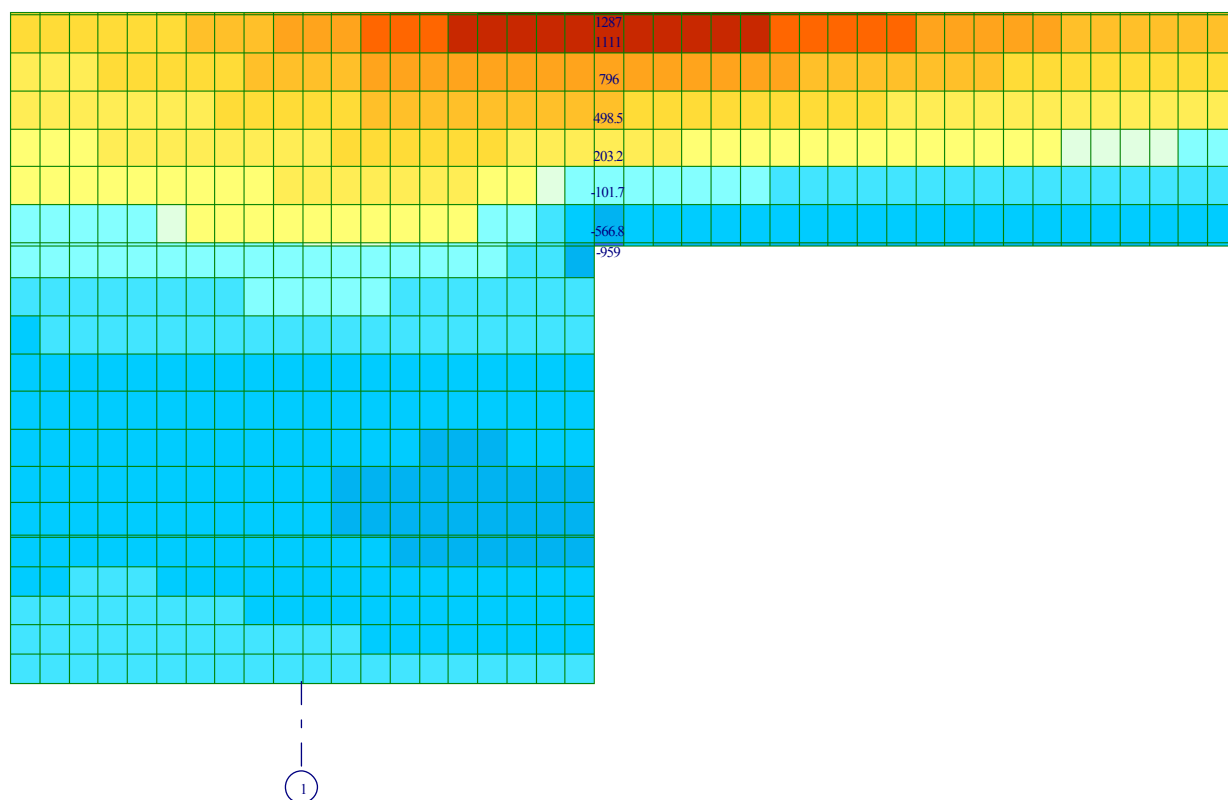


Рис. 8.3 Мозаика напряжений по Ny по сечению A

-2092 -1828 -1567 -1306 -1045 -783.6 -522.4 -261.2 -11.48 11.48 261.2 522.4 783.6 1045 1150
 Загружение 1
 Мозаика напряжений по Nz
 Единицы измерения - кН/м*м²

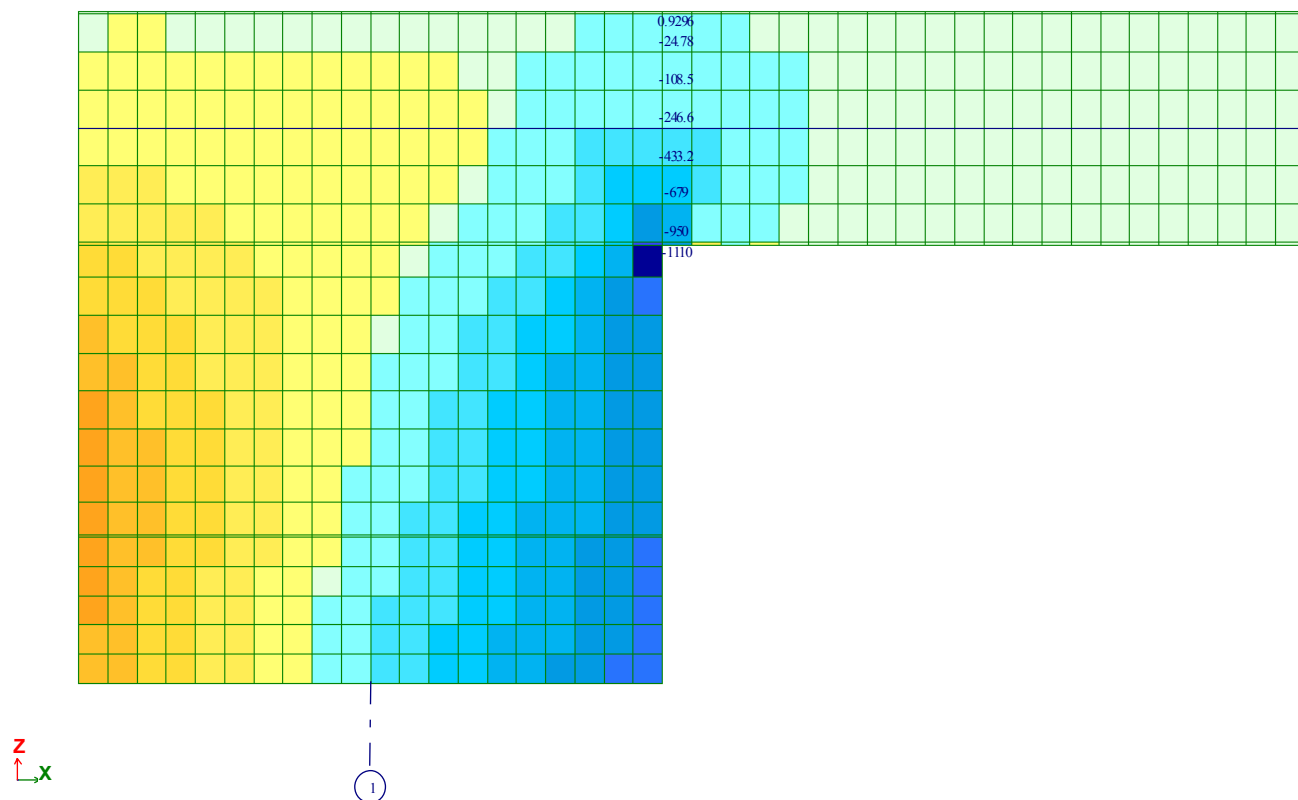


Рис. 8.4 Мозаика напряжений по Nz по сечению A

-725.7 -690.1 -460.1 -230 -72.5 72.5 230 460.1 690.1 920.2 1150 1380 1610 1842
 ЛИТЕРА
 Загружение 1
 Мозаика главных напряжений N1
 Средний слой
 Единицы измерения - кН/м*м²

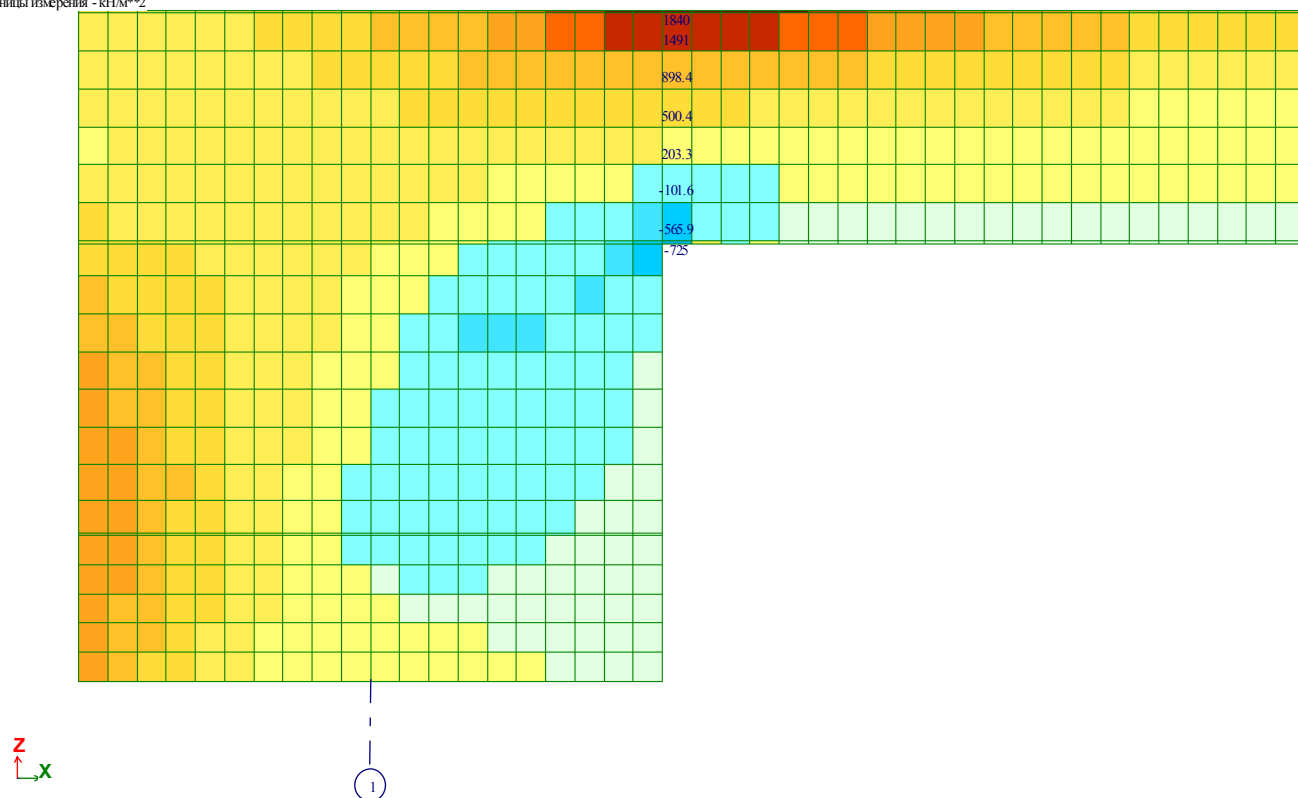
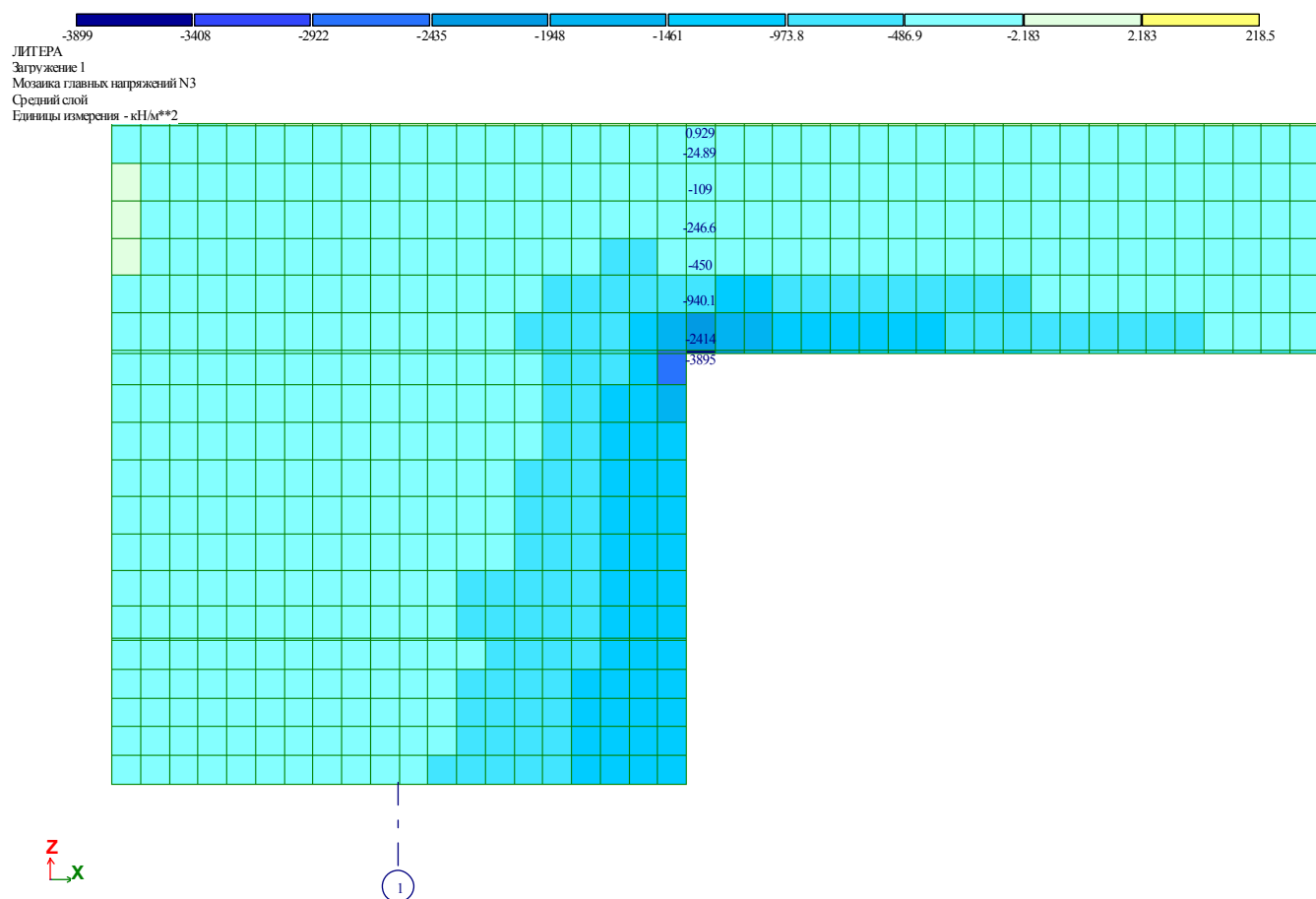
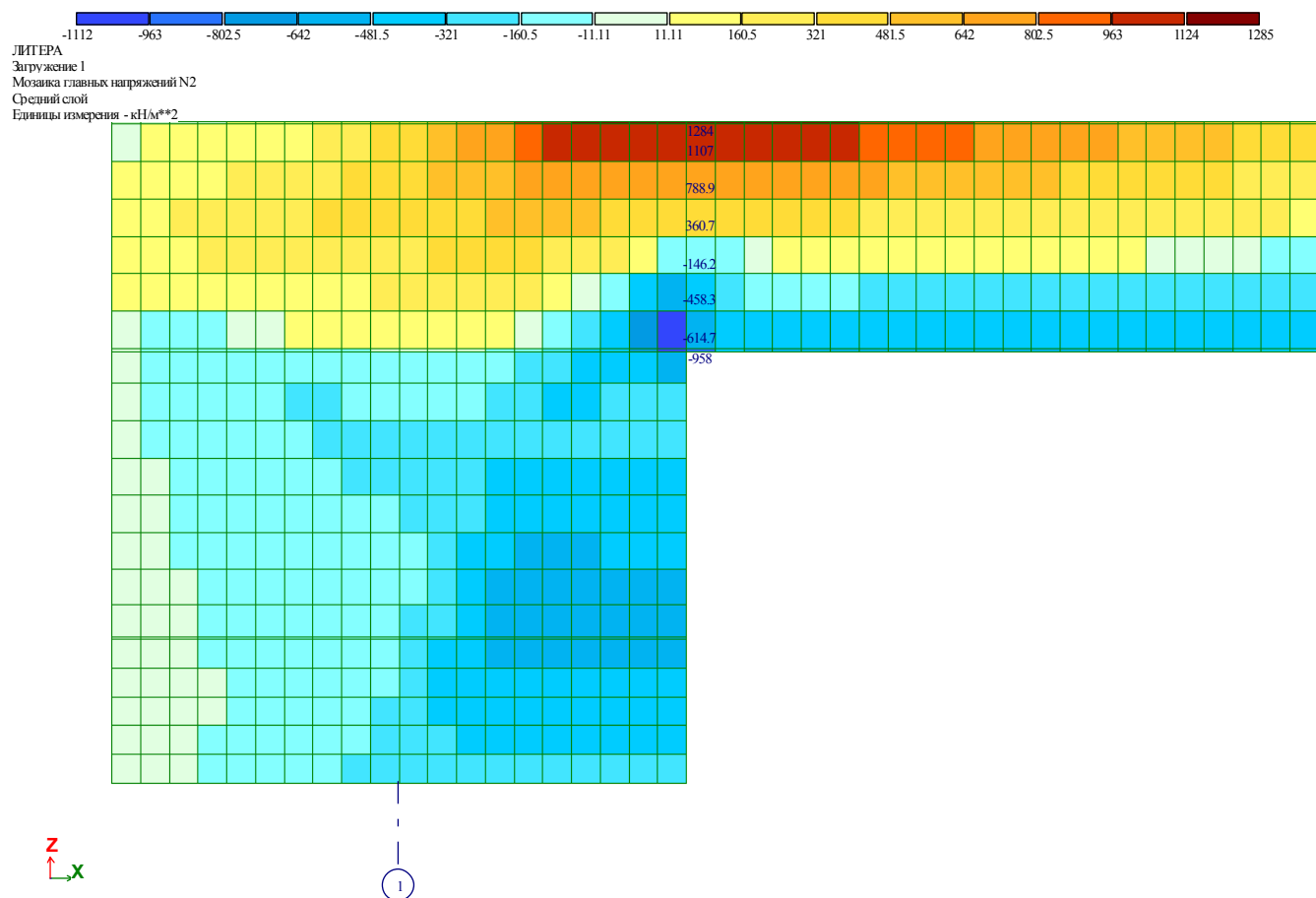


Рис. 8.5 Мозаика главных напряжений N1 по сечению A



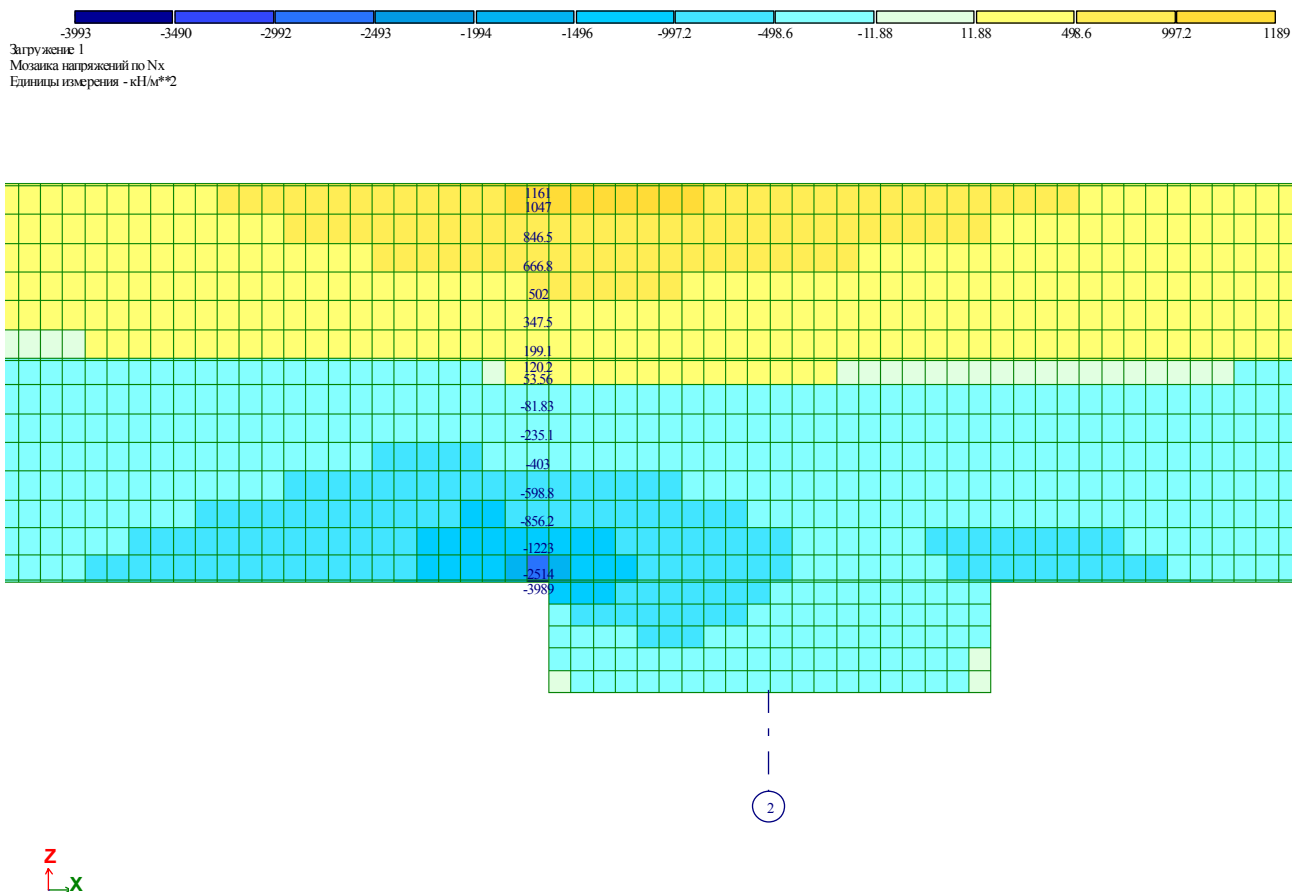


Рис. 8.8 Мозаика напряжений по Nx по сечению Б

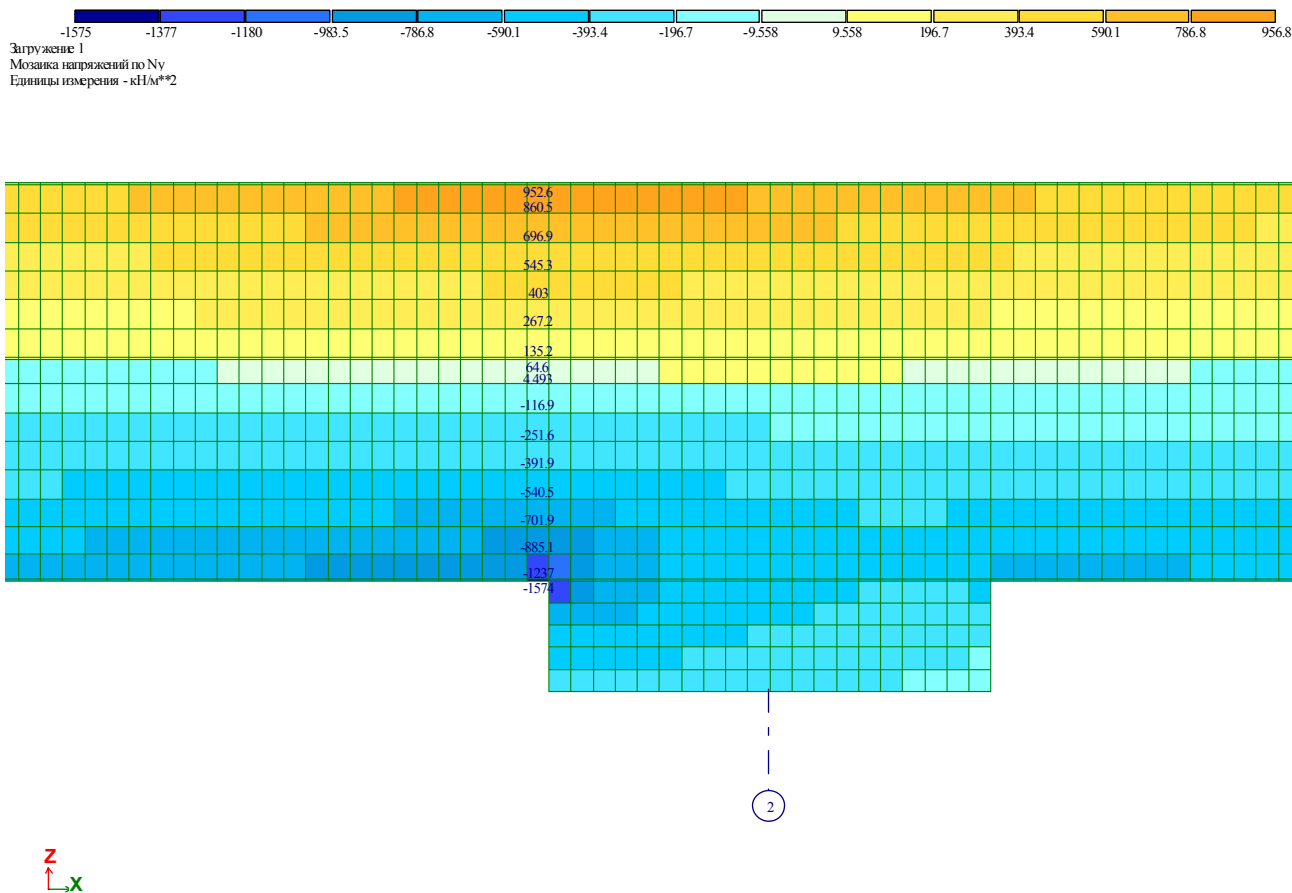


Рис. 8.9 Мозаика напряжений по Ny по сечению Б

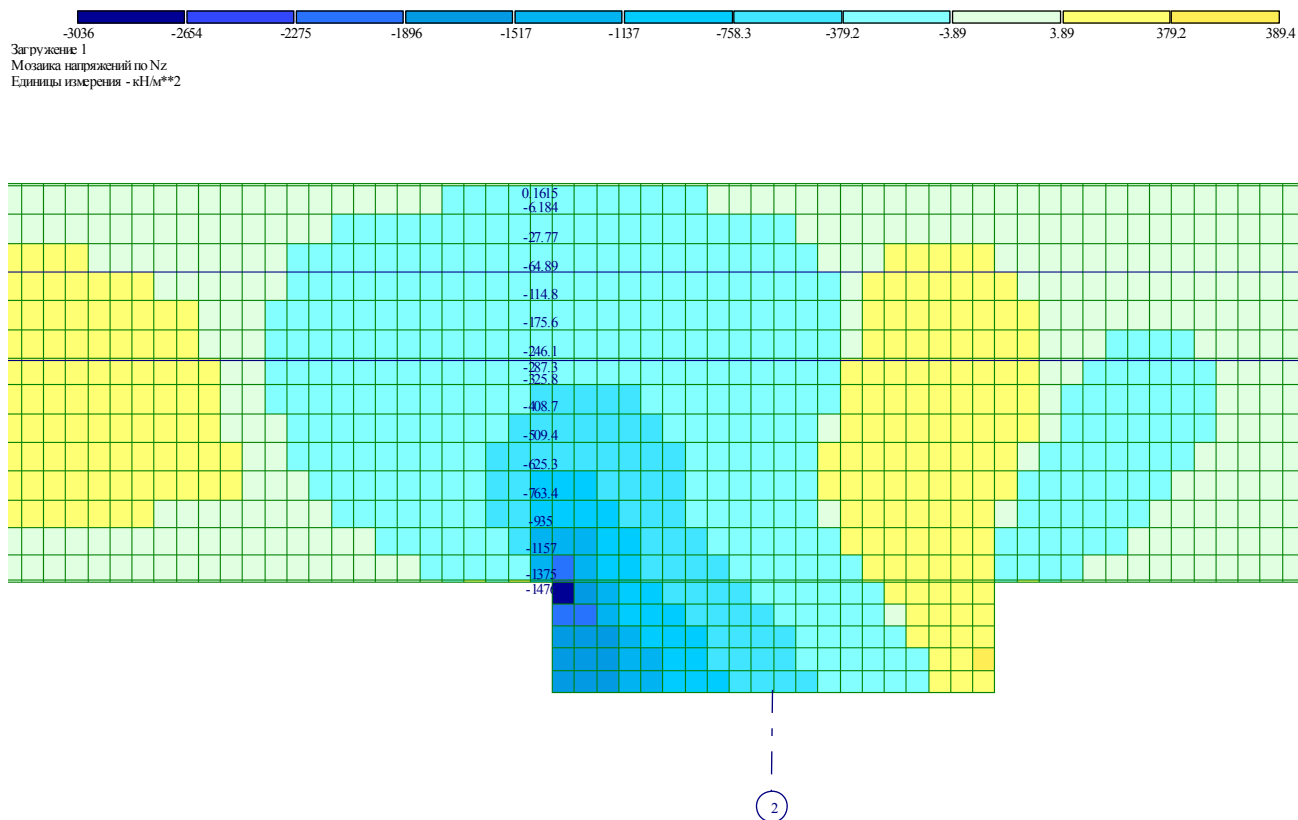


Рис. 8.10 Мозаика напряжений по Nz по сечению Б

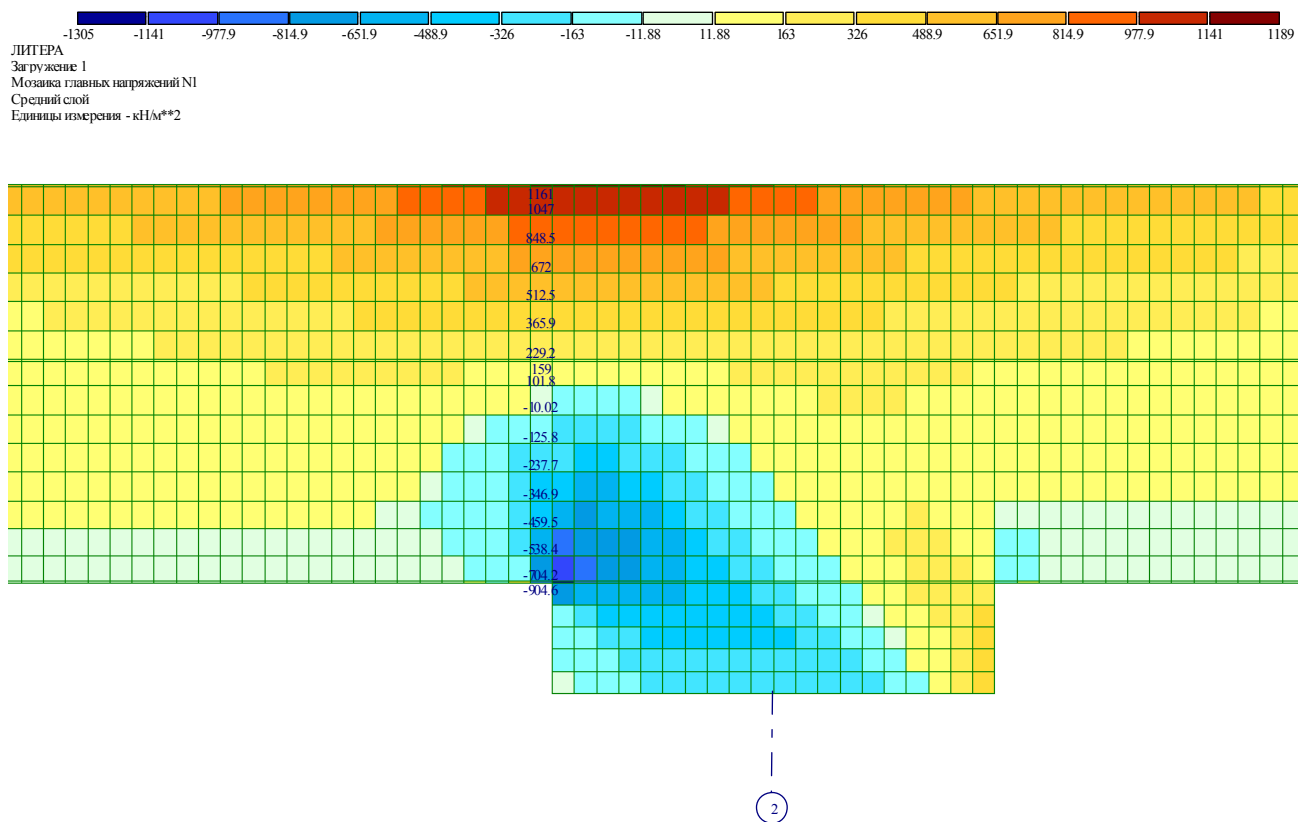


Рис. 8.11 Мозаика главных напряжений N1 по сечению Б

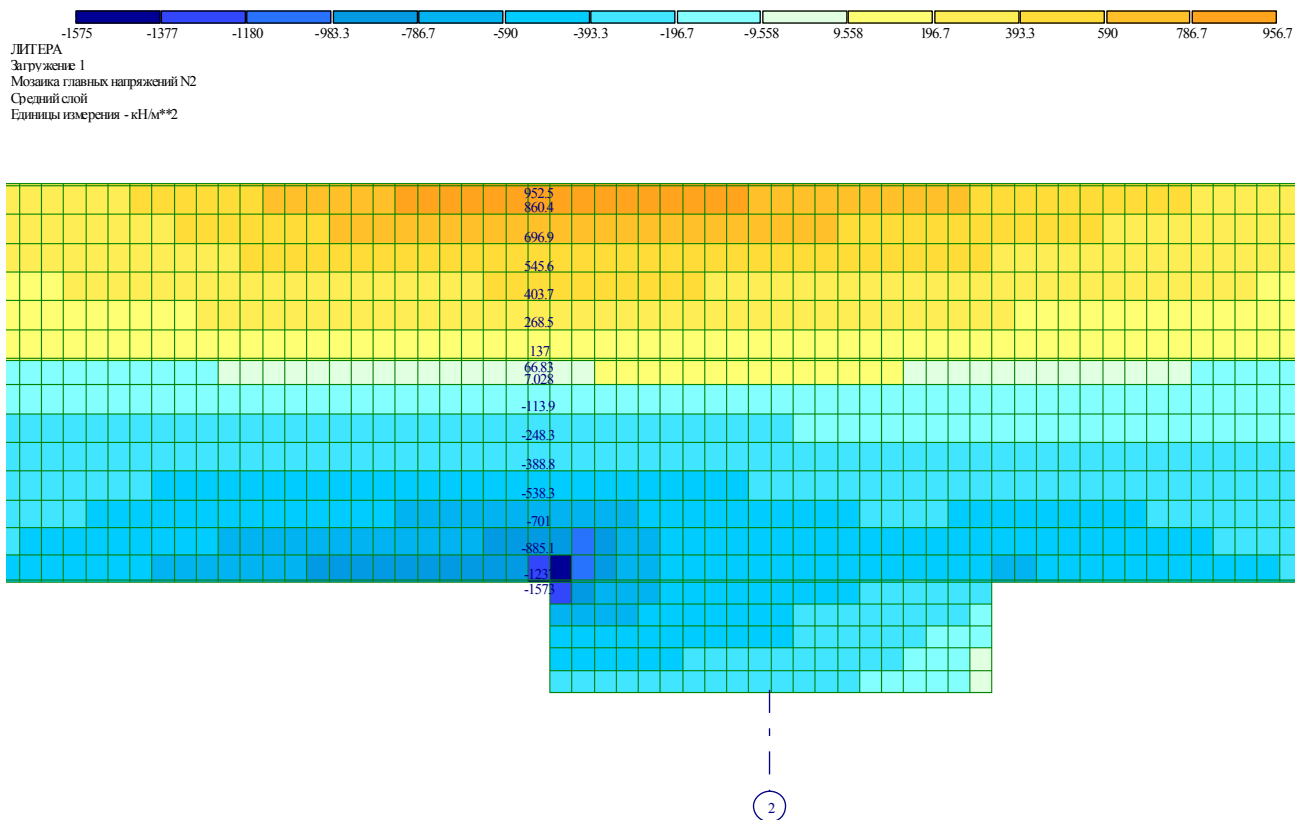


Рис. 8.12 Мозаика главных напряжений N2 по сечению Б

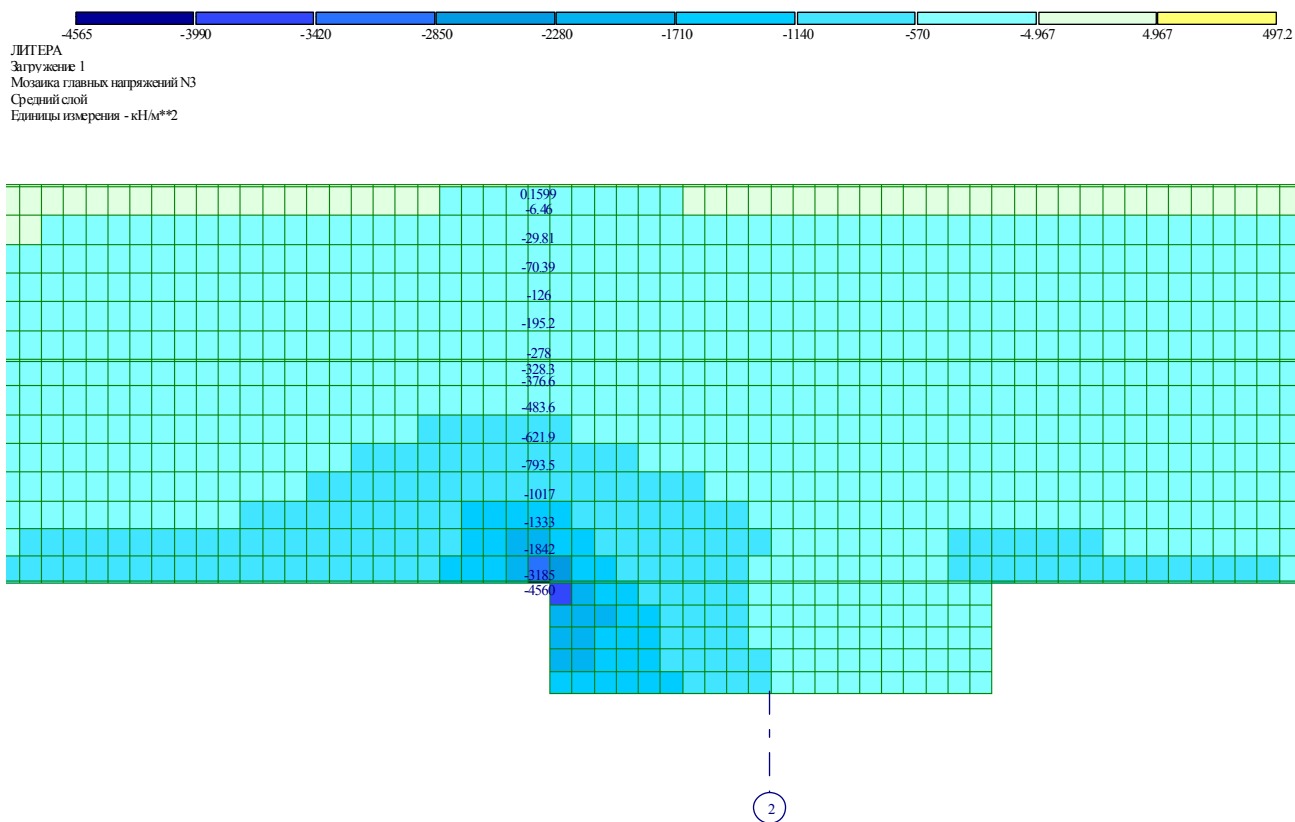


Рис. 8.13 Мозаика главных напряжений N3 по сечению Б

9 Таблица 1. Сравнение результатов расчёта - вертикальные перемещения.

Фактор НДС: перемещения ΔZ , мм	модель из объемных КЭ	оболочечно- стержневая модель	Разница, %
Точка 1	1.310	1.320	0.76
Точка 2	1.170	1.190	1.71
Точка 3	0.863	0.912	5.68
Точка 4	0.448	0.431	-3.79
Точка 5	0.204	0.147	-27.94
Точка 6	0.088	0.091	3.41
Точка 7	0.086	0.098	13.95
Точка 8	0.085	0.094	10.59
Точка 9	0.103	0.121	17.48
Точка 10	0.030	0.013	-56.67
Точка 11	0.049	0.040	-18.37
Точка 12	0.387	0.379	-2.07
Точка 13	0.354	0.380	7.34
Точка 14	0.471	0.494	4.88
Точка 15	0.028	0.036	28.57
Точка 16	0.029	0.036	24.14
Точка 17	0.027	0.006	-77.78
Точка 18	0.034	0.042	23.53
Точка 19	0.281	0.307	9.25

10 Таблица 2. Сравнение результатов расчёта - поворот вокруг глобальной оси X.

Фактор НДС: перемещения ΔUX , рад*1000	модель из объемных КЭ	оболочечно- стержневая модель	Разница, %
Максимальное	0.307	0.31	-0.98
Минимальное	-0.615	-0.637	-3.58
Точка 1	-0.0018	0.00	-
Точка 2	-0.0384	-0.0225	41.41
Точка 3	-0.437	-0.448	-2.52
Точка 4	-0.104	-0.0994	4.42
Точка 5	-0.0012	0.00	-
Точка 6	-0.104	0.0158	115.19
Точка 7	0.0954	0.0158	83.44
Точка 8	-0.0212	0.0661	411.79

Фактор НДС: перемещения ΔUX , рад*1000	модель из объемных КЭ	оболочечно- стержневая модель	Разница, %
Точка 9	0.12	0.0661	44.92
Точка 10	0.0113	0.0661	-484.96
Точка 11	0.0978	0.0661	32.41
Точка 12	-0.162	-0.0595	63.27
Точка 13	0.0823	0.0928	-12.76
Точка 14	0.229	0.172	24.89
Точка 15	-0.179	-0.117	34.64
Точка 16	-0.195	-0.117	40.00
Точка 17	-0.264	-0.215	18.56
Точка 18	-0.144	-0.131	9.03
Точка 19	-0.102	-0.101	0.98

11 Таблица 3. Сравнение результатов расчёта - поворот вокруг глобальной оси Y.

Фактор НДС: перемещения ΔUY , рад*1000	модель из объемных КЭ	оболочечно- стержневая модель	Разница, %
Максимальное	0.799	0.818	-2.38
Минимальное	-0.689	-0.681	1.16
Точка 1	0.0611	0.0276	54.83
Точка 2	0.0905	0.0796	12.04
Точка 3	0.0905	0.0729	19.45
Точка 4	-0.134	-0.163	-21.64
Точка 5	-0.265	-0.303	-14.34
Точка 6	0.405	0.307	24.20
Точка 7	0.39	0.307	21.28
Точка 8	-0.219	-0.203	7.31
Точка 9	-0.222	-0.203	8.56
Точка 10	-0.09	-0.203	-125.56
Точка 11	-0.0783	-0.203	-159.26
Точка 12	-0.496	-0.422	14.92
Точка 13	-0.41	-0.376	8.29
Точка 14	-0.43	-0.383	10.93
Точка 15	0.0506	-0.0017	103.36
Точка 16	-0.0649	-0.0017	97.38
Точка 17	0.0022	0.0002	90.91
Точка 18	0.059	0.0266	54.92
Точка 19	0.338	0.417	-23.37

12 Таблица 4. Сравнение результатов расчёта - напряжения в верхних фибрах плиты/капители.

Фактор НДС: напряжения N1/N2/N3, кН/м ²	модель из объемных КЭ	оболочечно- стержневая модель	Разница, %
Точка 1	-1917	-1967	-2.61
Точка 2	-1972	-2044	-3.65
Точка 3	-1121	-1260	-12.40
Точка 4	-1161	-1167	-0.52
Точка 5	-516	-416	19.38
Точка 6	3450	3479	-0.84
Точка 7	3752	4119	-9.78
Точка 8	3424	3258	4.85
Точка 9	2061	2180	-5.77
Точка 10	2315	2442	-5.49
Точка 11	2156	2117	1.81
Точка 12	1945	1899	2.37
Точка 13	1611	1530	5.03
Точка 14	1867	1564	16.23
Точка 15	2012	2213	-9.99
Точка 16	1033	1143	-10.65
Точка 17	541	239	55.82

13 Таблица 5. Сравнение результатов расчёта - напряжения в нижних фибрах плиты/капители.

Фактор НДС: напряжения N1/N2/N3, кН/м ²	модель из объемных КЭ	оболочечно- стержневая модель	Разница, %
Точка 1	1743	1821	-4.48
Точка 2	1910	1967	-2.98
Точка 3	987	1152	-16.72
Точка 4	1068	1058	0.94
Точка 5	427	314	26.46
Точка 6	-7703	-3471	54.94
Точка 7	-8055	-4147	48.52
Точка 8	-7509	-3322	55.76
Точка 9	-5828	-2551	56.23
Точка 10	-8992	-2815	68.69
Точка 11	-6425	-2458	61.74
Точка 12	-4636	-2236	51.77
Точка 13	-3757	-1208	67.85

Фактор НДС: напряжения N1/N2/N3, кН/м ²	модель из объемных КЭ	оболочечно- стержневая модель	Разница, %
Точка 14	-3280	-1717	47.65
Точка 15	-4222	-2346	44.43
Точка 16	-1503	-1345	10.51
Точка 17	-1540	-501	67.47

14 Таблица 6. Сравнение результатов расчёта - суммарные внутренние усилия.

Фактор НДС: моменты, кН*м	модель из объемных КЭ	оболочечно- стержневая модель	Разница, %
Сечение 1	-7.48	-27.94	-273.53
Сечение 2	26.18	79.02	-201.83
Сечение 3	4.72	14.67	-210.81
Сечение 4	-16.45	-16.76	-1.88
Сечение 5	21.62	22.54	-4.26
Сечение 6	4.31	3.40	21.11
Сечение 7	17.98	20.38	-13.35
Сечение 8	-5.79	-2.74	52.68
Сечение 9, Mx	7.78	8.63*	-10.93
Сечение 9, My	-26.59	-29.03*	-9.18
Сечение 9, N	-211.39	-215	-1.71

* местная система координат колонны отличается от глобальной, поэтому момент "Mx" для колонны это "-My", а "My" - это "-Mz".

15 Заключение

Из приведенных выше результатов видно:

- по максимальным значениям перемещений погрешность не превышает 5%;
- максимальные погрешности по перемещениям наблюдаются в области контакта плита-колонна, связано это с тем, что все узлы одного АЖТ имеют один угол поворота, в результате сопряжение оказывается жестче, чем в эталонной модели из объемных КЭ;
- по напряжениям в верхних фибрах плиты наблюдается хорошая сходимость практически по всей площади плиты;
- по напряжениям в нижних фибрах плиты в пролёте наблюдается хорошая сходимость, а на всех опорных участках погрешности превышают 50%, что связано с влиянием Nz (вертикального напряжения в плите и капители), которого в оболочечной модели нет;
- внутренние силовые факторы (вычисленные через "нагрузку на фрагмент") в пролёте и на грани капители сходятся хорошо, а на опорных участках (на колоннах) в оболочечной модели превышают приблизительно в 3 раза значения в объемной модели, что объясняется наличием избыточно жесткого участка сопряжения смоделированного АЖТ.

В целом, основываясь на хорошей сходимости максимальных перемещений и фибровых напряжений (от которых в итоге и будет зависеть подобранное армирование), можно сделать вывод о приемлемо достоверной оболочечно-стержневой модели.